

MAPSY-102

सांख्यिकीय एवम् मनोवैज्ञानिक मापन
Statistics and Psychological Measurement



उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय—हल्द्वानी 263139
फोन नं : 05946—286001
टोल फ्री नं. 18001804025
ई—मेल info@uou.ac.in, <http://uou.ac.in>

अध्ययन मण्डल

अध्यक्ष कुलपति, उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी	संयोजक निदेशक, शिक्षाशास्त्र विद्याशाखा उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी
--	---

अध्ययन मण्डल के सदस्य

प्रोफेसर चन्द्र पाल कोचर (सदस्य) मनोविज्ञान विभाग, गुरुकुल कांगड़ी विश्वविद्यालय, हरिद्वार	डॉ० स्मिता गुप्ता मनोविज्ञान विभाग इम्नू
डॉ० ए०पी० सिंह (सदस्य) एसोशिएट प्रोफेसर मनोविज्ञान विभाग राजकीय रजा पी जी कॉलेज, रामपुर	डॉ० संगीता सिंह अकादमिक परामर्शदाता मनोविज्ञान विभाग उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, उत्तराखण्ड

पाठ्यक्रम समन्वयक

डॉ. सीता
मनोविज्ञान विभाग
उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी, उत्तराखण्ड

इकाई लेखन	इकाई संख्या
डॉ. तारेण भारिया , मनोविज्ञान विभाग, डी०वी० पोस्ट ग्रेजुएट कालेज उरई, जालोन, उत्तर प्रदेश	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
डॉ. राधेश्याम गिरि , मनोविज्ञान विभाग, राजकीय महिला पी जी कॉलेज, रामपुर, उत्तर प्रदेश	9,10,11,15, 16, 21, 22, 23
डॉ. सोहा सक्सेना , अकादमिक परामर्शदाता, मनोविज्ञान विभाग, इम्नू	17, 19
डॉ. जगदीश सिंह , मनोविज्ञान विभाग, टी०डी० कॉलेज, जौनपुर, उत्तर प्रदेश	12,13,14
डॉ. ए.पी. सिंह , मनोविज्ञान विभाग, राजकीय रजा. पी. जी. कॉलेज, रामपुर	18, 20

पाठ्यक्रम संपादन

गरिमा बिष्ट, अकादमिक परामर्शदाता
मनोविज्ञान विभाग
उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय
हल्द्वानी, उत्तराखण्ड

प्रकाशन वर्ष : 2019

इस प्रकाशन का कोई भी अंश उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय की लिखित अनुमति बिना मिमियोग्राफ अथवा किसी अन्य साधन से पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है।

कॉपीराइट : @ उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय

संस्करण : सीमित वितरण हेतु पूर्व प्रकाशन प्रति

प्रकाशक : सामग्री उत्पादन तथा वितरण निदेशालय,
उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी-263139, नैनीताल

Mail : books@uou.ac.in

मुद्रक : डायमण्ड प्रिंटिंग प्रेस, जयपुर मुद्रित प्रतियाँ 200

सांख्यिकीय एवम् मनोवैज्ञानिक मापन

Statistics and Psychological Measurement

इकाई संख्या	इकाई का नाम	पृष्ठ संख्या
	खण्ड 1: सांख्यिकीय संप्रत्यय (Statistical Concept)	
1	सांख्यिकी:- अर्थ, उपयोग एवं मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्व (Statistics:- Meaning, Uses and its Significance in Psychological Measurement)	1-7
2	विवरणात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग (Descriptive Statistics and its uses)	8-16
3	अनुमानात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग, विवरणात्मक व अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर (Inferential Statistics and its Uses; Difference Between Descriptive and Inferential Statistics)	17-22
	खण्ड 2: सामान्य संभाव्यता वक्र (Normal Probability Curve)	
4	सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रकृति तथा विशेषताएँ (Nature and Characteristics of Normal Probability Curve)	23-37
5	सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग (Applications of Normal Probability Curve)	38-62
6	असामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग (Applications of Non-Normal Probability Curve)	63-81
	खण्ड 3: सहसंबंध विधियाँ (Correlation Methods)	
7	सहसम्बन्ध गुणांक:- अर्थ, महत्व और विधियाँ (गुणा आघूर्ण एवं क्रम अन्तर) (Correlation Coefficient:- Meaning, Importance and Methods (Product Moment and Rank Difference))	82-110
8	द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध गुणांक, बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध एवम् आसंग गुणांक (Bi-serial correlation, Point Bi-serial Correlation coefficient and Contingency Coefficient)	111-130
	खण्ड 4: उपकल्पना परीक्षण की सांख्यिकीय प्रविधियाँ (Statistical Techniques of Hypothesis Testing)	
9	क्रान्तिक अनुपात, टी परीक्षण एवं प्रसरण-विश्लेषण (Critical Ratio, 't' test and Analysis of Variance)	131-164

10	काई-वर्ग एवं मध्यांक परीक्षण (Chi-Square and Median Test)	165-184
11	सार्थकता स्तर, स्वतन्त्रता के अंश तथा प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Level of Significance, Degree of Freedom and Type I & Type II Error)	185-200
12	मापन:- अर्थ एवं उद्देश्य; मूल्यांकन एवं मापन में अन्तर (Measurement:- Meaning and Objectives; Difference between Evaluation and Measurement)	201- 209
	खण्ड 5: मनोवैज्ञानिक मापन का स्वरूप (Nature of Psychological Measurement)	
13	गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन (Qualitative and Quantitative Measurement)	210- 213
14	मनोवैज्ञानिक मापन के विभिन्न स्तर (शाब्दिक स्तर, क्रमिक स्तर, अंतराल स्तर एवं अनुपात स्तर) (Different Levels of Psychological Measurement (Nominal, Ordinal, Ratio and Internal)	214- 223
	खण्ड 6: परीक्षण निर्माण (Test Construction)	
15	परीक्षण निर्माण के चरण:- पद का लेखन, चयन एवं विश्लेषण (Steps of Test Construction:- Writing, Selection and Analysis of Item)	224- 232
16	पदों का कठिनता स्तर एवं विभेदन शक्ति (Difficulty Level and Discrimination Power of Items)	233- 244
	खण्ड 7: परीक्षण की विश्वसनीयता एवं वैधता (Reliability and Validity of Test)	
17	विश्वसनीयता: अर्थ एवं प्रकार (Reliability: Meaning and Types)	245- 256
18	परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ (Methods to Estimate the Reliability of Test)	257- 275
19	वैधता: अर्थ एवं प्रकार (Validity: Meaning and Types)	276- 283
20	परीक्षण की वैधता ज्ञात करने की विधियाँ (Methods of Estimate the Validity of Test)	284- 293
	खण्ड 8: परीक्षण मानकीकरण (Standardization of Test)	
21	परीक्षण मानकीकरण:- अर्थ, महत्व एवं विशेषताएँ (Standardizing Tests: Meaning, Significance and Characteristics)	294- 303
22	प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग (Types and Uses of Standard Scores)	304- 315
23	मानकों के विकास की कसौटियाँ (Criteria for Development of Norms)	316- 325

**इकाई-1 सांख्यिकी:- अर्थ, उपयोग एवं मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्व
(Statistics:- Meaning, Uses and its Significance in Psychological Measurement)**

इकाई संरचना

- 1.1 प्रस्तावना
- 1.2 उद्देश्य
- 1.3 सांख्यिकी का अर्थ
- 1.4 सांख्यिकी की विशेषताएँ
- 1.5 सांख्यिकी के उपयोग
- 1.6 मनोवैज्ञानिक मापन का अर्थ
- 1.7 सारांश
- 1.8 शब्दावली
- 1.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 1.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 1.11 निबन्धात्मक प्रश्न

1.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व मनोविज्ञान विषय का अध्ययन कर आपने जाना था कि प्राणी के व्यवहार का वैज्ञानिक अध्ययन मनोविज्ञान करता है। अनेक प्राणियों के व्यवहार के विभिन्न पहलुओं का अध्ययन कर आँकड़ों का संकलन किया जाता है। प्राप्त आँकड़ों का वैज्ञानिक विधि द्वारा विश्लेषण कर प्राणियों के व्यवहार का समुचित वर्णन किया जा सकता है। प्राप्त आँकड़ों का विश्लेषण करने वाली वैज्ञानिक विधि को सांख्यिकी (Statistics) कहा जाता है। इस इकाई का अध्ययन कर आप सांख्यिकी का अर्थ तथा उसकी उपयोगिता समझ सकते हो।

1.2 उद्देश्य

इस पाठ को पढ़ने के बाद आप-

- सांख्यिकी का अर्थ समझ सकेंगे।
- सांख्यिकी के उपयोग बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन का अर्थ बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी महत्व का वर्णन कर सकेंगे।

1.3 सांख्यिकी का अर्थ

सांख्यिकी को अंग्रेजी में Statistics (स्टेटिस्टिक्स) कहा जाता है। अंग्रेजी भाषा के शब्द Statistics की उत्पत्ति लैटिन भाषा स्टेटस (Status), इटैलियन भाषा के शब्द स्टेटिस्टा (Statista) तथा जर्मन भाषा के शब्द स्टेटिस्टिक (Statistik) शब्द से हुई है। इन तीन भाषाओं के उत्पत्ति शब्दों Status, Statista व Statistik का शाब्दिक अर्थ राज्य माना जाता है। स्पष्ट है राज्य (State) की आय-व्यय, जनसंख्या गणना, उत्पादन, जीवन-मृत्यु का लेखा जोखा रखने के रूप में किया जाता था। इसे ही Statistics कहा जाता था। इसी कारण से प्रारम्भ में सांख्यिकी को राजाओं का विज्ञान (Science of King) कहा जाता था।

वर्तमान समय में सांख्यिकी एक वैज्ञानिक विधि है जिसके द्वारा आँकड़ों का संकलन, व्यवस्थापन, विश्लेषण तथा निष्कर्ष ज्ञात किया जाता है।

फर्ग्यूसन तथा तकाने (Ferguson & Takane, 1989) के अनुसार “सांख्यिकी वैज्ञानिक विधि की एक शाखा है जिसका सम्बन्ध सर्वेक्षणों तथा प्रयोगों द्वारा प्राप्त आँकड़ों का संकलन वर्गीकरण, वर्णन तथा व्याख्या से है।”

मिनियम, किंग तथा बेअर (Minium, King & Bear, 1995) के अनुसार “सांख्यिकी आँकड़ों का वर्गीकरण करने, संगठित करने तथा विश्लेषण करने का विज्ञान है।”

उपर्युक्त परिभाषाओं के आधार पर स्पष्ट है कि सांख्यिकी एक विज्ञान है जिसमें आँकड़ों का संकलन वर्गीकरण एवं विश्लेषण किया जाता है ताकि प्राप्त तथ्यों के आधार पर उपयुक्त अनुमान तथा निष्कर्ष ज्ञात करना सम्भव हो सके। (डॉ० भाटिया)

1.4 सांख्यिकी की विशेषताएँ

सांख्यिकी के अर्थ को समझने के पश्चात सांख्यिकी की प्रमुख विशेषताएँ इस प्रकार ज्ञात कर सकते हैं-

- ❖ सांख्यिकी एक विज्ञान है।
- ❖ सांख्यिकी समूह द्वारा प्राप्त आँकड़ों का अध्ययन व विश्लेषण करती है।
- ❖ सांख्यिकी प्रमुख रूप से किसी विषय के संख्यात्मक पक्ष का अध्ययन करती है।
- ❖ सांख्यिकी द्वारा तुलनात्मक अध्ययन सम्भव है।
- ❖ सांख्यिकी द्वारा प्राप्त परिणामों के आधार पर निष्कर्ष ज्ञात कर सकते हैं।

1.5 सांख्यिकी के उपयोग

सांख्यिकी अध्ययन की उपयोगिता बहुत अधिक है। इसके प्रमुख उपयोग इस प्रकार हैं -

1) वैज्ञानिक विधि-

सांख्यिकी एक वैज्ञानिक विधि है। इसका आधार वैज्ञानिक है, जिसमें वैज्ञानिक विधियों का प्रयोग किया जाता है तथा प्राप्त तथ्यों के आधार पर निष्कर्ष निकाले जाते हैं और उनकी व्याख्या भी की जाती। इस प्रकार विज्ञान और सांख्यिकी एक दूसरे के लिये आवश्यक हैं। सांख्यिकी के बिना विज्ञान फलप्रद नहीं है और विज्ञान के बिना

सांख्यिकी निराधार है (Sciences without statistics bear no fruit, statistics without sciences have no root.)

2) अंकों द्वारा तथ्यों की व्याख्या-

सांख्यिकी के अन्तर्गत प्राप्त तथ्यों की व्याख्या अंकों द्वारा की जाती है। आँकड़ों के आधार पर सार्थक निष्कर्ष ज्ञात किये जाते हैं। सांख्यिकी के अध्ययन में आंकिक ज्ञान होना आवश्यक है। लार्ड कैलविन (Lord Kelvin)के अनुसार, “जिस विषय की बात आप कर रहे हैं यदि आप उसका मापन कर सकते हैं और उसे संख्याओं में व्यक्त कर सकते हैं तो आप उसके बारे में जानते हैं। यदि आप उस विषय का मापन नहीं कर सकते, तो आपका ज्ञान अधूरा व असन्तोषजनक प्रकार का है।”

“When you measure what you are speaking about and can express it in numbers it, when you can not express it in numbers, your knowledge is of a meagre and unsatisfactory kind.

Kelvin, quoted by Ronold King, Physics, Metaphysics and commonsense, Scientific Monthly 42:311 April 1936.

3) वस्तुनिष्ठ तथा शुद्ध परिणाम-

सांख्यिकी का अध्ययन वैज्ञानिक तथ्यों पर आधारित होता है तथा उसके परिणामों में वस्तुनिष्ठता की विशेषता पाई जाती है, फलतः उसके द्वारा प्राप्त परिणामों में शुद्धता पाई जाती है।

4) भविष्यवाणी की योग्यता-

सांख्यिकी के अध्ययन द्वारा जहाँ भूत व वर्तमान की स्थिति को स्पष्ट किया जा सकता है वहीं भविष्य की स्थिति को स्पष्ट करते हुए भविष्यकथन भी किया जा सकता है।

5) परीक्षण की वैधता तथा विश्वसनीयता का निर्धारण-

मनोवैज्ञानिक परीक्षण के निर्माण की प्रक्रिया में उपयुक्त पदों के चयन हेतु पद-विश्लेषण एवं परीक्षण की वैधता तथा विश्वसनीयता का निर्धारण करने में सांख्यिकी विधियाँ अत्यधिक उपयोगी व सहायक सिद्ध होती हैं।

6) सहसम्बन्ध का अध्ययन- सहसम्बन्ध द्वारा यह स्पष्ट होता है कि एक चर (परिवर्ती) तथा दूसरे चर के मध्य सकारात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य किस प्रकार का सहसम्बन्ध है और उसकी मात्रा क्या है? सहसम्बन्ध की गणना सांख्यिकी द्वारा ही ज्ञात की जा सकती है।

7) तुलनात्मक अध्ययन-

यदि दो अथवा अधिक समूहों के मध्य तुलनात्मक अध्ययन करना चाहते हैं तथा सार्थक अन्तर की जाँच करना चाहते हैं, तब सांख्यिकी विधियाँ अत्यन्त उपयोगी सिद्ध होती हैं।

8) अनुसन्धान में सहायक-

सांख्यिकी के बिना अनुसन्धान करना एक कठिन कार्य है। किसी भी अनुसन्धान की योजना बनाना, उपयुक्त प्रतिदर्श का चयन कर आँकड़ों को एकत्रित करना, उपकल्पना बनाना तथा उसकी जाँच करना, प्राप्त आँकड़ों का

विश्लेषण करना और उनकी व्याख्या कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकालना, इन सभी अनुसन्धान के चरणों में सांख्यिकी अत्यन्त सहायक सिद्ध होती है।

9) कार्य-कारण सम्बन्धों की खोज-

सांख्यिकी विधियाँ कार्य-कारण सम्बन्धों को खोजने में सहायक सिद्ध होती हैं। सांख्यिकी द्वारा जीवन की जटिल समस्याओं का निराकरण किया जा सकता है। टिपेट (Tippett) के अनुसार “सांख्यिकी प्रत्येक व्यक्ति को प्रभावित करती है और जीवन के प्रत्येक पहलू को स्पर्श करती है।” “Statistics affects every body and touches life at many points.

L.H.C. Tippett, Statistics, 1947.

10) गणना में सहायक-

सांख्यिकी के अन्तर्गत विभिन्न निर्धारित सूत्रों द्वारा गणना करनी अत्यधिक सरल है। इसके द्वारा विभिन्न जटिल समस्याओं का निराकरण सम्भव है। वर्तमान समय में कम्प्यूटर की सहायता से विभिन्न जटिल गणनायें कम समय में सहजता से प्राप्त हो जाती हैं।

उपर्युक्त प्रमुख उपयोगिताओं से स्पष्ट होता है कि सांख्यिकी की वर्तमान समय में, विभिन्न क्षेत्रों में अत्यधिक महत्वपूर्ण उपयोगिता है।

1.6 मनोवैज्ञानिक मापन: अर्थ

थॉर्नडाइक (Thorndike) के अनुसार “प्रत्येक वस्तु यदि थोड़ा भी अस्तित्व रखती है, तब वह किसी न किसी मात्रा में अस्तित्व रखती है तथा कोई भी वस्तु जिसका किसी मात्रा में अस्तित्व है वह मापन के योग्य है।” (Any thing that exist at all, exist in some quantity and any thing that exist in some quantity is capable of being measured.) E.L. Thorndike

इस प्रकार मापन का क्षेत्र सर्वत्र विद्यमान है, किन्तु मापन शब्द की व्याख्या करना एक कठिन कार्य है। रॉस स्ट्रेन्ज (Ross Strange) के अनुसार, “मापन जैसे निरपेक्ष शब्द की व्याख्या करना एक कठिन प्रश्न है। प्रायः मापन से अर्थ प्रदत्तों का अंकों के रूप में वर्णन करना है। मापन किसी वस्तु का शुद्ध तथा वस्तुनिष्ठ वर्णन है।”

स्टीवेंस (Stevens) के विचार में, “मापन किसी निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है।” (Measurement is the process of assigning numbers to objects according to certain agreed rules.)

वास्तव में मापन किसी वस्तु अथवा व्यक्ति का नहीं बल्कि वस्तु अथवा व्यक्ति की विशेषताओं का किया जाता है। थॉर्नडाइक व हेगन के अनुसार, “हम किसी वस्तु अथवा व्यक्ति का मापन कभी नहीं करते हैं, मापन हमेशा व्यक्ति अथवा वस्तु के गुणों अथवा विशेषताओं का किया जाता है।” (We never measure a thing or a person, measurement is always of a quality or attribute of the thing or person.)

Thorndike and Hagen

इसी प्रकार हेल्मस्टेडटर (Helmstadter) का विचार है कि “मापन को एक प्रक्रिया के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, जिसके अन्तर्गत किसी व्यक्ति अथवा वस्तु में स्थित विशेषताओं का आंकिक विवरण होता है।”

(Measurement has been defined as the process of obtaining a numerical description of the extent to which a person or thing possesses some characteristics.) Helmstadte

लोरगे (Lorge) के अनुसार मापन के अन्तर्गत तीन मुख्य कारकों का विचार करना आवश्यक है- प्रथम वह वस्तुओं (Objects) के वर्ग (Class) से सम्बन्धित होना चाहिये, द्वितीय वह अंकों के वर्ग से सम्बन्धित होना चाहिये, तृतीय, वह उन नियमों से सम्बन्धित होना चाहिये, जिनके आधार पर वस्तुओं को अंक प्रदान किये जाते हैं।

निष्कर्ष रूप में कहा जा सकता है कि मापन किसी वस्तु अथवा व्यक्ति की विशेषताओं को वस्तुनिष्ठ रूप में निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार आंकिक संकेत चिन्ह प्रदान करने की प्रक्रिया है।

मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्व-

मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी के निम्नलिखित दो प्रमुख महत्व हैं-

1. मनोवैज्ञानिक परीक्षण निर्माण में सहायक -

मनोवैज्ञानिक परीक्षण के निर्माण की प्रक्रिया में उपयुक्त पदों के पद-विश्लेषण किया जाता है, जो कि सांख्यिकी विधियों द्वारा ही किया जाता है। इसके अतिरिक्त मनोवैज्ञानिक परीक्षण की वैधता तथा विश्वसनीयता का निर्धारण करने में सांख्यिकी विधियाँ उपयोगी व सहायक होती है।

2. अनुसन्धान में सहायक -

सांख्यिकी के बिना अनुसन्धान करना एक कठिन कार्य है। डॉ० अस्थाना के अनुसार अनुसन्धान में सांख्यिकी निम्नलिखित कारणों से आवश्यक है-

- ❖ सांख्यिकी द्वारा सही विवरण सम्भव है।
- ❖ सांख्यिकी विधियाँ अनुसन्धान प्रक्रिया व चिन्तन में सही होने के लिए बाध्य करती है।
- ❖ सांख्यिकी हमें अपने परिणामों को सार्थक व सरल रूप में सार्थक करने में सहायक होती है।
- ❖ सांख्यिकी द्वारा सामान्य निष्कर्ष निकालने में सहायता प्राप्त होती है।
- ❖ सांख्यिकी पूर्वकथन (भविष्यवाणी) करने में सहायक होती है।
- ❖ सांख्यिकी जटिल कार्य-कारण सम्बन्धों के विश्लेषण में सहायक होती।

1.7 सारांश

सांख्यिकी एक विज्ञान है जिसमें आँकड़ों का संकलन, वर्गीकरण एवं विश्लेषण किया जाता है ताकि प्राप्त तथ्यों के आधार पर उपयुक्त अनुमान तथा निष्कर्ष ज्ञात करना सम्भव हो सके। सांख्यिकी द्वारा वस्तुनिष्ठ तथा शुद्ध परिणाम प्राप्त होते हैं जिनके आधार पर भविष्यवाणी भी की जा सकती है। सहसम्बन्ध का अध्ययन, तुलनात्मक अध्ययन एवं कार्य-कारण सम्बन्धों का अध्ययन सांख्यिकी विधि द्वारा सम्भव है।

मनोवैज्ञानिक मापन किसी वस्तु अथवा व्यक्ति की विशेषताओं को वस्तुनिष्ठ रूप में निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार आंकिक संकेत चिन्ह प्रदान करने की प्रक्रिया है। सांख्यिकी मनोवैज्ञानिक मापन के लिए भी महत्वपूर्ण है। सांख्यिकी द्वारा ही मनोवैज्ञानिक परीक्षण का निर्माण सम्भव है तथा विभिन्न प्रकार के अनुसन्धान अध्ययनों में सांख्यिकी सहायक सिद्ध होती है।

1.8 शब्दावली

- **वस्तुनिष्ठ:** बिना किसी पक्षपात के निष्पक्ष निरीक्षण द्वारा प्राप्त तथ्य
- **मनोवैज्ञानिक परीक्षण:** वह मानकीकृत साधन है जिसके द्वारा व्यक्तित्व के एक पक्ष अथवा अनेक पक्षों का अध्ययन किया जाता है।
- **परीक्षण के पद:** परीक्षण में निहित कथन/प्रश्न पद कहलाते हैं।
- **परीक्षण की वैधता:** परीक्षण जिस उद्देश्य से निर्मित किया गया है उसी का मापन अधिक से अधिक करे।
- **परीक्षण की विश्वसनीयता:** विभिन्न समय अन्तराल के पश्चात भी परीक्षण के परिणामों में समानता बनी रहे।
- **सहसम्बन्ध:** एक परिवर्ती तथा अनेक परिवर्तियों के मध्य स्थित पारस्परिक सम्बन्ध है, जिसे सहसम्बन्ध गुणांक के रूप में व्यक्त किया जाता है।
- **कार्य-कारण सम्बन्ध:** यदि विद्युत है तब पंखा चल रहा है, किन्तु विद्युत न होने पर पंखा नहीं चल रहा है। इस प्रकार विद्युत तथा पंखे के मध्य कार्य-कारण सम्बन्ध है। इसी प्रकार एक परिवर्ती तथा अन्य किसी परिवर्ती के मध्य कार्य-कारण सम्बन्ध का अध्ययन किया जाता है अर्थात् एक परिवर्ती दूसरे परिवर्ती को कितना प्रभावित कर रहा है।

1.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

सांख्यिकी के सन्दर्भ में सत्य/असत्य कथन बतायें-

- | | |
|--|------------|
| i. सांख्यिकी एक वैज्ञानिक विधि है। | सत्य/असत्य |
| ii. सांख्यिकी विषय के संख्यात्मक पक्ष का अध्ययन करती है। | सत्य/असत्य |
| iii. सांख्यिकी द्वारा तुलनात्मक अध्ययन सम्भव नहीं है। | सत्य/असत्य |
| iv. सांख्यिकी द्वारा भविष्यवाणी की जा सकती है। | सत्य/असत्य |
| v. सांख्यिकी अनुसन्धान में बाधक होती है। | सत्य/असत्य |

उत्तर: i. सत्य ii. सत्य iii. असत्य iv. सत्य v. असत्य

1.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेश (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (30प्र0)

- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (30प्र0)
- Aggrawal, Y.P. (1986), Statistical Methods- concept application and computation, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur (Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), Statistics for Psychology. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985) Basic Statistical Concepts. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi.
- Garrett, Henry E. (1981)) Statistics in Psychology and Education. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) Fundamental Statistics for students of psychology and Education, McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences. McGraw Hill Book Company, New York.

1.11 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सांख्यिकी को राजाओं का विज्ञान क्यों कहा जाता था?
2. सांख्यिकी का अर्थ स्पष्ट करें।
3. सांख्यिकी की विशेषताओं का वर्णन करें।
4. सांख्यिकी की उपयोगिता का विस्तारपूर्वक वर्णन करें।
5. मनोवैज्ञानिक मापन की व्याख्या करें।
6. मापन में सांख्यिकी के महत्व को स्पष्ट करें।
7. सांख्यिकी किस प्रकार अनुसन्धान में सहायक होती है।

इकाई-2 विवरणात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग (Descriptive Statistics and its uses)

इकाई संरचना

- 2.1 प्रस्तावना
- 2.2 उद्देश्य
- 2.3 सांख्यिकी के प्रकार
- 2.4 विवरणात्मक सांख्यिकी
 - 2.4.1 केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप
 - 2.4.2 विचलनों के माप
 - 2.4.3 आँकड़ों का आलेखीय प्रस्तुतीकरण
- 2.5 विवरणात्मक सांख्यिकी के उपयोग
- 2.6 सारांश
- 2.7 शब्दावली
- 2.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 2.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 2.10 निबन्धात्मक प्रश्न

2.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व आप ने सांख्यिकी का अर्थ तथा उसके उपयोग को समझा था। सांख्यिकी एक विज्ञान है जिसमें आँकड़ों का संकलन, वर्गीकरण एवं विश्लेषण किया जाता है ताकि प्राप्त तथ्यों के आधार पर उपयुक्त निष्कर्ष ज्ञात करना सम्भव हो सके। सांख्यिकी के व्यावहारिक उपयोग प्रक्रिया के आधार पर सांख्यिकी के प्रकार का अध्ययन करना भी आवश्यक है। सांख्यिकी का प्रमुख उद्देश्य जनसंख्या से सम्बन्धित संख्यात्मक विशेषताओं का वर्णन करना तथा उसके सम्बन्ध में अनुमान लगाना है। इस प्रकार सांख्यिकी के दो प्रमुख प्रकार हैं- प्रथम विवरणात्मक सांख्यिकी तथा द्वितीय अनुमानात्मक सांख्यिकी हैं। इस इकाई का अध्ययन कर आप विवरणात्मक सांख्यिकी तथा इसके उपयोग को समझ सकते हो।

2.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप-

- सांख्यिकी के प्रकार समझ सकते हैं।

- विवरणात्मक सांख्यिकी के बारे में बता सकते हैं।
- विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत केन्द्रीय प्रवृत्ति को तीन माप-मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक का अर्थ समझ सकेंगे।
- इसी प्रकार विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत विचलनों के विभिन्न माप-प्रसार, चतुर्थांक विचलन, मध्यमान विचलन व प्रामाणिक विचलन के बारे में जान सकते हैं।
- विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत आँकड़ों का आलेखीय प्रस्तुतीकरण भी आप समझ सकेंगे।
- विवरणात्मक सांख्यिकी के उपयोग आप बता सकेंगे।

2.3 सांख्यिकी के प्रकार

व्यावहारिक उपयोग प्रक्रिया के आधार पर-सांख्यिकी के निम्नलिखित दो प्रकार हैं-

1. विवरणात्मक अथवा वर्णनात्मक सांख्यिकी
2. अनुमानात्मक सांख्यिकी

2.4 विवरणात्मक सांख्यिकी

इस प्रकार की सांख्यिकी के अन्तर्गत प्राप्त सम्पूर्ण आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श अथवा जनसंख्या की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है, अतः इसे विवरणात्मक अथवा वर्णनात्मक सांख्यिकी कहा जाता है। वर्णनात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत निरीक्षण द्वारा प्राप्त आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श का वर्णन करने, संगठित करने तथा संक्षिप्त करने का कार्य निहित होता है जिसके कारण उसे अच्छी प्रकार समझने में सरलता होती है। निरीक्षण द्वारा प्राप्त आँकड़ों को सारणीबद्ध किया जाता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापकों के अन्तर्गत मध्यमान, मध्यांक अथवा बहुलांक की गणना की जाती है। इसके द्वारा समूह की मध्य स्थिति ज्ञात होती है। विचलन के मापकों के अन्तर्गत प्रदत्तों का प्रसारण शतांशीय मानए औसत विचलनए चतुर्थांक विचलन, प्रामाणिक विचलन ज्ञात किया जाता है। आँकड़ों के आधार पर आलेखीय चित्रण जैसे बार चित्र, स्तम्भाकृतिए आवृत्ति बहुभुज, संचयी आवृत्ति वक्र, ओजाइव, वृत्त चित्र आदि को प्रदर्शित किया जाता है। समूह के विभिन्न सदस्यों के प्रतिशत के आधार पर अधिक सरलता से वर्णन किया जा सकता है तथा समूह के सदस्यों के मध्य तुलनात्मक अध्ययन भी किया जा सकता है।

2.4.1 केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप - मध्यमान, मध्यांक, बहुलांक-

प्राप्त आँकड़ों का प्रतिनिधित्व करने तथा आँकड़ों की प्रवृत्ति को प्रदर्शित करने के माप केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप कहलाते हैं। केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप का उद्देश्य एक संक्षिप्त अंक को उपलब्ध कराना है जो कि निरीक्षण द्वारा प्राप्त सम्पूर्ण वितरण की केन्द्रीय स्थिति को वर्णित करता है। आँकड़ों की केन्द्रीय स्थिति स्पष्ट करने के लिये तीन प्रमुख मापों की गणना की जाती है, जिन्हें मध्यमान (Mean) मध्यांक (Median) तथा बहुलांक (Mode) कहा जाता है। केन्द्रीय प्रवृत्ति के इन मापकों में शुद्धता का अन्तर है। मध्यमान सर्वाधिक शुद्ध गणना करता है, जबकि मध्यांक तुलनात्मक रूप में कम शुद्ध परिणाम प्रदान करता है। बहुलांक कम समय में सर्वाधिक कम शुद्ध परिणाम प्रदान करता है।

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप-मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक का महत्व -

- 1) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप समूह के प्राप्तांकों का प्रतिनिधित्व करते हैं।
- 2) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप समूह के प्राप्तांकों की विशेषता को संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत करते हैं।
- 3) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप द्वारा दो अथवा अधिक समूह की विशेषताओं के सन्दर्भ में, तुलना करना सम्भव होता है। विभिन्न परिस्थितियों के सन्दर्भ में विभिन्न समूहों के मध्य सार्थक तुलनात्मक अध्ययन सम्भव है।
- 4) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप तुलनात्मक रूप में स्थिर एवं शुद्ध परिणाम प्रदान करते हैं।
- 5) विभिन्न महत्वपूर्ण सांख्यिकीय गणनाओं में केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों की आवश्यकता होती है।

(अ) मध्यमान -

समस्त अंकों के योग में उन अंकों की संख्या का भाग देने पर जो भागफल प्राप्त होता है, उसे मध्यमान कहा जाता है (The mean is the sum of all the scores in a distribution divided by the total number of scores.)

मध्यमान की विशेषताएँ -

- 1) अन्य केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों-मध्यांक तथा बहुलांक की अपेक्षा मध्यमान सर्वाधिक शुद्ध मान प्रस्तुत करता है।
- 2) प्राप्तांकों की प्रत्येक संख्या के घटने अथवा बढ़ने का प्रभाव मध्यमान के परिणाम पर पड़ता है अतः मध्यमान अधिक विश्वसनीय है।
- 3) प्राप्तांकों का मध्यमान एक सन्तुलन बिन्दु है, क्योंकि धनात्मक तथा ऋणात्मक दिशाओं का विचलन योग शून्य प्राप्त होता है।
- 4) प्राप्तांकों के प्रारम्भिक तथा अन्तिम प्राप्तांक भी मध्यमान को महत्वपूर्ण रूप से प्रभावित करते हैं।
- 5) प्राप्तांकों के प्रत्येक अंक में किसी स्थिर अंक को जोड़ दिया जाये, घटा दिया जाये अथवा गुणा कर दिया जाये, तब मध्यमान का मूल्य उसी स्थिर अंक में बढ़ जाता है, घट जाता है अथवा गुणनफल के रूप में प्राप्त होता है।

(ब) मध्यांक -

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप का दूसरा महत्वपूर्ण माप मध्यांक कहा जाता है। मध्यांक शब्द दो शब्दों मध्य+अंक से मिलकर बना है, जिसका अर्थ मध्य का अंक बताने वाला माप है। मध्यांक वह बिन्दु है जो कि प्रदत्त को दो समान भागों में विभक्त करता है। मध्यांक के बिन्दु से एक ओर 50 प्रतिशत प्रदत्त होते हैं तथा दूसरी ओर शेष 50 प्रतिशत प्रदत्त होते हैं। (The median is a value such that half the observations fall it and half below it.) Ferguson & Takane

मध्यांक की विशेषताएँ-

- 1) मध्यांक वह बिन्दु है जो कि प्रदत्त को दो समान भागों में विभाजित करता है।
- 2) मध्यांक पर प्रारम्भिक प्राप्तांकों तथा अन्तिम छोर (End)के प्राप्तांकों का कम प्रभाव पड़ता है।
- 3) यदि प्रदत्त सामान्य वितरण (Normal Distribution)के अनुरूप नहीं प्राप्त होता है और उसमें विषमता (Skewness)निहित होती है, तब केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के रूप में मध्यांक श्रेष्ठ परिणाम प्रदान करता है।

(Therefore in distribution that are strongly asymmetrical (skewed) or have a few very deriant scores, the median may be the better choice for measuring the central tendency.)

- 4) मध्यांक ग्राफ के द्वारा भी सरलता से ज्ञात किया जा सकता है। संचयी प्रतिशत आवृत्ति वक्र अथवा ओजाइव (Ogive) द्वारा मध्यांक को ज्ञात किया जा सकता है।
- 5) जबकि प्रदत्त अपूर्ण हों और प्रारम्भिक अथवा अन्तिम छोरों (Ends) पर प्राप्तांक छूट गये हों, तब मध्यांक की गणना करना उपयुक्त होता है।

(स) बहुलांक -

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप में तीसरा महत्वपूर्ण प्रकार बहुलांक कहलाता है। यद्यपि बहुलांक शुद्धता की दृष्टि से मध्यमान तथा मध्यांक की अपेक्षा कम शुद्ध माप है। बहुलांक को अंग्रेजी में Mode कहा जाता है। Mode शब्द फ्रेंच भाषा के La Mode से बना है, जिसका अर्थ फैशन या रिवाज होता है। जिस वस्तु का फैशन होता है, अधिकांश व्यक्ति उसी वस्तु का उपभोग करते हैं। सांख्यिकी में इसका अर्थ उस प्राप्तांक से होता है जिसकी आवृत्ति सर्वाधिक हो। (The mode is the most frequently occurring value.) हिन्दी के शब्द बहुलांक से भी (बहुल+अंक) स्पष्ट होता है, वह प्राप्तांक जिसकी प्रदत्त में बहुलता है, वही बहुलांक है।

बहुलांक की विशेषताएँ

- 1) बहुलांक का मापन अधिक सरलता से व शीघ्रता से ज्ञात किया जा सकता है।
- 2) व्यावहारिक रूप से बहुलांक का प्रयोग दैनिक जीवन में आसानी से किया जाता है।
- 3) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप में यह अधिक विश्वसनीय माप नहीं है।
- 4) बहुलांक शुद्धता की दृष्टि से मध्यमान तथा मध्यांक की अपेक्षा कम शुद्ध माप है।

2.4.2 विचलनों के माप - प्रसार, चतुर्थांक विचलन, मध्यमान विचलन, प्रामाणिक विचलन-

प्रदत्त की मध्य स्थिति अथवा केन्द्रीय स्थिति का ज्ञान मध्यमान (Mean), मध्यांक (Median) तथा बहुलांक (Mode) द्वारा सम्भव होता है, किन्तु प्रदत्त के प्राप्तांकों का फैलाव किस प्रकार का है? यह ज्ञान हमें विचलन (Variability) के माप द्वारा ही सम्भव होता है। इस प्रकार विचलन लिण्डक्यूस्ट (Lindquist) के अनुसार, “वह सीमा है जिसके अन्तर्गत प्राप्तांक मध्यमान से नीचे अथवा ऊपर फैले अथवा बिखरे होते हैं।”

(Variability is the extent to which the scores tend to scatter or spread above and below the average) E. Lindquist (1950) Design and Analysis of Experiments in Psychology and Education, 1950.)

इस प्रकार विचलन के माप मात्रात्मक रूप में उस सीमा को अभिव्यक्त करते हैं, जिसके अन्तर्गत एक वितरण में प्राप्तांक किस रूप में लगभग फैले हैं अथवा एकत्र हैं। विचलन के माप प्रदत्त की विभिन्नता को संख्यात्मक अथवा मात्रात्मक रूप में अभिव्यक्त करते हैं। इसी आधार पर टैटे (1965) का मत है कि “सम्पूर्ण सांख्यिकी विचलन का अध्ययन है। (The whole of statistics might will be characterized as the study of variability.)” M.W. Tate (1965) Statistics in Education & Psychology 1965,

विचलन के प्रमुख माप इस प्रकार हैं-

(अ) प्रसार- विचलन का मापन करने की सर्वाधिक सरल विधि प्रसार (Range) है। (The simplest measure of variability is the range) आवृत्ति वितरण (frequency distribution) के लिये सर्वप्रथम प्रसार की गणना की जाती है। प्रसार ज्ञात करने के लिये अधिकतम प्राप्तांक में से न्यूनतम प्राप्तांक को घटाया जाता है तथा 1 जोड़ दिया जाता है। इसे सूत्र रूप में इस प्रकार भी लिखा जा सकता है-

$$\text{प्रसार} = (\text{अधिकतम प्राप्तांक} - \text{न्यूनतम प्राप्तांक}) + 1$$

$$\text{Range} = (\text{Highest Score} - \text{Lowest Score}) + 1$$

(ब) चतुर्थांक विचलन- प्रसार के द्वारा विचलन का माप करने पर विभिन्न प्रदत्त के प्राप्तांकों को महत्व नहीं दिया जाता है वरन् केवल अधिकतम प्राप्तांक तथा न्यूनतम प्राप्तांक को ही आधार मानते हुए विचलन का मापन किया जाता है। प्रसार के इसी दोष को दूर करने के उद्देश्य से चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation) का मापन किया जाता है। चतुर्थांक विचलन के अन्तर्गत प्रदत्त के मध्य में स्थित 50 प्रतिशत प्राप्तांकों के आधार पर विचलन की गणना की जाती है। मध्यमान के बिन्दु से नीचे 25 प्रतिशत प्राप्तांक की सीमा को चतुर्थांक एक (Q1) कहा जाता है तथा मध्यमान के बिन्दु से ऊपर 25 प्रतिशत प्राप्तांक की सीमा को चतुर्थांक तीन (Q3) कहा जाता है। इस चतुर्थांक तीन (Q3) के मान तथा चतुर्थांक एक (Q1) के मान का अन्तर ज्ञात किया जाता है (Q3 - Q1), जिसे अन्तर्चतुर्थांक विचलन (Inter-Quartile Range or Deviation) कहा जाता है। यदि अन्तर्चतुर्थांक के मान को आधा कर दें तब इसे अर्द्ध-अन्तर्चतुर्थांक विचलन (Semi -Inter-Quartile Deviation) कहा जाता है। इस अर्द्ध-अन्तर्चतुर्थांक विचलन (Semi -Inter-Quartile Deviation) को ही चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation अथवा Q.D.) कहा जाता है तथा सूत्र रूप में इस प्रकार लिखा जाता है-

$$Q_3 - Q_1$$

$$\text{चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation \{Q.D.\})} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} .$$

इसी आधार पर लिंडक्विस्ट (Lindquist 1950) के अनुसार “चतुर्थांक विचलन प्रथम तथा तृतीय चतुर्थांक के मध्य अन्तर का आधा है। इसी कारण से इसे अर्द्ध-अन्तर्चतुर्थांक विचलन कहा जाता है।”

"Q.D. is one-half the distance between the first and third quartile and so it is called semi-inter-quartile range. (Lindquist. 1950.)

चतुर्थांक एक (Q1) तथा चतुर्थांक तीन (Q3) को क्रमशः शतांशीय मान 25 (P₂₅) तथा 75 (P₇₅) माना जाता है, अतः चतुर्थांक विचलन को सूत्र रूप में इस प्रकार भी कहा जा सकता है-

$$Q. D. = \frac{P_{75} - P_{25}}{2} .$$

इसी आधार पर गैरिट (Garrett 1973) ने चतुर्थांक विचलन को परिभाषित करते हुए लिखा है, “किसी आवृत्ति वितरण में चतुर्थांक विचलन शतांशीय मान 75 (P₇₅) तथा शतांशीय मान 25 (P₂₅) के मध्य अन्तर का आधा

है” The quartile deviation or Q is one-half the scale distance between the 75th and 25th percentiles in a frequency distribution." Garrett (1973).

(स) मध्यमान विचलन -

विचलन के माप के अन्तर्गत प्रसार तथा चतुर्थांक विचलन द्वारा वास्तव में विचलन का मापन नहीं होता है। प्रसार द्वारा प्रदत्त के अधिकतम प्राप्तांक तथा न्यूनतम प्राप्तांक की दूरी का ज्ञान होता है, वहीं चतुर्थांक विचलन केवल मध्य के 50 प्रतिशत प्राप्तांकों के आधार पर ज्ञात किया जाता है। मध्यमान विचलन जिसे औसत विचलन भी कहा जाता है, के अन्तर्गत मध्यमान से सभी प्राप्तांकों के विचलन के आधार पर गणना की जाती है। गैरिट के अनुसार “औसत विचलन जिसे मध्यमान विचलन अलग-अलग प्राप्तांकों के मध्यमान का विचलन है, जो कि उसके मध्यमान श्रृंखला से लिया जाता है” (The Average Deviation or AD (also written mean deviation or MD) is the mean of the deviation of all the separate scores in a series taken from their mean.)" *H.E. Garrett.*

मध्यमान विचलन के अन्तर्गत मध्यमान से प्रत्येक प्राप्तांक का विचलन ज्ञात किया जाता है। प्राप्त सभी विचलनों को धनात्मक मानते हुए धन (+) तथा ऋण (- चिन्हों को बिना ध्यान दिये योग कर प्राप्तांकों की संख्या (N) का भाग दिया जाता है। प्राप्त भागफल ही मध्यमान विचलन अथवा औसत विचलन कहलाता है। गिल्फर्ड के अनुसार, “औसत विचलन अथवा AD, सभी विचलनों का मध्यमान है, जबकि बीज गणितीय चिन्हों को ध्यान में नहीं रखते हैं” (The average deviation or AD is the arithmetic mean of all the deviations when we disregard the algebraic sign.) *Guilford (1979).*

(द) प्रामाणिक विचलन -

विचलन के मापन के उद्देश्य से सर्वाधिक महत्वपूर्ण तथा विश्वसनीय विधि प्रामाणिक विचलन (Standard Deviation or S.D.) है। इस विधि को 1893 में कार्ल पीयरसन (Karl Pearson) ने बताया था। अंग्रेजी में प्रामाणिक विचलन को Standard Deviation तथा संक्षेप में S.D. कहा जाता है जिसे ग्रीक चिन्ह σ (sigma) के रूप में लिखा जाता है।

विचलन के अन्य माप जैसे प्रसार के अन्तर्गत अधिकतम प्राप्तांक तथा न्यूनतम प्राप्तांक के अन्तर की केवल गणना की जाती है। मध्य के प्राप्तांक की उपेक्षा की जाती है। चतुर्थांक विचलन में केवल मध्य के 50 प्रतिशत प्राप्तांकों के आधार पर विचलन की गणना की जाती है। प्रारम्भिक तथा अन्तिम छोर के प्राप्तांकों को गणना में सम्मिलित नहीं किया जाता है। मध्यमान विचलन में बीज गणितीय चिन्हों धन (+) तथा ऋण (-) का ध्यान गणना में नहीं करते हैं, फलतः शुद्ध तथा विश्वसनीय विचलन प्राप्त नहीं होता है।

उपर्युक्त विचलन मापों में स्थित विभिन्न परिसीमाओं को दूर करते हुए विचलन का शुद्ध मापन प्रामाणिक विचलन द्वारा किया जाता है। गिल्फर्ड के अनुसार “प्रामाणिक विचलन मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलनों के वर्गों के मध्यमान का वर्गमूल होता है”

(A standard deviation is the square root of the arithmetic mean of the squared deviation of measurements from their mean.)

J.P. Guilford

2.4.3 आँकड़ों का आलेखीय प्रस्तुतीकरण-

सांख्यिकी के अन्तर्गत निम्नलिखित प्रमुख आलेखीय प्रस्तुतीकरण किये जाते हैं-

1. आवृत्ति बहुभुज - आवृत्तियों के आधार पर अनेक भुजाओं को निर्मित किया जाता है।
2. स्तम्भाकृति - आयताकार चित्र क्रमशः वर्गान्तरों की आवृत्ति के अनुसार निर्मित किये जाते हैं।
3. संचयी आवृत्ति वक्र - संचयी आवृत्ति के आधार पर वक्र की रचना की जाती है।
4. वृत्त चित्र- प्राप्त प्रतिशत के आँकड़ों को वृत्त चित्र (Pie Diagram)के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है।

2.5 विवरणात्मक सांख्यिकी के उपयोग

अब आप विवरणात्मक सांख्यिकी का अध्ययन करने के पश्चात उसके प्रमुख उपयोग बिन्दुवार समझ सकते हो-

- विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत सम्पूर्ण आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है।
- केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापकों मध्यमान, मध्यांक तथा बहुलांक की गणना द्वारा समूह की मध्य अथवा केन्द्रीय स्थिति ज्ञात की जाती है।
- विचलनों के मापकों-प्रसार, शतांशीय मान, चतुर्थांक विचलन, मध्यमान विचलन तथा प्रामाणिक विचलन की गणना द्वारा आँकड़ों के मध्य स्थित विचलन का अध्ययन किया जाता है।
- प्राप्त आँकड़ों के आधार पर आलेखीय प्रस्तुतीकरण के रूप में बार चित्र, स्तम्भाकृति, आवृत्ति बहुभुज, संचयी आवृत्ति वक्र, वृत्त चित्र आदि को प्रदर्शित किया जाता है।
- विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्रतिदर्श को संगठित करने, संक्षिप्त करने तथा वर्णन करने का प्रमुख कार्य निहित होता है।

2.6 सारांश

सांख्यिकी के दो प्रमुख प्रकार प्रथम विवरणात्मक सांख्यिकी तथा द्वितीय अनुमानात्मक सांख्यिकी हैं। विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत सम्पूर्ण आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श की केन्द्रीय प्रवृत्ति का अध्ययन मध्यमान, मध्यांक अथवा बहुलांक के द्वारा कर सकते हैं। इसी प्रकार प्रतिदर्श प्राप्तांकों के मध्य स्थित विचलन का अध्ययन प्रसार, चतुर्थांक विचलन, मध्यमान विचलन, प्रामाणिक विचलन आदि के द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

प्राप्त आँकड़ों को आलेखीय रूप में भी प्रस्तुत कर सकते हैं- जैसे बार चित्र, स्तम्भाकृति, आवृत्ति बहुभुज, संचयी आवृत्ति वक्र, वृत्त चित्र आदि। स्पष्ट है कि विवरणात्मक सांख्यिकी अत्यधिक उपयोगी सांख्यिकी है जिसके अन्तर्गत प्रतिदर्श का वर्णन करने संगठित करने तथा संक्षिप्त कर प्रस्तुत करने का उद्देश्य निहित होता है।

2.7 शब्दावली

- **केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप:** केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप के अन्तर्गत एक संक्षिप्त अंक को उपलब्ध कराना है जो कि निरीक्षण द्वारा प्राप्त सम्पूर्ण वितरण की केन्द्रीय (मध्य की) स्थिति को प्रदर्शित करता है। आँकड़ों की केन्द्रीय प्रवृत्ति मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक के रूप में स्पष्ट होती है।
 - **विचलन:** प्राप्त आँकड़ों के मध्य स्थित विभिन्नता को मात्रात्मक रूप में प्रदर्शित करता है।
 - **आलेखीय प्रस्तुतीकरण:** प्राप्त आँकड़ों को चित्र रूप में प्रदर्शित करना।
-

2.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) सांख्यिकी के दो प्रकार बतायें
- 2) केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप तीन हैं प्रथम....., द्वितीय....., तृतीय.....
- 3) विचलनों के प्रमुख माप हैं.....
- 4) केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीन मापों में सर्वाधिक शुद्ध माप है.....
- 5) विचलन का सर्वाधिक शुद्ध माप है.....
- 6) आँकड़ों का आलेखीय प्रस्तुतीकरण प्रमुख रूप में किया जाता है।
- 7) विवरणात्मक सांख्यिकी प्रस्तुतीकरण प्रमुख रूप में किया जाता है-
 अ) अनुमान से ब) आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण से

- उत्तर: 1) विवरणात्मक सांख्यिकी तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी
- 2) प्रथम- मध्यमान, द्वितीय- मध्यांक, तृतीय- बहुलांक
 - 3) मध्यमान
 - 4) प्रसार, चतुर्थांक विचलन, मध्यमान, विचलन, प्रामाणिक विचलन आदि
 - 5) प्रामाणिक विचलन
 - 6) बार चित्र, स्तम्भाकृति, आवृत्ति बहुभुज, संचयी आवृत्ति वक्र, वृत्त चित्र आदि
 - 7) ब. आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण से
-

2.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेण (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (30प्र0)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4

-
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ०प्र०)
 - Aggrawal, Y.P. (1986), Statistical Methods- concept application and computation, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
 - Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), Statistics for Psychology. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
 - Bartz, Albert E. (1985) Basic Statistical Concepts. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi.
 - Garrett, Henry E. (1981)) Statistics in Psychology and Education. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
 - Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) Fundamental Statistics for students of psychology and Education, McGraw Hill Book Company, New York.
 - Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences. McGraw Hill Book Company, New York.
-

2.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सांख्यिकी के प्रमुख प्रकार का स्पष्ट करते हुए विवरणात्मक सांख्यिकी का वर्णन कीजिये।
2. विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों का संक्षिप्त वर्णन करें।
3. विवरणात्मक सांख्यिकी के उपयोग स्पष्ट करें।
4. विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत आँकड़ों के आलेखीय प्रस्तुतीकरण की आवश्यकता स्पष्ट करें।
5. विचलन के प्रमुख मापों का संक्षेप में वर्णन करें।

इकाई-3 अनुमानात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग, विवरणात्मक व अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर(Inferential Statistics and its Uses; Difference Between Descriptive and Inferential Statistics)

इकाई सरंचना

- 3.1 प्रस्तावना
- 3.2 उद्देश्य
- 3.3 अनुमानात्मक सांख्यिकी
- 3.4 प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी
- 3.5 विवरणात्मक तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर
- 3.6 अनुमानात्मक सांख्यिकी के उपयोग
- 3.7 सारांश
- 3.8 शब्दावली
- 3.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 3.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 3.11 निबन्धात्मक प्रश्न

3.1 प्रस्तावना

इससे पहले आप ने सांख्यिकी के दो प्रमुख प्रकार में प्रथम विवरणात्मक सांख्यिकी को समझा था। किस प्रकार विवरणात्मक सांख्यिकी द्वारा सम्पूर्ण आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है। अब सांख्यिकी के दूसरे महत्वपूर्ण प्रकार अनुमानात्मक सांख्यिकी को समझना भी आवश्यक है।

इस इकाई का अध्ययन कर आप अनुमानात्मक सांख्यिकी तथा इसके उपयोग को समझ सकते हो। साथ ही विवरणात्मक सांख्यिकी तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर भी समझ सकते हो। सांख्यिकी की आधारभूत विशेषताओं के आधार पर प्राचलिक सांख्यिकी तथा अप्राचलिक सांख्यिकी इन दो वर्गों में विभक्त किया जाता है। इस इकाई में इन दो प्रकार की सांख्यिकी को भी आप को समझाया जायेगा।

3.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप-

1. अनुमानात्मक सांख्यिकी को स्पष्ट कर सकते हैं।
2. विवरणात्मक तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर स्पष्ट कर सकते हैं।
3. अनुमानात्मक सांख्यिकी की उपयोगिता स्पष्ट कर सकते हैं।
4. प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी में अन्तर स्पष्ट कर सकते हैं।

5. अनुमानात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्रमुख सांख्यिकी विधियों को जान सकते हैं।

3.3 अनुमानात्मक सांख्यिकी

प्रतिदर्श प्रदत्तों के आधार पर जनसंख्या की विशेषताओं का अनुमान करने की सांख्यिकीय प्रक्रिया को अनुमानात्मक सांख्यिकी के रूप में माना जाता है। “Statistical procedures used in drawing of inferences about the properties of population from sample data are frequently referred to as inferential statistics.

Ferguson and Takane (1995)

प्रायः अनुसन्धान के अन्तर्गत समस्त जनसंख्या के स्थान पर जनसंख्या के एक छोटे समूह पर अध्ययन किया जाता है। इस छोटे समूह को प्रतिदर्श कहा जाता है, जो कि सम्पूर्ण जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करता है। इसी प्रतिदर्श के अध्ययन के आधार पर सम्पूर्ण जनसंख्या के सम्बन्ध में अनुमान लगाया जाता है अतः इसे अनुमानात्मक सांख्यिकी कहा जाता है। अनुमानात्मक सांख्यिकी का तात्पर्य उन सांख्यिकी प्रक्रियाओं से हैं, जिनके द्वारा अनुमान लगाये जाते हैं। यह अनुमान प्रतिदर्श के आधार पर लगाया जाता है, अतः इसे प्रतिचयन सांख्यिकी भी कहा जाता है। (Inferential statistics is the use of statistical procedures for the making of inferences.)

इस प्रकार की सांख्यिकी में टी-परीक्षण (t-test), प्रसरण-विश्लेषण (Analysis of variance), काई वर्ग (Chi-square) आदि विधियों का प्रयोग किया जाता है। इन विधियों द्वारा प्रतिदर्श से प्राप्त आँकड़ों का विश्लेषण कर सम्पूर्ण समूह (जनसंख्या) के सम्बन्ध में वैज्ञानिक मापदण्ड के आधार पर अनुमान लगाया जाता है तथा महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकाले जाते हैं।

3.4 प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी

आधारभूत विशेषताओं के आधार पर सांख्यिकी को दो वर्गों में विभाजित किया जा सकता है- प्रथम प्राचलिक एवं द्वितीय अप्राचलिक सांख्यिकी।

1. प्राचलिक सांख्यिकी (Parametric Statistics) -

प्राचल से अभिप्राय सम्पूर्ण जनसंख्या अथवा समष्टि के किसी तत्व विशेष के वास्तविक ज्ञान से है। परन्तु सम्पूर्ण जनसंख्या के प्राचल मूल्य को ज्ञात करना एक कठिन तथा प्रायः असम्भव कार्य है। तब सम्पूर्ण जनसंख्या के प्रतिदर्श के आधार पर वास्तविक ज्ञान अथवा प्राचल मूल्य का अनुमान लगाया जाता है। जिन सांख्यिकी विधियों द्वारा यह अनुमान लगाया जाता है उन विधियों को प्राचलिक सांख्यिकी कहा जाता है। प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग केवल वहीं किया जा सकता है जबकि प्राप्त आँकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप, विचलन की समजातीयता तथा प्रतिदर्श की अनियमितता आदि आधारभूत विशेषताएँ निहित होती हैं। प्राचलिक सांख्यिकी विधियों के अन्तर्गत टी परीक्षण, क्रान्तिक अनुपात, प्रसरण विश्लेषण आदि की गणना की जाती है।

2. अप्राचलिक सांख्यिकी (Non Parametric Statistics) -

जहाँ प्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत आधारभूत आवश्यक विशेषताओं का अभाव होता है, वहाँ अप्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग किया जाता है। आधारभूत मान्यता तथा प्रतिबन्धों में शिथिलता के कारण इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी कहा जाता है। इस प्रकार प्राचलिक सांख्यिकी की विशेषताओं के विपरीत अप्राचलिक सांख्यिकी मानी जाती है। सम्पूर्ण जनसंख्या के प्राचल मूल्य से इसका कोई सम्बन्ध नहीं होता है। अप्राचलिक सांख्यिकी वितरण की सामान्यता विचलन की समजातीयता तथा प्रतिदर्श की अनियमितता आदि आधारभूत विशेषताओं पर आधारित नहीं होती हैं। अप्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत कई वर्ग मध्यांक परीक्षण, चिन्ह परीक्षण, स्पीयरमैन का क्रम अन्तर विधि सह सम्बन्ध आदि विधियों का प्रयोग किया जाता है।

3.5 विवरणात्मक तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर

विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्राप्त आँकड़ों के आधार पर प्रतिदर्श अथवा सम्पूर्ण जनसंख्या की विशेषताओं का वर्णन प्रस्तुत किया जाता है अतः इसे वर्णनात्मक अथवा विवरणात्मक सांख्यिकी कहा जाता है। इसके विपरीत प्रतिदर्श के आँकड़ों के आधार पर सम्पूर्ण जनसंख्या की विशेषताओं का अनुमान लगाया जाता है। अनुमान करने की सांख्यिकी प्रक्रिया को ही अनुमानात्मक सांख्यिकी कहा जाता है। विवरणात्मक सांख्यिकी तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी के मध्य अन्तर को एक सरल उदाहरण द्वारा आप अधिक स्पष्ट समझ सकते हो। एक विश्वविद्यालय में 10,000 छात्र-छात्रायें अध्ययन करते हैं। हमने प्रतिदर्श के रूप में 250 छात्र व 250 छात्राओं का चयन कर उनकी बौद्धिक योग्यता का परीक्षण किया। विवरणात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत 250 छात्रों व छात्राओं की बौद्धिक योग्यता का मध्यमान, प्रामाणिक विचलन तथा बार चित्र द्वारा आलेखीय प्रस्तुतीकरण कर सकते हैं। दोनों समूह के मध्यमान का तुलनात्मक अध्ययन कर ज्ञात हो जायेगा कि किस समूह की बौद्धिक योग्यता अधिक है। इसे ही बार चित्र द्वारा प्रदर्शित भी कर सकते हैं। अब प्रश्न उठता है कि छात्र व छात्राओं की बौद्धिक योग्यता के मध्य सार्थक अन्तर है अथवा नहीं? इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने के उद्देश्य से यदि हम दोनो समूह के मध्य 'टी' परीक्षण की गणना करें तथा 'टी' का मान 2.50 प्राप्त हो। तब स्पष्ट है कि जिस समूह का मध्यमान अधिक है (छात्र अथवा छात्रा) वह समूह सार्थक रूप से उच्च बौद्धिक योग्यता रखता है। यह परिणाम केवल 250 छात्रों व 250 छात्राओं के (प्रतिदर्श) परिणाम नहीं है वरन् सम्पूर्ण विश्वविद्यालय के 10,000 विद्यार्थियों (छात्र व छात्रा) के परिणाम माने जाते हैं। इसे ही अनुमानात्मक सांख्यिकी कहा जाता है। प्रतिदर्श के आँकड़ों (250 छात्र व 250 छात्रा) के आधार पर सम्पूर्ण जनसंख्या (10,000 विश्वविद्यालय के विद्यार्थी) की बौद्धिक योग्यता का अनुमान लगाने की प्रक्रिया ही अनुमानात्मक सांख्यिकी है।

3.6 अनुमानात्मक सांख्यिकी के उपयोग

उपर्युक्त उदाहरण के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी के निम्नलिखित उपयोग हैं-

- 1) अनुमानात्मक सांख्यिकी विभिन्न प्रकार के अनुसन्धानों का आधार है।
- 2) सम्पूर्ण जनसंख्या में से एक छोटे समूह का प्रतिदर्श के रूप में चयन कर अनुमानात्मक सांख्यिकी द्वारा अध्ययन कर सकते हैं।

- 3) प्रतिदर्श के आधार पर प्राप्त परिणामों के द्वारा सम्पूर्ण जनसंख्या के सन्दर्भ में अनुसन्धान निष्कर्ष ज्ञात किये जा सकते हैं।
- 4) इसी कारण से अनुमानात्मक सांख्यिकी को निष्कर्षात्मक सांख्यिकी भी कहा जाता है।
- 5) अनुमानात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्रमुख रूप से टी-परीक्षण प्रसरण-विश्लेषण, काई वर्ग, मान विटने यू परीक्षण आदि सांख्यिकी विधियों का प्रयोग किया जाता है।

3.7 सारांश

प्रतिदर्श के अध्ययन के आधार पर सम्पूर्ण जनसंख्या के सम्बन्ध में अनुमान लगाया जाता है अतः इसे अनुमानात्मक सांख्यिकी भी कहा जाता है। अनुमानात्मक सांख्यिकी का तात्पर्य उन सांख्यिकी प्रक्रियाओं से है, जिनके द्वारा अनुमान लगाये जाते हैं। यह अनुमान प्रतिदर्श के आधार पर लगाया जाता है, अतः इसे प्रतिचयन सांख्यिकी भी कहा जाता है।

आधारभूत विशेषताओं के आधार पर सांख्यिकी को प्राचलिक का प्रयोग केवल वही किया जा सकता है, जबकि प्राप्त आँकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप होता है तथा प्रतिदर्श की अनियमितता (randomness), विचलन की समजातीयता (homogeneity of variation) आदि आधारभूत विशेषताएँ निहित होती हैं। जबकि अप्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत उक्त आधारभूत विशेषताओं की कमी होती है प्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत काई वर्ग, टी-परीक्षण, क्रान्तिक अनुपात, प्रसरण विश्लेषण आदि की गणना की जाती है, जबकि अप्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत काई वर्ग, मध्यांक परीक्षण, चिह्न परीक्षण, स्पीरमैन की क्रम अन्तर विधि सहसम्बन्ध, मान विटने यू परीक्षण (Mann-Whitney U test) आदि की गणना की जाती है।

3.8 शब्दावली

- **प्रतिदर्श:** प्रतिदर्श जनसंख्या का वह भाग है, जो कि निहित उद्देश्य के लिये सम्पूर्ण जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करता है ताकि प्रतिदर्श पर आधारित निश्चित निष्कर्ष सम्पूर्ण जनसंख्या के लिये वैध हो सकें।
- **जनसंख्या:** वह सम्पूर्ण समूह जिसमें से प्रतिदर्श का चयन किया जाता है, उसे जनसंख्या (**population**) अथवा समग्र (**universe**) कहा जाता है।
- **टी परीक्षण/क्रान्तिक अनुपात:** टी परीक्षण (t-test) का मान दो समूहों के मध्यमानों के अन्तर ($M_1 - M_2$) की प्रामाणिक त्रुटि का अनुपात होता है। टी-परीक्षण के द्वारा दो मध्यमानों के मध्य स्थित अन्तर की सार्थकता का अध्ययन किया जाता है। यदि प्रतिदर्श समूह की संख्या (N) 30 से अधिक होता है, तब इस प्रकार के अन्तर का अध्ययन क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) द्वारा करते हैं।
- **प्रसरण विश्लेषण:** टी परीक्षण का उद्देश्य दो प्रतिदर्श समूह के प्राप्तियों के मध्य सार्थक अन्तर का अध्ययन करना होता है, जबकि प्रसरण विश्लेषण के द्वारा दो से अधिक प्रतिदर्श समूहों के प्राप्तियों के मध्य सार्थक अन्तर का अध्ययन करना होता है।

- **काई वर्ग:** काई वर्ग अप्राचलिक सांख्यिकी की प्रमुख सांख्यिकी विधि है जिसके अन्तर प्रेक्षित आवृत्ति (Observed Frequency) तथा प्रत्याशित आवृत्ति (Expected Frequency) के अन्तर की व्याख्या की जाती है।

3.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) अनुमानात्मक सांख्यिकी को निष्कर्षात्मक सांख्यिकी के अतिरिक्त क्या कहा जाता है?
- 2) अनुमानात्मक सांख्यिकी का सम्बन्ध है (अ) आँकड़ों के प्रस्तुतीकरण से (ब) अनुमान से.....
- 3) आधारभूत विशेषता के आधार पर सांख्यिकी के दो प्रकार हैं प्रथम प्राचलिक सांख्यिक जबकि द्वितीय.....
- 4) प्राचलिक सांख्यिकी इस मान्यता पर आधारित होती है कि आँकड़ों का स्वरूप..... वितरण वक्र के अनुरूप है।
- 5) प्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्रमुख सांख्यिकी विधियाँ हैं.....
- 6) अप्राचलिक सांख्यिकी के अन्तर्गत प्रमुख सांख्यिकी विधियाँ हैं.....

- उत्तर: 1. प्रतिचयन सांख्यिकी 2. (ब) अनुमान से
 3. अप्राचलिक सांख्यिकी 4. सामान्य (Normal)
 5. टी-परीक्षण तथा प्रसरण विश्लेषण
 6. काई-वर्ग, मध्यांक परीक्षण, चिह्न परीक्षण आदि

3.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेश (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (30प्र0)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (30प्र0)
- Aggrawal, Y.P. (1986), Statistical Methods- concept application and computation, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), Statistics for Psychology. Pearson Prentice Hall, New Delhi.

-
- Bartz, Albert E. (1985) Basic Statistical Concepts. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi.
 - Garrett, Henry E. (1981)) Statistics in Psychology and Education. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
 - Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) Fundamental Statistics for students of psychology and Education, McGraw Hill Book Company, New York.
 - Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences. McGraw Hill Book Company, New York.
-

3.12 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सांख्यिकी की विभिन्न प्रकारों का वर्णन कीजिये।
 2. वर्णनात्मक तथा अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर स्पष्ट करें।
 3. प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी में अन्तर स्पष्ट करें।
 4. अनुमानात्मक सांख्यिकी के उपयोग का वर्णन करें।
-

इकाई-4 सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रकृति तथा विशेषताएँ(Nature and Characteristics of Normal Probability Curve)

इकाई संरचना

- 4.1 प्रस्तावना
- 4.2 उद्देश्य
- 4.3 सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ
- 4.4 सम्भाव्यता का अर्थ
- 4.5 सम्भाव्यता अनुपात
- 4.6 सम्भाव्यता के नियम
- 4.7 द्विपद वितरण
- 4.8 सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताएँ
- 4.9 सारांश
- 4.10 शब्दावली
- 4.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 4.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 4.13 निबन्धात्मक प्रश्न

4.1 प्रस्तावना

इससे पहले आपने सांख्यिकी का अर्थ, प्रकार तथा सांख्यिकी के विभिन्न उपयोग को समझा था। सांख्यिकी की आधारभूत विशेषताओं के आधार पर प्राचलिक सांख्यिकी तथा अप्राचलिक सांख्यिकी के प्रमुख अन्तर को भी आपने समझा था। प्राचलिक सांख्यिकी का प्रयोग केवल वहाँ किया जाता है, जहाँ प्राप्त आँकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप होता है।

इस इकाई में सामान्य वितरण (Normal distribution) को विस्तारपूर्वक समझाया जायेगा। इस इकाई का अध्ययन कर आप सम्भाव्यता वक्र का अर्थ, सामान्य सम्भाव्यता वक्र तथा उसकी विशेषताओं को समझ सकते हो। इसके साथ ही सम्भाव्यता अनुपात, सम्भाव्यता के नियम तथा द्विपद वितरण के बारे में भी आप को समझाया जायेगा।

4.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप-

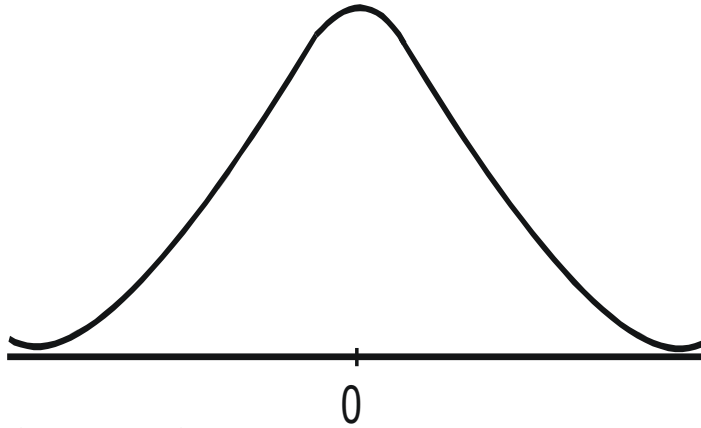
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ समझ सकते हैं।

- सम्भाव्यता अनुपात तथा सम्भाव्यता के नियम समझ सकते हैं।
- द्विपद वितरण को स्पष्ट कर सकते हैं।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र को स्पष्ट कर सकते हैं।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं को समझ सकते हैं।

4.3 सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ

सामान्य वितरण एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके आधार पर प्रकृति की विभिन्न विशेषताओं की व्याख्या करने का प्रयास किया जाता है। सामान्य वितरण के मध्य में प्राप्तांक सर्वाधिक होते हैं तथा क्रमशः दोनों किनारों पर घटते जाते हैं। सामान्य वितरण के आधार पर जो वक्र निर्मित होता है उसे सामान्य वितरण वक्र कहा जाता है। सामान्य वितरण वक्र (Normal Distribution Curve) जिसे सामान्य सम्भाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) भी कहा जाता है, वह सममित (Symmetrical) वक्र है जो मध्य में सबसे अधिक ऊँचा होता है तथा क्रमशः दोनों किनारों की ओर घटता जाता है, किन्तु आधार रेखा से स्पर्श नहीं करता है। इसका आकार घण्टाकार (bell-shaped) होता है। (The frequency curve, which is bell-shaped, is the normal curve or normal distributio - Ferguson & Takane (1989)

कार्ल पीयर्सन के अनुसार सर्वप्रथम 1733 में गणितशास्त्री अब्राहम डी मोवरे (Abraham De Moivre 1677-1754) द्वारा इस वक्र का उपयोग संयोग के खेल आदि से सम्बन्धित विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिये किया, जो कि लन्दन के जुआरियों (Gamblers) में लोकप्रिय हुआ। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम मोवरे ने किया अतः इसे मोवरे वक्र (Moivre's Curve) भी कहा जाता है।



स्विट्जरलैण्ड के गणितज्ञ बरनोली (Bernolli 1668-1748) का विचार था कि सामान्य वितरण वक्र द्वारा आर्थिक तथा नैतिक आदि कारकों का अध्ययन किया जा सकता है। फ्रांसीसी खगोलशास्त्री लाप्लेस (Laplace, 1749-1827) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के आधार पर सम्भाव्यता के नियम का उल्लेख किया गया। जर्मन खगोलशास्त्री गौस (Gauss, 1777-1855) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के द्वारा आकस्मिक त्रुटियों के आधार पर संयोग सिद्धान्त का प्रतिपादन किया, अतः सामान्य वितरण वक्र को गौस का वक्र भी कहा जाता है। तत्पश्चात् बैल्जियम के सांख्यिकी विद्वान क्यूटले (Quetelet, 1796-1874) द्वारा सामान्य वितरण वक्र का

प्रयोग निरीक्षण की त्रुटियों के अतिरिक्त समष्टि के विभिन्न कारकों जैसे मानसिक तथा नैतिक शीलगुणों से सम्बन्धित विभिन्न क्षेत्रों में किया जा सकता है।

इस प्रकार वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं। प्रत्येक व्यक्ति के शीलगुणों जैसे बुद्धि, रूचि, चिन्ता, संवेगात्मक परिपक्वता, सामाजिकता, समायोजन, आदि में व्यक्तिगत भिन्नता निहित होती है। यदि एक विशाल समूह का अध्ययन करें तब पायेंगे कि अधिकांश व्यक्तियों में औसत स्तर पर शीलगुण विद्यमान होते हैं। बहुत कम व्यक्तियों में औसत से अधिक शीलगुण विद्यमान होते हैं। उदाहरणार्थ यदि किसी विशाल जनसमूह के व्यक्तियों के बुद्धि स्तर का अध्ययन करें तब पायेंगे कि अधिकांश व्यक्तियों की बुद्धि औसत स्तर की है, जबकि बहुत कम व्यक्ति औसत से अधिक अर्थात् तीव्र बुद्धि के हैं और बहुत कम व्यक्ति औसत से कम अर्थात् मन्दबुद्धि के दृष्टिगत होते हैं। इस प्रकार विभिन्न शीलगुणों में से किसी भी गुण का अध्ययन करने पर एक सामान्य वितरण वक्र निर्मित होता है, जिसके आधार पर समूह की विशेषताओं का सम्भाव्यता अथवा प्रायिकता का अध्ययन किया जा सकता है। इसी कारण सामान्य वितरण वक्र को सामान्य सम्भाव्यता वक्र भी कहा जाता है।

जनसंख्या में स्थित मनोवैज्ञानिक शीलगुण सामान्य वितरण वक्र के रूप में सम्भावित हैं, इस धारणा के आधार पर ही सम्भाव्यता सिद्धान्त आधारित है और इसी सिद्धान्त के आधार पर सम्पूर्ण समूह में किसी गुण विशेष की सम्भावना कितनी है अथवा किसी घटना के घटित होने की सम्भावना कितनी है? इसका अध्ययन किया जा सकता है। जैसा कि गैरिट का विचार है कि “अधिकतर प्राकृतिक गोचरों और कुछ विशिष्ट परिस्थितियों में अधिकांश मनोवैज्ञानिक और सामाजिक शीलगुणों के मापनों में अपने मध्यमानों के समीप इस प्रकार सममित रूप से वितरित होने की प्रवृत्ति सामान्य वितरण वक्र के ही अनुपात में प्राप्त होती है।”

"Measurement of many natural phenomena and of many mental and social traits under certain conditions tend to be distributed symmetrically about their means in proportions which approximate those of the normal probability distribution"

4.4 सम्भाव्यता का अर्थ

किसी विशेष घटना के घटित होने का पूर्वानुमान ही सम्भाव्यता को व्यक्त करता है। गैरिट (Garrett)के द्वारा सामान्य घटनाओं के मध्य किसी घटना के घटित होने की सम्भावित आवृत्ति के रूप में सम्भाव्यता को परिभाषित किया है। (The probability of a given event is defined as the expected frequency of this event among events of a like sort.) इस प्रकार दूसरे शब्दों में सम्भाव्यता सामान्य रूप से एक घटना, 100 बार में से कितनी बार घटित होगी को स्पष्ट करती है।

(The probability of an event will be defined as the number of times out of 100 that the event would occur.) Underwood, Taylor, Duncan and Cotton: Elementary Statistics. 1954.

यदि एक सिक्के को उछाला जाये तब उसके चित्त तथा पट गिरने की सम्भावना समान है। सिक्का चित्त गिरेगा इसकी सम्भावना $1/2$ है, जबकि सिक्का पट गिरेगा इस बात की भी सम्भावना $1/2$ है।

4.5 सम्भाव्यता अनुपात

किसी घटना के घटित होने की सम्भाव्यता को गणितीय रूप में एक अनुपात के रूप में व्यक्त किया जाता है, इसे ही सम्भाव्यता अनुपात कहा जाता है। गैरिट (Garrett) के अनुसार सम्भाव्यता अनुपात उस भिन्न से परिभाषित किया जा सकता है, जिसका अंश वांछित परिणामों के बराबर होता है एवं जिसका हर कुल सम्भव परिणामों के योग को इंगित करता है।

(Probability ratios are defined by the fraction, the numerator of which equals the desired outcomes and the denominator of which equals the total possible outcomes.)

सूत्र रूप में -

$$\text{सम्भाव्यता अनुपात} = \frac{\text{वांछित परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}}$$

एक सिक्के के उछालने पर चित्त गिरने की सम्भावना $1/2$ तथा पट गिरने की सम्भावना अनुपात $1/2$ है। सम्भाव्यता अनुपात की मात्रा शून्य से **1.00** तक होती है। शून्य मात्रा का अर्थ है घटना के घटित न होने की पूर्ण सम्भावना, जबकि **1.00** का अर्थ है घटना के घटित होने की पूर्ण सम्भावना होती है। घटना के घटित होने की सम्भावना p तथा घटना के घटित न होने की सम्भावना q दोनों का योग **1.00** होता है। सिक्के के चित्त आने की सम्भावना तथा पट आने की सम्भावना का योग ($1/2 + 1/2 = 1$) **1.00** ही है। इसी प्रकार यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाये तब ऐसी स्थिति में निम्नलिखित चार सम्भावनायें होंगी-

1	2	3	4
दोनों चित्त	पहला चित्त दूसरा पट	पहला पट दूसरा चित्त	दोनों पट
(H H)	(HT)	(T H)	(TT)
$1/4$	$1/4$	$1/4$	$1/4$
+ + + + = 1			

4.6 सम्भाव्यता के नियम

सम्भाव्यता के नियम को समझने से पूर्व घटनाओं के प्रकार को समझना आवश्यक है। घटनाओं के प्रमुख रूप से निम्नलिखित प्रकार हैं-

सरल घटना (Simple Events)- जब एक समय में केवल एक ही घटना घटित होती है। जैसे एक सिक्के को उछालने पर चित्त अथवा पट का होना।

संयुक्त घटना (Compound Event)- जब एक घटना एक से अधिक प्रकार से घटित होती है। जैसे एक साथ कई सिक्कों को उछालना अथवा एक साथ कई पांसों को फेंकना आदि।

जब संयुक्त रूप में घटित घटनायें एक दूसरे को प्रभावित नहीं करती हैं तब इन्हें स्वतन्त्र घटनायें कहते हैं। जैसे-दो सिक्के एक साथ उछालने पर पहले सिक्के के चित्त अथवा पट गिरने का प्रभाव दूसरे सिक्के के चित्त अथवा पट गिरने को प्रभावित नहीं करता है।

इसके विपरीत जब एक घटना का प्रभाव दूसरी घटना को प्रभावित करता है तब इन्हें परतन्त्र अथवा आश्रित घटनायें कहते हैं। जैसे ताश के 52 पत्तों में से एक हुकूम का इक्का निकाला जाये तथा उसे पुनः पत्तों में न मिलाया जाये तब ऐसी स्थिति में शेष पत्तों में से तीन बचे इक्कों के निकलने की सम्भावना पहली घटना से प्रभावित होती है, जिसे परतन्त्र घटना कहा जाता है। पहले इक्के के निकलने की सम्भावना $4/52$ थी जबकि अन्य तीन इक्के निकलने की अब सम्भावना $3/51$ है।

इसी प्रकार परस्पर विरोधी घटनायें वे घटनायें होती हैं, जो कि एक साथ घटित नहीं हो सकती हैं अर्थात् एक घटना के घटित होने पर दूसरी घटना घटित नहीं हो सकती है। जैसे सिक्के के चित्त गिरने पर पट गिरने की सम्भावना समाप्त हो जाती है।

सम्भाव्यता के दो प्रमुख नियम होते हैं-

1. सम्भाव्यता के योग का नियम (Adding Law of Probability)-

परस्पर विरोधी घटनाओं के घटित होने की सम्भाव्यता उन सभी घटनाओं की अलग-अलग सम्भाव्यताओं का योग होती है। (The probability of occurrence of any one of several particular events is the sum of their individual probabilities, provided that they are mutually exclusive.) Minium & others यदि ताश के 52 पत्तों में से हम एक किसी पत्ते को निकालते हैं और यह सम्भाव्यता ज्ञात करना चाहते हैं कि निकाला हुआ एक पत्ता हुकूम का इक्का होगा अथवा पान का इक्का होगा? तब ऐसी स्थिति में हुकूम का इक्का होने की सम्भाव्यता होगी $1/52$ तथा इसी प्रकार पान का इक्का होने की सम्भाव्यता भी $1/52$ होगी। अब यदि केवल एक निकाला गया पत्ता हुकूम का इक्का होगा अथवा पान का इक्का होगा यह जानने के लिये दोनों सम्भाव्यता अनुपात का योग कर सम्भाव्यता $\frac{1}{52} + \frac{1}{52} = \frac{2}{52} = 0.385$ ज्ञात करते हैं। इस प्रकार दोनों पत्तों के निकलने की अलग-अलग सम्भाव्यता $\frac{1}{52}$ व $\frac{1}{52}$ का योग कर $\left(\frac{1}{52} + \frac{1}{52}\right)$ हम सम्भाव्यता ज्ञात करते हैं। यह घटनायें परस्पर विरोधी घटनायें हैं, क्योंकि यदि निकाला गया एक पत्ता जो भी होगा वह दूसरी घटना के घटित होने की सम्भावना को स्वतः समाप्त कर देगा।

अन्य उदाहरण

साँप सीढ़ी खेल में प्रयुक्त वर्गाकार पांसे जिसमें 1 से 6 बिन्दु सभी ओर बने होते हैं। पांसे को एक बार उछालने पर उसमें ऊपर 4 व 6 आने की क्या सम्भावना है?

पांसे को उछालने पर 4 आने की सम्भावना = $1/6$

पांसे को उछालने पर 6 आने की सम्भावना = $1/6$

पांसे को एक बार उछालने पर 4 व 6 आने की

$$\text{सम्भावना} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = 0.333$$

2. सम्भाव्यता का गुणन नियम (The Multiplicative Law of Probability)-

दो अथवा दो से अधिक परस्पर स्वतन्त्र घटनाओं के संयुक्त रूप में घटित होने की सम्भाव्यता उनकी अलग-अलग सम्भाव्यताओं का गुणनफल होती है। (The probability of several particular events occurring successively or jointly is the product of their separate probabilities, provided that the generating events are independent.) Minium & others 1989.

यदि हम तीन बार सिक्का उछालें तब उसके तीनों बार चित्त आने की सम्भाव्यता गुणन नियम द्वारा ज्ञात करते हैं। चित्त आने की सम्भाव्यता $1/2$ है, अतः तीन बार चित्त आने की सम्भाव्यता होगी।

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = 0.125$$

तीन बार सिक्का उछालने की घटना परस्पर स्वतन्त्र घटना है, क्योंकि एक के घटित होने का दूसरे के घटित होने पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। (the way the first toss falls has no influence on the way the second toss will fall.) यदि इस प्रकार की स्वतन्त्र घटनायें हैं, तब उक्त नियम द्वारा सम्भाव्यता ज्ञात करते हैं।

4.7 द्विपद वितरण

द्विपद का अर्थ है दो पद, एक पद घटना की सफलता तथा दूसरा पद घटना की विफलता को व्यक्त करता है। सफलता तथा विफलता दोनों की सम्भाव्यता बराबर-बराबर होती है। द्विपद वितरण का प्रतिपादन स्विस गणितज्ञ जेम्स बर्नोली (James Bernoulli) द्वारा किया गया था, अतः इसे बर्नोली वितरण (Bernoulli Distribution) भी कहा जाता है। जिन क्षेत्रों में घटनाओं की सफलता-असफलता के आधार पर दो भागों में विभाजित किया जा सकता है, (Dichotomous Classification) वहां द्विपद वितरण का प्रयोग किया जा सकता है। द्विपद वितरण एक प्रकार का सम्भाव्यता वितरण है जो कि विभिन्न प्रयासों में घटित विशेष सापेक्षिक आवृत्तियों को प्रदर्शित करता है।

("When observations are dichotomous (Classified in just two categories), we can construct a distribution that shows each possible outcome and its probability for a specified number of trials. This binomial distribution is a probability distribution that shows the relative frequency with which particular outcomes would occur over an infinite number of trials.")

Minium, King and Bear

यदि हम दो सिक्के एक साथ उछालें तब उसके परिणाम चार समूहों में विभाजित कर सकते हैं-

(1)	(2)	(3)	(4)
H.H	HT	TH	TT
दोनों सिक्के चित्त गिरें	पहला चित्त व दूसरा पट गिरे	पहला पट व दूसरा चित्त गिरे	दोनों ही सिक्के पट गिरें

यदि इन परिणामों को अनुपात में व्यक्त करें तब दोनों सिक्के चित्त गिरने की सम्भावना $\frac{1}{4}$ तथा दोनों सिक्के पट गिरने की सम्भावना $\frac{1}{4}$ है। इसी प्रकार पहला चित्त/पट व दूसरा चित्त/पट गिरने की सम्भावना $\frac{1}{2}(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})$ है। अतः सम्भाव्यता अनुपात का योग $\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=1$ होता है।

यदि सिक्कों की संख्या को बढ़ा दिया जाये अर्थात् कई सिक्के एक साथ उछाले जायें तब भी सम्भाव्यता अनुपात ज्ञात किया जा सकता है, किन्तु उक्त प्रक्रिया अत्यन्त जटिल सिद्ध होगी। सम्भाव्यता अनुपात सरलता से ज्ञात करने के लिये द्विपद विस्तार (Binomial expansion) सूत्र का प्रयोग किया जाता है-

$$(P+Q)^N$$

जबकि P = प्रथम घटना के घटित होने की सम्भावना

Q = दूसरी घटना के घटित होने की सम्भावना

N = घटकों की संख्या

यदि हम दो सिक्के एक साथ उछालते हैं तब उपर्युक्त सूत्र के अनुसार चित्त आने की सम्भाव्यता P होगी तथा पट आने की सम्भाव्यता Q होगी। दो सिक्कों की संख्या N होगी अतः सूत्र रूप में-

$$(H+T)^2$$

द्विपद विस्तार के लिये $(H+T)$ का गुणा $(H+T)$ में करेंगे-

$$\begin{array}{r} H+T \\ \times H+T \\ \hline HT + T^2 \\ \hline H^2 + HT \\ \hline H^2 + 2HT + T^2 \end{array}$$

$H^2 + 2HT + T^2$ परिणाम के आधार पर-

$$H^2 = \text{दोनों चित्त आने की सम्भाव्यता अनुपात (चार में से एक)} = \frac{1}{4}$$

2HT=एक सिक्का चित्त (H) व एक सिक्का पट (T) आने का सम्भाव्यता

अनुपात (चार में से दो) = $\frac{1}{2}$

T^2 =दोनों सिक्के पट आने की सम्भाव्यता अनुपात (चार में से एक) = $\frac{1}{4}$

2HT=एक सिक्का चित्त (H) व एक सिक्का पट (T) आने का सम्भाव्यता

अनुपात (चार में से दो) = $\frac{1}{2}$

T^2 =दोनों सिक्के पट आने की सम्भाव्यता अनुपात (चार में से एक) = $\frac{1}{4}$

सम्भाव्यता अनुपात का योग = $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1.00$

इसी प्रकार यदि तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाये तो निम्नलिखित 8 समूह सम्भव हैं।

(1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8)

HHH HHT HTH THH HTT THT TTH TTT

द्विपद विस्तार इस प्रकार ज्ञात होगा-

$$(H+T)^3 = H^3 + 3H^2 T + 3HT^2 + T^3$$

$$\text{सम्भाव्यता अनुपात } \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = 1.00$$

यदि दस सिक्कों को एक साथ उछाला जाये तब ऐसी स्थिति में 1024 सम्भावित परिणाम होंगे तथा

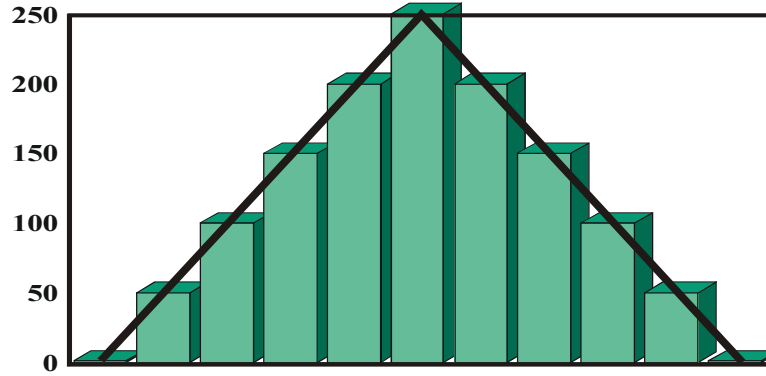
द्विपद विस्तार इस प्रकार होगा-

$$(H+T)^{10} = H^{10} + 10H^9 T + 45H^8 T^2 + 120H^7 T^3 + 210H^6 T^4 + 252H^5 T^5 + 210H^4 T^6 + 120H^3 T^7 + 45H^2 T^8 + 10HT^9 + T^{10}$$

सम्भाव्यता अनुपात -

$$= \frac{1}{1024} + \frac{10}{1024} + \frac{45}{1024} + \frac{120}{1024} + \frac{210}{1024} + \frac{252}{1024} + \frac{210}{1024} + \frac{120}{1024} + \frac{45}{1024} + \frac{10}{1024} + \frac{1}{1024} = 1.00$$

यदि उपर्युक्त द्विपद विस्तार के आधार पर आलेखीय वक्र निर्मित किया जाये तब वह सामान्य सम्भाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) के समरूप होगा।



पास्कल (Pascal) द्वारा इन गुणांको में एक निश्चित सम्बन्ध पाया गया जिसे पास्कल त्रिभुज (Pascal's Triangle) कहा जाता है।

N घटकों की संख्या	गुणांक	योग
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024

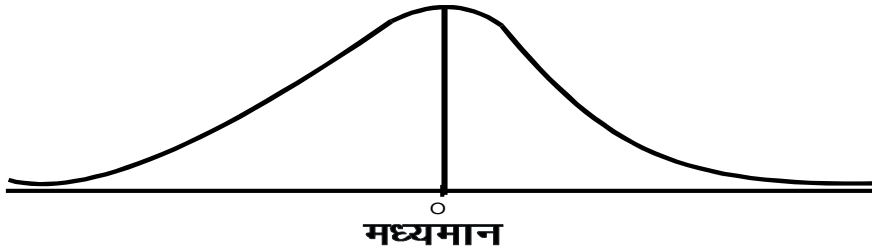
प्रत्येक अंक अपने से ऊपर वाले दो अंकों का योग है। पास्कल त्रिभुज देखने से स्पष्ट है कि यदि दो सिक्के (द्वितीय पंक्ति) एक साथ उछालते हैं तब सम्भाव्यता गुणांक **121** होगा। एक साथ तीन सिक्के उछालने पर (तीसरी पंक्ति) गुणांक **1331** होगा। इसी प्रकार अन्तिम पंक्ति में **10** सिक्के एक साथ उछालने पर सम्भाव्यता मान दिया गया है।

4.8 सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताएँ

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की निम्नलिखित महत्वपूर्ण विशेषताएँ होती हैं।

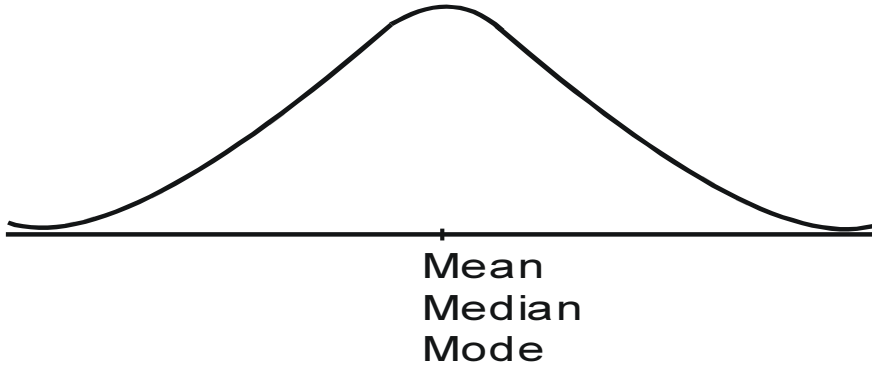
1. वक्र की आकृति (Shape of Curve) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की आकृति घंटाकार होती है। प्राप्तांकों का वितरण सममित होता है। मध्य में प्राप्तांक सर्वाधिक होते हैं तथा सममित रूप से दोनों ओर फैलते चलते हैं। इसी कारण से वक्र को सामान्य वितरण वक्र कहा जाता है। यदि मध्यमान से लम्बवत् रेखा खींची जाये तो वह वक्र को दो समान भागों में विभाजित करती है।



2. मध्यमान, मध्यांक तथा बहुलांक की समानता (Equality of Mean, Median and Mode) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की दूसरी महत्वपूर्ण विशेषता यह है कि केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीनों माप-मध्यमान, मध्यांक तथा बहुलांक का मान समान होता है। Mean = Median = Mode



3. वक्र का गणितीय समीकरण (Mathematical Equation of Curve) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की आधार रेखा (X-अक्ष) का विस्तार तथा Y अक्ष की ऊँचाई का निर्धारण निम्नलिखित गणितीय सूत्र द्वारा निर्धारित होता है, जिसे सामान्य सम्भाव्यता वक्र का समीकरण भी कहा जाता है-

$$y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

जहाँ $y = x$ अक्ष के ऊपर वक्र की ऊँचाई

N = आवृत्तियों का योग

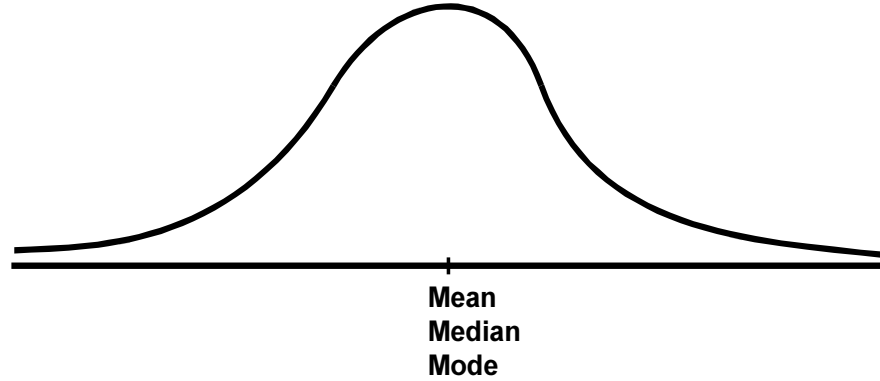
σ = वितरण का प्रामाणिक विचलन (S.D.)

π = परिधि तथा व्यास का अनुपात ($22/7 = 3.14$)

e = नेपेरियन (Napierian) लॉगार्थिम का अनुपात (2.718)

x = मध्यमान से प्राप्तांक का विचलन

4 . अनन्त स्पर्शीय वक्र (Asymptotic Curve) -



सामान्य सम्भाव्यता वक्र के दोनों छोर आधार रेखा (अक्ष-भुजा) को स्पर्श नहीं करते हैं।

5. विषमता गुणांक (Coefficient of Skewness) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र का वितरण सामान्य होता है, जिसके कारण वक्र का विषमता गुणांक शून्य होता है। वक्र पूर्णतः सन्तुलित होता है, उसमें किसी प्रकार की विषमता नहीं पाई जाती है।

6. ककुदता गुणांक (Coefficient of Kurtosis) -

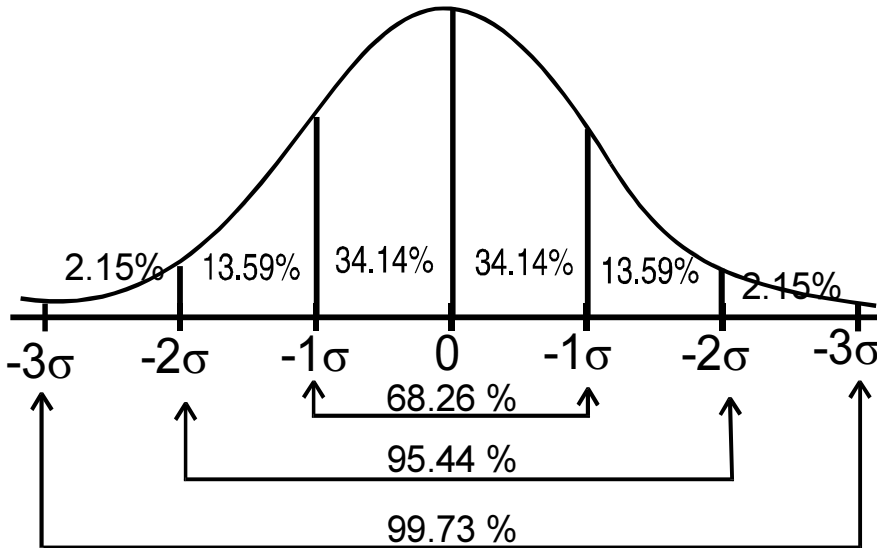
ककुदता गुणांक वक्र के मध्य की ऊँचाई को स्पष्ट करता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र मध्य में बहुत नुकीला (Lepto Kurtic) नहीं होता है और न ही अधिक चपटा (Platy Kurtic) होता है। वक्र की ऊँचाई औसत होती है। इसका ककुदता गुणांक (Coefficient of Kurtosis) का मान **0.263** ($ku = 0.263$) होता है।

7. निरन्तर वक्र (Continuous Curve) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक निरन्तर अथवा अविरल वक्र है। इस वक्र की आधार रेखा (अक्ष भुजा) पर जिन प्राप्तांकों को आलेखित अथवा प्रदर्शित किया जाता है, वे अविरल अथवा अविच्छिन्न (Continuous) होते हैं।

8. सामान्य वक्र का क्षेत्रफल (Area under a normal curve)-

सामान्य सम्भाव्यता वक्र का, आधार रेखा (अक्ष भुजा) पर विस्तार -3σ से $+3\sigma$ तक 99.73 प्रतिशत (शेष 0.27 नगण्य प्रतिशत के कारण 100 प्रतिशत) होता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र में मध्यमान से $\pm 1\sigma$ का क्षेत्रफल 34.13 प्रतिशत, $\pm 2\sigma$ क्षेत्रफल 95.44 प्रतिशत तथा $\pm 3.00 \sigma$ का क्षेत्रफल 99.73 प्रतिशत होता है। इसे अग्रलिखित चित्र द्वारा स्पष्ट रूप से समझा जा सकता है-



9. दिशा परिवर्तन बिन्दु (Point of inflection) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के मध्यमान से 1σ ऊपर तथा 1σ नीचे ($+1\sigma$ से -1σ तक) वक्र की आकृति अवतल (Concave) होती है तथा इसके पश्चात् उत्तल (Convex) में परिवर्तित होती है।

10. निश्चित सम्बन्ध (Definite Relationship) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अन्तर्गत विचलनों के विभिन्न मापकों के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। चतुर्थांक एक (Quartile₁ or Q₁) तथा चतुर्थांक तीन (Quartile₃ or Q₃) का मध्यमान से अन्तर समान होता है, जिसे चतुर्थांक विचलन अथवा सम्भाव्य त्रुटि (Probable Error or PE) कहा जाता है। अतः कहा जा सकता है-

$$Q_3 - \text{Mean} = \text{Mean} - Q_1 = \text{Quartile Deviation or PE}$$

प्रामाणिक विचलन (σ) तथा सम्भाव्य त्रुटि (PE) के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। सम्भाव्य त्रुटि (PE) ज्ञात होने पर प्रामाणिक विचलन (σ) का मान ज्ञात कर सकते हैं तथा इसी प्रकार प्रामाणिक विचलन (σ) ज्ञात होने पर सम्भाव्य त्रुटि (PE) ज्ञात कर सकते हैं।

$$PE = 0.6756 \sigma$$

$$\sigma = 1.4826 PE$$

11. वक्र का कोटिमान (Ordinate Value of Curve) -

सामान्य सम्भाव्यता वक्र में विभिन्न जेड मानों (Z Values) पर कोटि (ordinate) की ऊँचाई भिन्न-भिन्न होती है। मध्यमान बिन्दु पर कोटि की ऊँचाई सर्वाधिक **0.3989** होती है।

इस प्रकार स्पष्ट है कि सामान्य सम्भाव्यता वक्र में विभिन्न महत्वपूर्ण विशेषताएँ निहित हैं। यह भी स्पष्ट करना आवश्यक है कि सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक सैद्धान्तिक कल्पना है, अतः आवश्यक नहीं है कि यह सामान्य जनसंख्या आदि का प्रतिनिधित्व ही करे।

4.9 सारांश

सामान्य वितरण एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके आधार पर प्रकृति की विभिन्न विशेषताओं की व्याख्या करने का प्रयास किया जाता है। सामान्य वितरण वक्र जिसे सामान्य सम्भाव्यता वक्र भी कहा जाता है, जिसका आकार घण्टाकर (Bell-shaped) होता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रमुख विशेषताएँ होती हैं जैसे मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक के मान समान होना, विषमता गुणांक शून्य, ककुदता गुणांक (मध्य की ऊँचाई) का मान **0.263**, वक्र का विस्तार व ऊँचाई गणितीय समीकरण पर आधारित होना आदि।

4.10 शब्दावली

- **सम्भाव्यता:** किसी विशेष घटना के घटित होने का पूर्वानुमान अथवा सम्भावना को व्यक्त करना।
- **सम्भाव्यता अनुपात:** किसी विशेष घटना के घटित होने की सम्भाव्यता को गणितीय रूप में अनुपात के रूप में व्यक्त करना।
- **विषमता गुणांक:** सामान्य सम्भाव्यता वक्र का वितरण सामान्य न होकर बांये अथवा दांये कुछ अधिक होना ही विषमता है, जिसे मात्रात्मक रूप में विषमता गुणांक के रूप में ज्ञात करते हैं। यदि वक्र पूर्णतः सन्तुलित होगा तब विषमता गुणांक शून्य होता है।
- **ककुदता गुणांक:** वक्र की ऊँचाई को ककुदता गुणांक निर्धारित करता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र मध्य में न अधिक नुकीला तथा न अधिक चपटा होता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र का ककुदता गुणांक का मान **0.263** होता है।
- **द्विपद वितरण:** द्विपद का अर्थ है दो पद, एक पद घटना की सफलता तथा दूसरा पद घटना की विफलता को व्यक्त करता है। द्विपद वितरण एक प्रकार का सम्भाव्यता वितरण है जो कि विभिन्न प्रयासों में घटित विशेष सापेक्षिक आवृत्तियों को प्रदर्शित करता है।

4.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) सामान्य वितरण वक्र को अन्य किस नाम से भी जाना जाता है?

अ)ब)

- 2) यदि एक सिक्के को उछाला जाये तब उसके चित्त तथा पट गिरने की सम्भावना होगी?
- 3) निम्नलिखित सूत्र द्वारा क्या ज्ञात किया जाता है?

वांछित परिणाम

कुल सम्भव परिणाम

- 4) जब केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीनों माप-मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक समान हों तब इस प्रकार का वितरण क्या कहलाता है?
- 5) व्यावहारिक रूप से सामान्य सम्भाव्यता वक्र का प्रसार होता है-
अ)-1 से +1 तक ब)-2 से +2 तक स)-3 से +3 तक द)-0.50 से +0.50 तक
- 6) सामान्य सम्भाव्यता वक्र में -1से + 1 σ के अन्तर्गत कितने प्रतिशत मान आते हैं-
अ) 60 प्रतिशत ब) 64.56 प्रतिशत स) 68.26 प्रतिशत द) 54.68 प्रतिशत

उत्तर:1. अ) गौस का वक्र (Gaussian curve) ब) मोवरे का वक्र (Moivre's Curve)

2. 50 प्रतिशत (1/2) 3. सम्भाव्यता अनुपात 4. सामान्य वितरण
5. -3 से +3 तक 6. 68.26 प्रतिशत

4.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेण (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उ0प्र0)
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (उ0प्र0)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ0प्र0)

- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation*, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education*, McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences*. McGraw Hill Book Company, New York.

14.3 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सामान्य सम्भाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं ?
2. सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं का वर्णन करें।
3. निम्नलिखित पर संक्षिप्त में टिप्पणी लिखिये-

क. सम्भाव्यता अनुपात	ख. स्वतन्त्र व आश्रित घटनायें
ग. सम्भाव्यता के नियम	घ. पास्कल त्रिभुज
4. द्विपद वितरण को सम्भाव्यता के सन्दर्भ में स्पष्ट करें।
5. सम्भाव्यता का अर्थ क्या है? सम्भाव्यता के विभिन्न नियमों को उदाहरण सहित स्पष्ट करें।

इकाई-5 सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग (Applications of Normal Probability Curve)

इकाई संरचना

- 5.1 प्रस्तावना
- 5.2 उद्देश्य
- 5.3 सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग
 - 5.3.1 प्राप्तांक सीमाओं के मध्य प्रतिशत का निर्धारण
 - 5.3.2 प्रतिशत सीमाओं के मध्य प्राप्तांक का निर्धारण
 - 5.3.3 समूह को विभिन्न उपसमूहों में विभाजित करना
 - 5.3.4 दो सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना
 - 5.3.5 मनोवैज्ञानिक परीक्षण के पदों के कठिनाई स्तर का निर्धारण
- 5.5 सारांश
- 5.6 शब्दावली
- 5.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 5.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 5.9 निबन्धात्मक प्रश्न

5.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व आप ने सम्भाव्यता का अर्थ समझते हुए सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं का अध्ययन किया था। साथ ही सम्भाव्यता अनुपात, सम्भाव्यता के नियम तथा द्विपद वितरण को भी आप ने समझा था।

सामान्य वितरण एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके आधार पर वक्र की ऊँचाई, उसका फैलाव तथा विचलनों के विभिन्न मापकों के मध्य निश्चित सम्बन्ध होता है, अतः सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर विभिन्न प्रकार से अनुप्रयोग कर सकते हैं।

इस इकाई में सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर किस प्रकार अनुप्रयोग कर सकते हैं इसको विभिन्न उदाहरणों एवं चित्रों के आधार पर समझाया जायेगा।

5.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप

- सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग द्वारा प्राप्तांक सीमाओं के मध्य प्रतिशत का निर्धारण समझ सकते हैं।

- इसी प्रकार प्रतिशत सीमाओं के मध्य प्राप्तांक का निर्धारण भी जान सकते हो।
- यदि किसी सामान्य सम्भाव्यता वक्र को कई उप समूहों में विभक्त करना है तब किस प्रकार विभक्त कर प्रत्येक उपसमूह का प्रतिशत ज्ञात करेंगे यह भी समझा जा सकता है।
- दो सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना करना भी समझ सकते हो।
- किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण के पदों का कठिनाई स्तर किस प्रकार निर्धारित किया जाता है, यह भी समझ सकते हो।

5.3 सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग

अनुप्रयोग -1 (Application-1)

5.3.1 प्राप्तांक सीमाओं के मध्य प्रतिशत का निर्धारण-

किसी सामान्य वितरण में दी गई प्राप्तांक सीमाओं के मध्य प्रतिशत प्राप्तांक का निर्धारण करना। To Find out the percentage of cases within given limits in any normal distribution-

उदाहरण-1 किसी सामान्य वितरण का मध्यमान 30 है तथा प्रामाणिक विचलन 5 हैं, बताइये कि

- 25 से 35 तक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?
- 37 अंक से अधिक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?
- 20 से कम अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?
- 25 से 28 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत बतायें।
- 33 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?

हल -

i) 25 से 35 तक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत हम दो चरणों में ज्ञात करते हैं। प्रथम चरण के अन्तर्गत 25 प्राप्तांक से मध्यमान 30 के मध्य का प्रतिशत ज्ञात करेंगे तथा द्वितीय चरण में मध्यमान 30 से 35 प्राप्तांक के मध्य का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। तत्पश्चात इन दोनों प्राप्त प्रतिशत का योग कर 25 से 35 तक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करते हैं।

प्रथम चरण- के अन्तर्गत 25 प्राप्तांक से मध्यमान 30 के मध्य प्रतिशत ज्ञात करने के लिये मध्यमान से सिग्मा दूरी अथवा Z मूल्य ज्ञात करते हैं। जिसका निम्नलिखित सूत्र है-

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{\text{प्राप्तांक} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \text{ अथवा } \frac{X - M}{S.D.}$$

जबकि - प्राप्तांक (X) = 25
 मध्यमान (M) = 30
 प्रामाणिक विचलन (S.D.) = 5

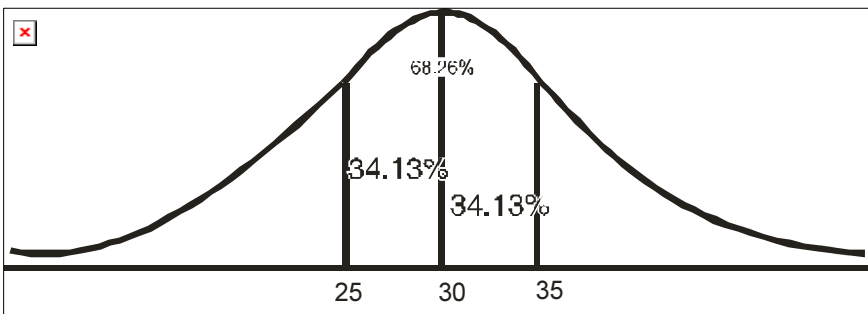
अतः $Z \text{ मूल्य} = \frac{25 - 30}{5} = \frac{-5}{5} = -1$

सारणी A द्वारा -1 Z मूल्य का 34.13 प्रतिशत होता है, अतः 25 से 30 प्राप्तांक के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत 34.13 है।

द्वितीय चरण- मध्यमान 30 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत भी Z मूल्य द्वारा ज्ञात करेंगे।

$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{35 - 30}{5} = 1$

सारणी I द्वारा +1 Z मूल्य का प्रतिशत भी 34.13 होता है। (ऋणात्मक Z मूल्य मध्यमान से नीचे की ओर का प्रतिशत प्रदर्शित करता है, जबकि धनात्मक Z मूल्य मध्यमान से ऊपर की ओर का प्रतिशत प्रदर्शित करता है।)

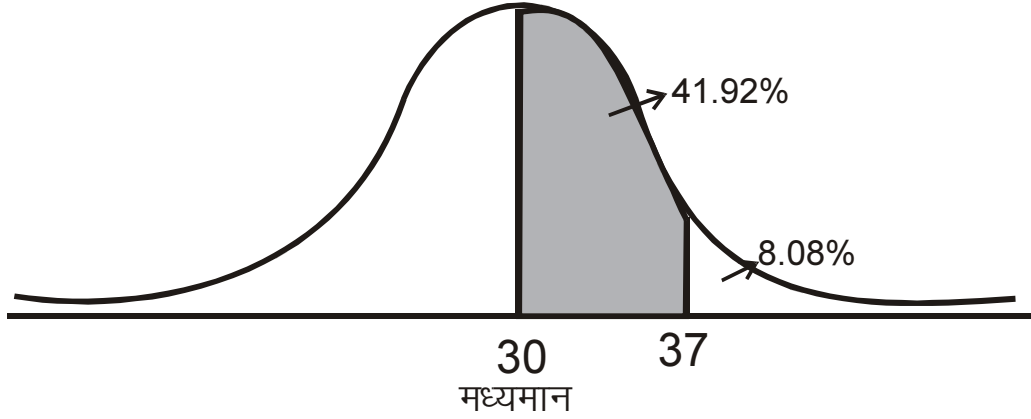


चित्र द्वारा स्पष्ट है कि 25 प्राप्तांक से मध्यमान 30 प्राप्तांक तक 34.13 प्रतिशत स्थित है तथा मध्यमान 30 प्राप्तांक से 35 प्राप्तांक तक भी 34.13 प्रतिशत स्थित है। प्रश्न में (i) प्राप्तांक 25 से 35 तक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत पूछा गया है, अतः दोनों प्रतिशत का योग $34.13 + 34.13 = 68.26$ प्रतिशत उन व्यक्तियों का प्रतिशत है, जिनको 25 से 35 प्राप्तांक मिले हैं।

ii) 37 अंक से अधिक अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?

सर्वप्रथम मध्यमान 30 से 37 प्राप्तांक के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। मध्यमान 30 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले कुल 50 प्रतिशत व्यक्तियों में से 30 से 37 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले

प्रतिशत को घटाकर जो प्रतिशत प्राप्त होगा वह उन व्यक्तियों का प्रतिशत होगा, जिनको 37 से अधिक अंक प्राप्त



हुए हैं।

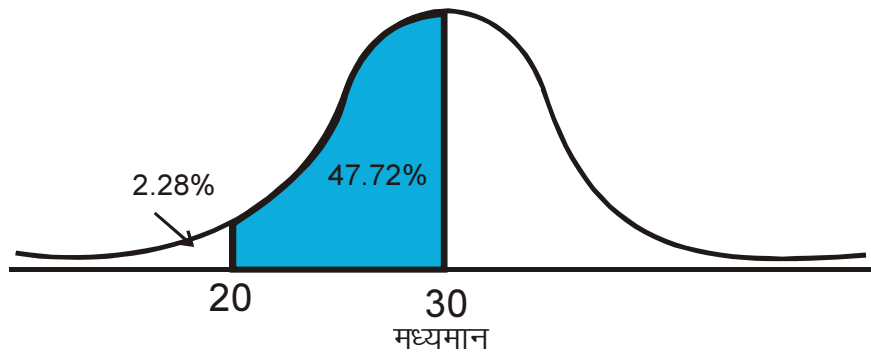
मध्यमान 30 से 37 प्राप्तांक की सिग्मा दूरी अथवा

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{37 - 30}{5} = \frac{7}{5} = 1.40$$

सारणी 1 के आधार पर Z मूल्य 1.40 का प्रतिशत 41.92 प्रतिशत है। मध्यमान 30 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले कुल 50 प्रतिशत व्यक्तियों में से 30 से 37 अंक प्राप्त करने वाले 41.92 प्रतिशत घटाने पर (50-41.92=8.08प्रतिशत) शेष 8.08 प्रतिशत ऐसे व्यक्ति हैं, जिनको 37 अंक से अधिक अंक प्राप्त हुए हैं।

iii) 20 से कम अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा

सर्वप्रथम प्राप्तांक 20 से मध्यमान 30 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। तत्पश्चात मध्यमान 30 से कम अंक प्राप्त करने वाले कुल 50 प्रतिशत व्यक्तियों में से प्राप्तांक 20 से मध्यमान 30 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों के प्रतिशत को घटा देंगे। शेष प्रतिशत उन व्यक्तियों का होगा, जिनको 20 अंक से कम अंक प्राप्त हुए हैं।



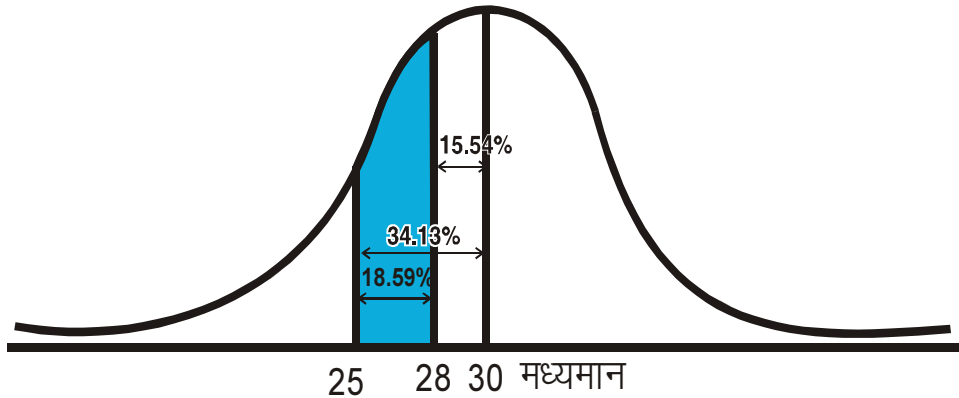
मध्यमान 30 से 20 प्राप्तांक की सिग्मा दूरी अथवा मूल्य

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{20 - 30}{5} = \frac{-10}{5} = -2.00$$

सारणी A के आधार पर Z मूल्य 2.00 का प्रतिशत 47.72 है। मध्यमान 30 से कम अंक प्राप्त करने वाले कुल 50 प्रतिशत व्यक्तियों में से 20 से 30 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले 47.72 प्रतिशत व्यक्तियों को घटाने पर (50-47.72) शेष 2.28 प्रतिशत ऐसे व्यक्ति हैं, जिनको 20 अंक से कम अंक प्राप्त हुए हैं।

iv) 25 से 28 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत बतायें-

सर्वप्रथम अंक 25 से मध्यमान 30 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे, तत्पश्चात अंक 28 से मध्यमान 30 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। अंक 25 से मध्यमान 30 के मध्य प्राप्त प्रतिशत में से अंक 28 से मध्यमान 30 के मध्य प्राप्त प्रतिशत को घटाएँगे। शेष प्राप्त प्रतिशत ही 25 से 28 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत होगा।



अंक 25 से मध्यमान 30 की सिग्मा दूरी अथवा

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{25 - 30}{5} = \frac{-5}{5} = -1.00$$

सारणी A के आधार पर Z मूल्य -1.00 का प्रतिशत 34.13 है। जबकि अंक 28 से मध्यमान 30 की सिग्मा दूरी अथवा

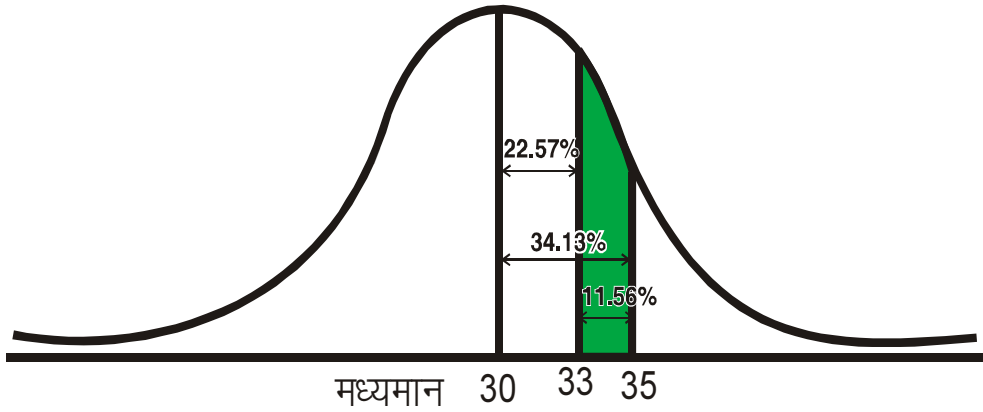
$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{28 - 30}{5} = -0.40$$

सारणी A के आधार पर Z मूल्य -0.40 का प्रतिशत 15.54 है। अतः अंक 25 से 28 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों के प्रतिशत को ज्ञात करने के लिए अंक 25 से मध्यमान 30 के मध्य प्राप्त 34.13 प्रतिशत में से

अंक 28 से मध्यमान 30 के मध्य प्राप्त 15.54 प्रतिशत को घटायेंगे (34.13-15.54), जो कि शेष 18.59 प्रतिशत प्राप्त हुआ। 18.59 प्रतिशत ही 25 से 28 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत है।

v) 33 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत क्या होगा?

सर्वप्रथम मध्यमान 30 से 35 अंक के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। तत्पश्चात मध्यमान 30 से 33 अंक के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। मध्यमान 30 से 35 अंक के मध्य प्राप्त प्रतिशत में से मध्यमान 30 से 33 अंक के मध्य के प्रतिशत को घटाकर शेष प्राप्त प्रतिशत ही 33 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का होगा।



मध्यमान 30 से 35 अंक की सिग्मा दूरी अथवा

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{35 - 30}{5} = \frac{5}{5} = 1.00$$

सारणी I के आधार पर Z मूल्य 1.00 का प्रतिशत 34.13 है। इसी प्रकार मध्यमान 30 से 33 अंक की सिग्मा दूरी अर्थात्

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{33 - 30}{5} = \frac{3}{5} = 0.60$$

सारणी A के आधार पर Z मूल्य 0.60 का प्रतिशत 22.57 है। अतः अंक 33 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों के प्रतिशत को ज्ञात करने के लिये मध्यमान 30 से 35 अंक के मध्य प्राप्त 34.13 प्रतिशत में से मध्यमान 30 से 33 अंक के मध्य प्राप्त 22.57 प्रतिशत को घटाकर (34.13-22.57) शेष प्राप्त 11.56 प्रतिशत ही 33 से 35 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले व्यक्तियों का है।

अनुप्रयोग -2 (Application-2)

5.3.2 प्रतिशत सीमाओं के मध्य प्राप्तांक का निर्धारण-

किसी सामान्य वितरण में दिये गये प्रतिशत की प्राप्तांक सीमायें निर्धारित करना

To determine the score limits of given percentage in any normal distribution

उदाहरण-2 किसी सामान्य वितरण का मध्यमान 50 है तथा प्रामाणिक विचलन 7 है। बताइये कि-

- मध्य के 60 प्रतिशत विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमा क्या होगी?
- मध्य के 75 प्रतिशत विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमा क्या होगी?
- श्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा क्या है?
- निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थियों की उच्चतम प्राप्तांक सीमा क्या है?
- प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा क्या है?

हल-

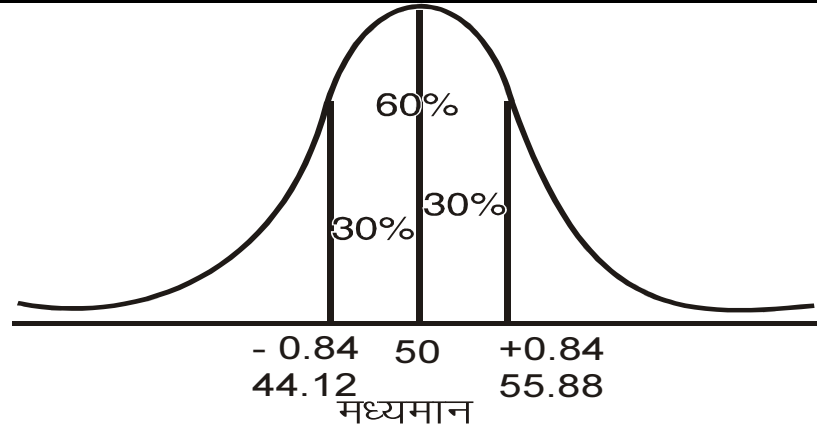
i) मध्य के 60 प्रतिशत विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमा क्या होगी?

सामान्य वितरण वक्र में मध्य के 60 प्रतिशत का अर्थ है मध्यमान बिन्दु के बांयी ओर 30 प्रतिशत तथा दांयी ओर शेष 30 प्रतिशत विद्यार्थी स्थित हैं।

सर्वप्रथम बांयी ओर के 30 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा ज्ञात करेंगे। मध्यमान बिन्दु से बांयी ओर के 30 प्रतिशत का मूल्य (मध्यमान से नीचे हाने के कारण ऋणात्मक होगा) सारणी A द्वारा ज्ञात किया गया जो कि -0.84 प्राप्त हुआ। मूल्य के आधार पर निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्राप्तांक ज्ञात करते हैं-

$$\text{प्राप्तांक} = Z \text{ मूल्य} \times \text{प्रामाणिक विचलन} + \text{मध्यमान}$$

$$x = z \times S.D. + \text{Mean}$$



सूत्र में संख्यायें रखने पर-

$$x = -0.84 \times 7 + 50 = -5.88 + 50 = 44.12$$

मध्यमान बिन्दु के दांयी ओर 30 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा ज्ञात करने के उद्देश्य से सारणी A द्वारा Z मूल्य वही प्राप्त होता है, (सामान्य वितरण के कारण) किन्तु यह Z मूल्य मध्यमान से अधिक दिशा का होने के कारण धनात्मक 0.84 प्राप्त होता है। सूत्र के आधार पर प्राप्तांक सीमा होगी-

$$x = 0.84 \times 7 + 50 = 5.88 + 50 = 55.88$$

अतः स्पष्ट है कि मध्य के 60 प्रतिशत विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमा 44.12 से 55.88 के मध्य स्थित है।

ii) मध्य के 75 प्रतिशत विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमा क्या होगी

सामान्य वितरण वक्र में मध्य के 75 प्रतिशत का तात्पर्य है मध्यमान बिन्दु के नीचे (बांयी ओर) 37.50 प्रतिशत तथा मध्यमान बिन्दु के ऊपर (दांयी ओर) शेष 37.50 प्रतिशत विद्यार्थी स्थित हैं। 37.50 प्रतिशत का Z मूल्य सारणी I के आधार पर ± 1.15 होता है, अतः प्राप्तांक सीमा इस प्रकार ज्ञात करेंगे।

$$x = z \times S.D. + \text{Mean}$$

$$x = -1.15 \times 7 + 50$$

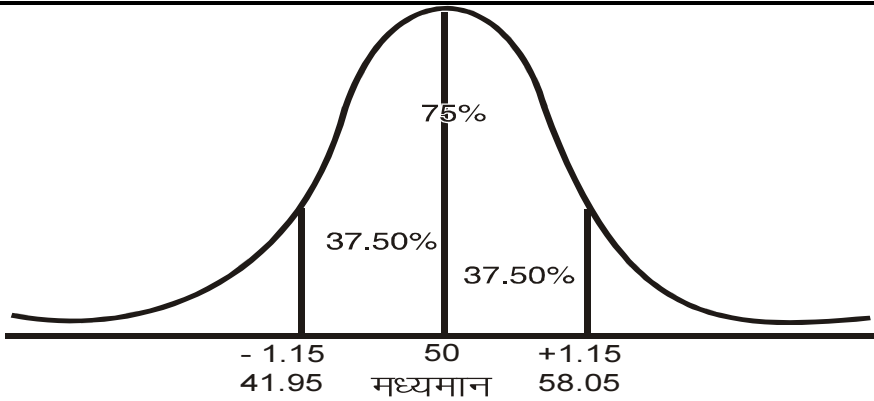
$$= -8.05 + 50$$

$$= 41.95$$

$$x = 1.15 \times 7 + 50$$

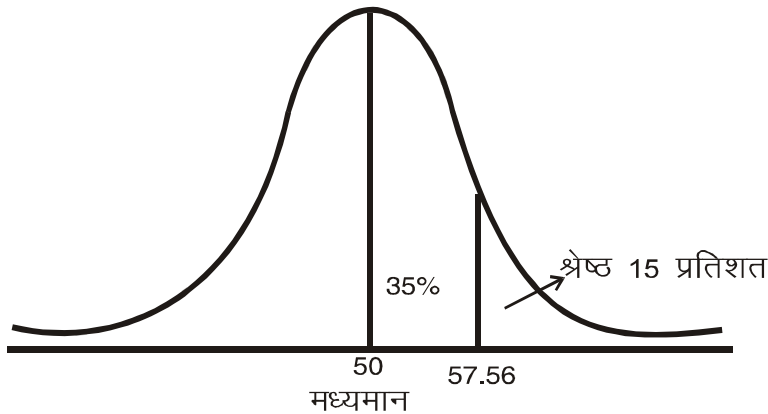
$$= 8.05 + 50$$

$$= 58.05$$



iii) सर्वश्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा क्या होगी

श्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थी, मध्यमान बिन्दु के ऊपर दांयी ओर कुल 50 प्रतिशत के अन्तिम छोर पर स्थित होंगे, अतः शेष 35 प्रतिशत (50-15) की प्राप्तांक सीमा निर्धारित करेंगे, वही प्राप्तांक सीमा श्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा होगी। 35 प्रतिशत के आधार पर सारणी 1 के द्वारा प्रार्थ Z मूल्य 1.08 को सूत्र में रखने पर-



$$X = Z \times S.D. + \text{Mean}$$

$$X = 1.08 \times 7 + 50$$

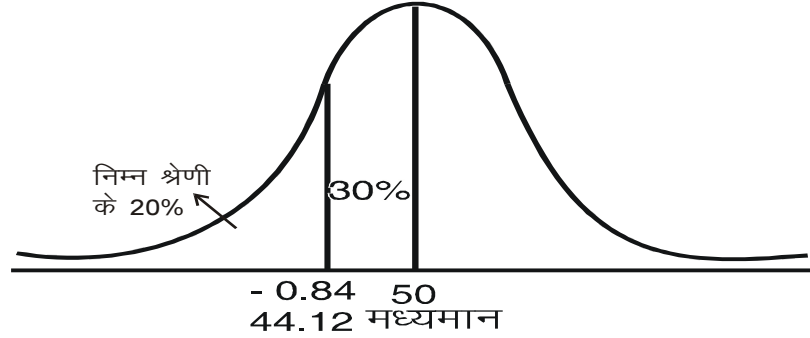
$$X = 7.56 + 50$$

$$X = 57.56$$

अतः श्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा 57.56 है। प्राप्तांक 57.56 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले श्रेष्ठ 15 प्रतिशत विद्यार्थी हैं।

iv) निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थियों की उच्चतम प्राप्तांक सीमा क्या है

निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थी, मध्यमान बिन्दु के नीचे बायीं ओर के अन्तिम छोर पर स्थित होंगे, अतः शेष 30 प्रतिशत (50-30) की प्राप्तांक सीमा ज्ञात करेंगे जो कि निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थियों की उच्चतम प्राप्तांक सीमा होगी। 30 प्रतिशत के आधार पर सारणी A के द्वारा प्रार्स Z मूल्य - 0.84 को सूत्र में रखने पर



$$X = Z \times S.D. + \text{Mean}$$

$$X = -0.84 \times 7 + 50$$

$$= -5.88 + 50$$

$$= 44.12$$

अतः स्पष्ट है कि निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थियों की उच्चतम प्राप्तांक सीमा 44.12 हैं। प्राप्तांक 44.12 से कम अंक प्राप्त करने वाले निम्न श्रेणी के 20 प्रतिशत विद्यार्थी हैं।

v) प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा क्या है?

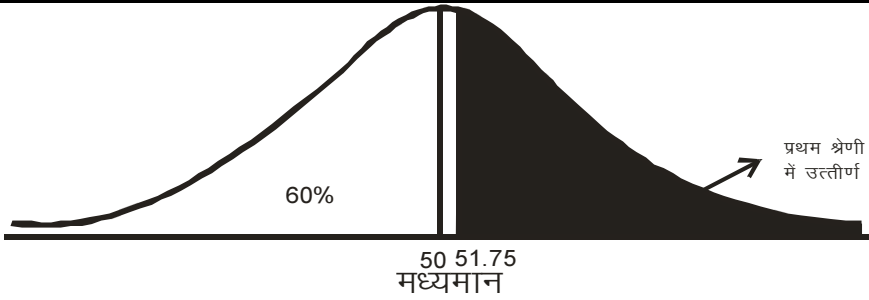
सामान्यतः प्रथम श्रेणी 60 प्रतिशत अंकों अथवा इससे अधिक अंकों पर मानी जाती है, अतः मध्यमान के बिन्दु से 10 प्रतिशत अधिक का Z मूल्य सारणी A द्वारा 0.25 ज्ञात किया गया। निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग कर प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा ज्ञात करेंगे।

$$X = Z \times S.D. + \text{Mean}$$

$$X = 0.25 \times 7 + 50$$

$$= 1.75 + 50$$

$$= 51.75$$



अतः प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण विद्यार्थियों की निम्नतम प्राप्तांक सीमा 51.75 है। 51.75 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण विद्यार्थी हैं।

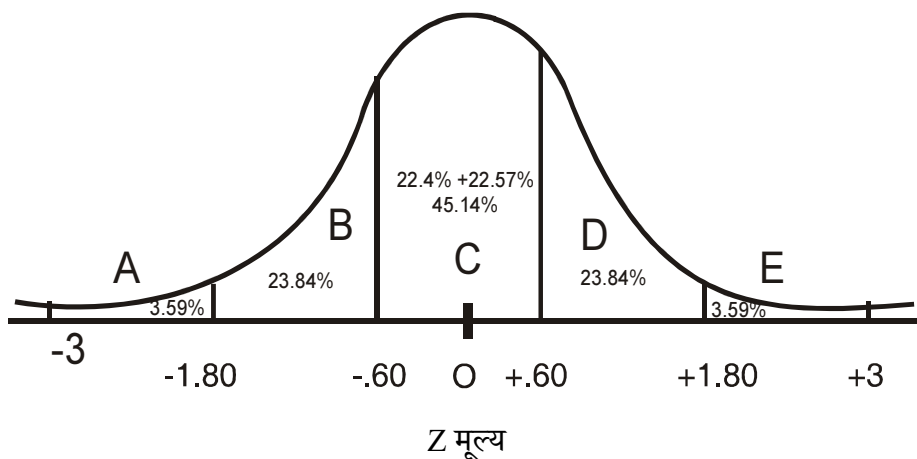
अनुप्रयोग-3 (Application -3)

5.3.3 समूह को विभिन्न उपसमूहों में विभाजित करना-

किसी सामान्य वितरण समूह को विभिन्न उपसमूहों में विभाजित करना (To divide a given normal distribution group into sub-groups)

उदाहरण-3 एक सामान्य वितरण समूह को पाँच उपसमूहों में विभक्त कीजिये। प्रत्येक उप समूह में स्थित प्रतिशत बताइये। यदि विद्यार्थियों की संख्या 500 है, तब बताइये प्रत्येक उप समूह में कितने विद्यार्थी स्थित हैं?

सामान्य वितरण वक्र का विस्तार -3 से +3 के मध्य प्रमुख रूप से होते हैं, अतः सामान्य वितरण वक्र का विस्तार 6 Z मूल्य (सिग्मा दूरी) माना जाता है। जितने उपसमूहों में सामान्य वितरण वक्र को विभाजित करना है, उस संख्या का भाग 6 में दिया जाता है ताकि प्रत्येक उपसमूह का समान विस्तार ज्ञात हो जाये। यदि हमें पाँच उपसमूहों में सामान्य वितरण को विभक्त करना है, तब प्रत्येक उप समूह का विस्तार $6/5 = 1.20$ Z मूल्य का होगा। प्रत्येक उपसमूह का विस्तार 1.20 Z मूल्य निर्धारित करते हुए पाँच उपसमूह में सामान्य वितरण वक्र को विभक्त करते हैं।



उपसमूह A का विस्तार -3 से -1.80 तक (50 – 46.41%)	3.59%
उपसमूह B का विस्तार -1.80 से -0.60 तक (46.41–22.57)	23.84%
उपसमूह C का विस्तार-0.60 से +0.60 तक (22.57+22.57)	45.14%
उपसमूह D का विस्तार + 0.60 से +1.80 तक (46.41–22.57)	23.84%
उपसमूह E का विस्तार +1.80 से + 3.00 तक (50–46.41)	3.59%
कुल योग	100%

प्रथम उपसमूह I का विस्तार निर्धारित करने के लिये बांयी ओर -3 Z मूल्य से 1.20 Z मूल्य को घटाया गया (3-1.20) जो कि -1.80 प्राप्त हुआ। अतः प्रथम उपसमूह A का विस्तार -3 से -1.80 निर्धारित होता है। इसी प्रकार उपसमूह ठ का विस्तार -1.80 से - 0.60 (1.80-1.20) तक निर्धारित किया गया। उपसमूह B का विस्तार - 0.60 से +0.60 तक निर्धारित किया गया। उपसमूह D का विस्तार +0.60 से +1.80 (0.60 +1.20) तक निर्धारित किया गया। उपसमूह E का विस्तार +1.80 से +3 तक निर्धारित हुआ। इस प्रकार प्रत्येक उपसमूह का विस्तार समान रूप से 1.20 Z मूल्य निर्धारित है।

प्रथम उपसमूह का प्रतिशत ज्ञात करने के लिये सर्वप्रथम-1.80 मूल्य का प्रतिशत सारणी A से ज्ञात किया गया जो कि 45.41 प्राप्त हुआ। इस प्रकार मध्यमान बिन्दु से बांयी ओर के Z मूल्य -1.80 का प्रतिशत 46.41 हैं, जबकि मध्यमान बिन्दु से बांयी ओर का कुल प्रतिशत 50 है अतः -3 से -1.80 का प्रतिशत 50-46.41=3.59 प्रतिशत प्राप्त हुआ। इसी प्रकार समूह ठ का प्रतिशत ज्ञात करते हैं। मूल्य -0.60 का प्रतिशत सारणी I द्वारा 22.57 प्रतिशत ज्ञात हुआ, अतः उपसमूह C का प्रतिशत ज्ञात करने के लिये मूल्य -1.80 के प्रतिशत 46.41 में से -0.60 Z मूल्य के प्रतिशत 22.57 को घटाकर (46.41-22.57) 23.84 प्रतिशत प्राप्त किया। उपसमूह B का प्रतिशत -0.60 Z मूल्य के प्रतिशत 22.57 तथा +0.60 मूल्य के प्रतिशत 22.57 का योग (22.57+22.57) कर 45.14 प्रतिशत निर्धारित किया गया। उपसमूह D का प्रतिशत उपसमूह ठ के समान ही (46.41-22.57) 23.84 प्रतिशत प्राप्त किया। इसी प्रकार उपसमूह E का प्रतिशत (50-46.41) 3.59 निर्धारित किया गया। यदि सभी उपसमूहों के निर्धारित प्रतिशत का योग किया जाये तब यह योग लगभग 100 प्राप्त होता है।

प्रत्येक उपसमूह का प्रतिशत निर्धारित होने के पश्चात निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्रत्येक उपसमूह में स्थित विद्यार्थियों की संख्या भी ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{\text{उपसमूह का प्रतिशत} \times \text{कुल विद्यार्थियों की संख्या}}{100}$$

सूत्र के आधार पर -

$$\text{प्रथम उपसमूह A के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{3.59 \times 500}{100} = 17.95 = 18$$

$$\text{द्वितीय उपसमूह B के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{23.84 \times 500}{100} = 119.20 = 119$$

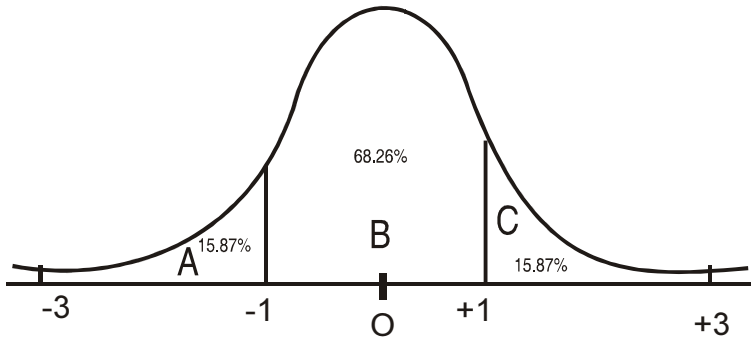
$$\text{तृतीय उपसमूह C के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{23.84 \times 500}{100} = 225.70 = 226$$

$$\text{चतुर्थ उपसमूह D के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{45.14 \times 500}{100} = 119.20 = 119$$

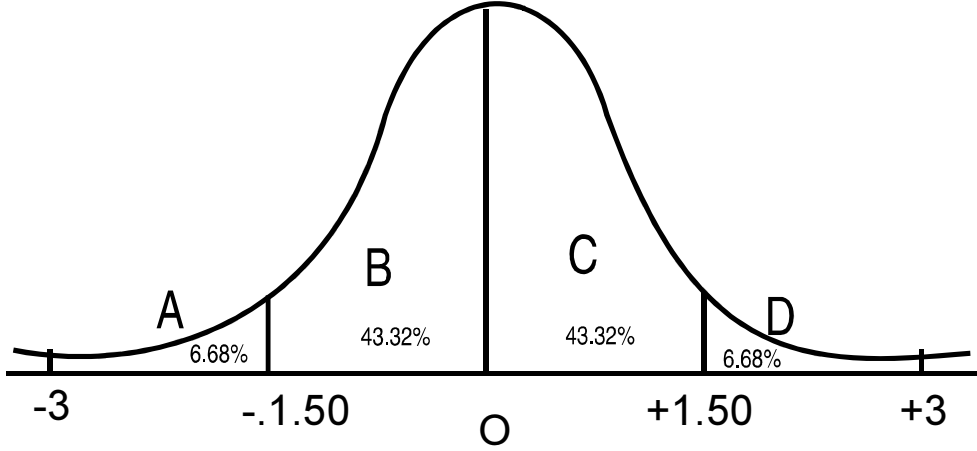
$$\text{पंचम उपसमूह E के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{3.59 \times 500}{100} = 17.95 = 18$$

इस प्रकार किसी सामान्य वितरण वक्र को विभिन्न उपसमूहों जैसे 3, 4 व 6 उपसमूहों में विभाजित कर प्रत्येक उपसमूह में स्थित प्रतिशत निर्धारित कर सकते हैं। जैसे निम्नलिखित चित्र द्वारा स्पष्ट है-

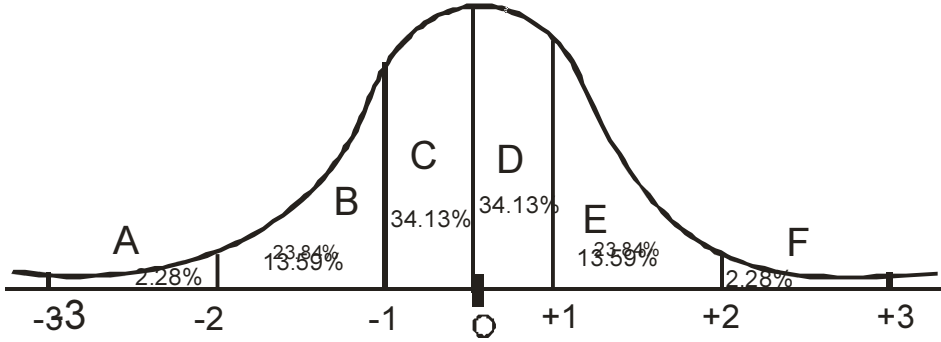
तीन उपसमूहों में विभक्त करना



चार उपसमूहों में विभक्त करना



छह उपसमूहों में विभक्त करना-



अनुपयोग-4 (Application -4)

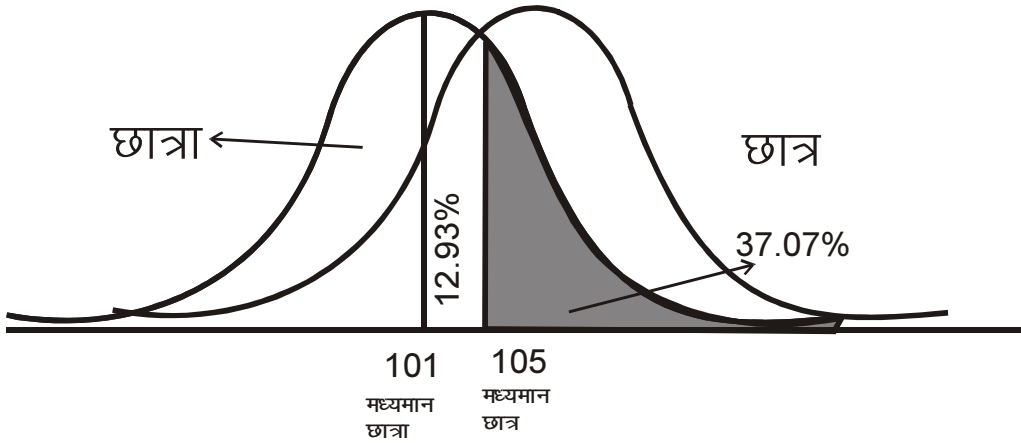
5.3.4 दो सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना-

दो सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना करना (To compare two normal distributions in term of overlapping)

उदाहरण-4 छात्र तथा छात्राओं के समूह पर एक बुद्धि परीक्षण प्रशासित किया गया। छात्रों का मध्यमान 105 तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.)10 प्राप्त हुआ, जबकि छात्राओं का मध्यमान 101 तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.)12 प्राप्त हुआ। छात्र तथा छात्राओं के परिणामों को सामान्य वितरण के रूप में मानते हुए बताइये-

- i) छात्रों के मध्यमान से कितने प्रतिशत छात्राओं के बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक अधिक हैं?
- ii). छात्राओं के मध्यमान से कितने प्रतिशत छात्रों के बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक कम प्राप्त हुए हैं?

हल (i). सर्वप्रथम छात्राओं के मध्यमान तथा छात्रों के मध्यमान के मध्य स्थित प्रतिशत ज्ञात करेंगे। प्राप्त प्रतिशत के छात्राओं के मध्यमान बिन्दु के दांयी ओर के कुल 50 प्रतिशत में से घटाकर उन छात्राओं के प्रतिशत को ज्ञात कर सकते हैं जिनकी बुद्धि-लब्धि छात्रों के मध्यमान से अधिक है।



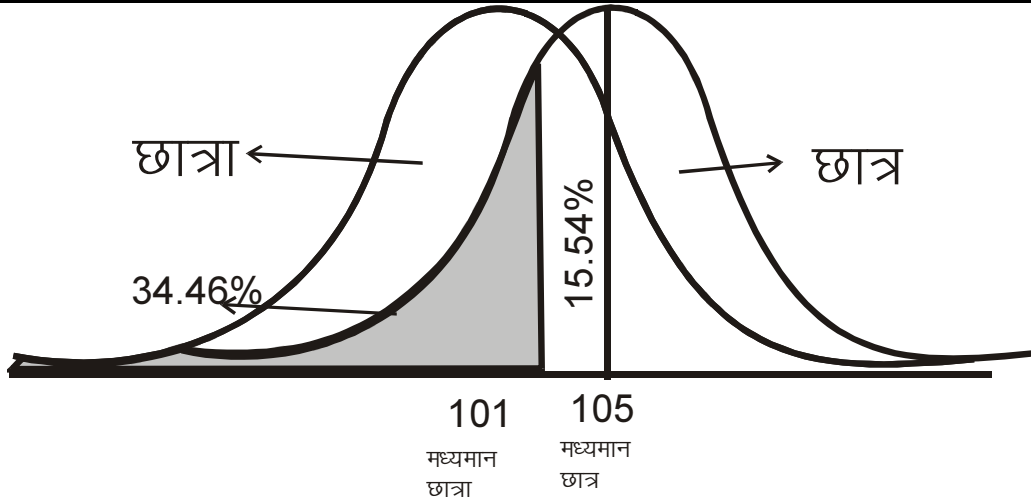
छात्राओं के मध्यमान से छात्रों के मध्यमान तक प्रतिशत ज्ञात करने के लिये Z मूल्य ज्ञात करेंगे-

$$\text{मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{105 - 101}{12} = \frac{4}{12} = .33$$

0.33 मूल्य के आधार पर सारणी A का निरीक्षण करने से स्पष्ट होता है कि छात्राओं के मध्यमान से छात्रों के मध्यमान तक 12.93 प्रतिशत छात्रायें स्थित हैं, अतः छात्रों के मध्यमान से अधिक कुल (50-12.93) 37.07 प्रतिशत छात्रायें स्थित हैं।

ii) छात्राओं के मध्यमान से कितने प्रतिशत छात्रों को बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक कम प्राप्त हुए हैं

सर्वप्रथम छात्रों के मध्यमान से छात्राओं के मध्यमान के मध्य स्थित छात्रों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। बांयी ओर के छात्रों के कुल 50 प्रतिशत में से प्राप्त प्रतिशत को घटाकर उन छात्रों के प्रतिशत को ज्ञात कर सकते हैं, जिनकी बुद्धि-लब्धि छात्राओं के मध्यमान से कम है।



छात्रों के मध्यमान से छात्राओं के मध्यमान तक बुद्धि-लब्धि प्राप्तक रखने वाले छात्रों का प्रतिशत होगा-

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X - M}{S.D.} = \frac{101 - 105}{10} = \frac{-4}{10} = -0.40$$

-0.40 Z मूल्य के आधार पर सारणी A का निरीक्षण करने से स्पष्ट होता है कि छात्रों के मध्यमान तथा छात्राओं के मध्यमान के मध्य 15.54 प्रतिशत छात्र स्थित हैं, अतः छात्राओं के मध्यमान से कम बुद्धि-लब्धि प्राप्तक रखने वाले छात्र (50-15.54) 34.46 प्रतिशत हैं।

अनुप्रयोग -5 (Application-5)

5.3.5 मनोवैज्ञानिक परीक्षण के पदों के कठिनाई स्तर का निर्धारण-

मनोवैज्ञानिक परीक्षण के पदों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर का निर्धारण करना (To determine the relative item difficulty level of psychological test)

उदाहरण-5 डिग्री कालेज के बी0ए0 प्रथम वर्ष के विद्यार्थियों पर बुद्धि परीक्षण प्रशासित किया गया। परीक्षण के प्रथम पद को 50 प्रतिशत विद्यार्थियों ने, द्वितीय पद 33 प्रतिशत विद्यार्थियों ने तथा तृतीय पद को 20 प्रतिशत विद्यार्थियों द्वारा हल किया गया। सामान्य वितरण मानते हुए प्रत्येक पद का कठिनता स्तर ज्ञात कीजिये। चतुर्थ पद कितने प्रतिशत विद्यार्थी हल कर पायेंगे, जबकि चतुर्थ पद तृतीय पद से उतना ही कठिन है, जितना कि द्वितीय पद प्रथम पद की अपेक्षा कठिन है।

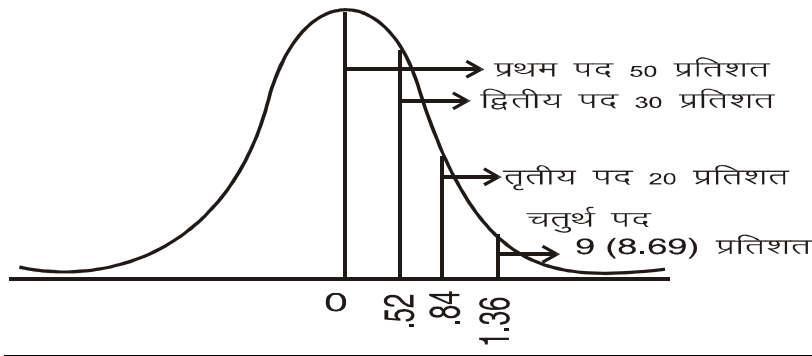
हल- प्रथम पद को 50 प्रतिशत विद्यार्थी हल कर पाते हैं, जबकि 50 प्रतिशत हल नहीं कर पाते हैं, अतः इस प्रकार के पद का कठिनता स्तर (50-50) शून्य माना जाता है।

द्वितीय पद को 30 प्रतिशत विद्यार्थी हल कर पाते हैं, जबकि मध्यमान से शेष 20 प्रतिशत (50-30) विद्यार्थी, हल नहीं कर पाते हैं। अतः 20 प्रतिशत का Z मूल्य 0.52 (सारणी A के आधार पर) द्वितीय पद का कठिनता स्तर है।

तृतीय पद को 20 प्रतिशत विद्यार्थी हल कर पाते हैं, जबकि मध्यमान से शेष 30 प्रतिशत (50-20) विद्यार्थी असफल रहे। अतः 30 प्रतिशत का Z मूल्य 0.84 तृतीय पद का कठिनता स्तर है।

चतुर्थ पद तृतीय पद से उतना ही कठिन है जितना कि द्वितीय पद प्रथम पद की अपेक्षा कठिन है। इस आधार पर द्वितीय पद प्रथम पद की अपेक्षा 0.52 अधिक कठिन है, अतः चतुर्थ पद का कठिनता स्तर तृतीय पद के कठिनता स्तर 0.84 से 0.52 अधिक कठिन है, इस प्रकार चतुर्थ पद का कठिनता स्तर $(0.84+0.52)$ 1.36 Z मूल्य के रूप में प्राप्त होता है। Z मूल्य 1.36 के आधार पर सारणी A द्वारा निरीक्षण करने से स्पष्ट है कि चतुर्थ पद को केवल 8.69 प्रतिशत विद्यार्थी ही हल कर पाते हैं $(50-41.31 = 8.69$ प्रतिशत)।

पद संख्या	हल किये गये विद्यार्थियों का प्रतिशत	कठिनता स्तर	अन्तर
प्रथम पद	50	0	0.52
द्वितीय पद	30	0.52	
तृतीय पद	20	0.84	0.52
चतुर्थ पद	9(8.69%)	1.36	



5.5 सारांश

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर अनेक व्यावहारिक समस्याओं का समाधान भी किया जाता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र के द्वारा कुछ प्रमुख अनुप्रयोग हैं- प्राप्तांक सीमाओं के मध्य प्रतिशत का निर्धारण, प्रतिशत सीमाओं के मध्य प्राप्तांक का निर्धारण, समूह को विभिन्न उप समूहों में विभक्त करना, सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना तथा मनोविज्ञान परीक्षण के पदों के कठिनाई स्तर का निर्धारण करना आदि प्रमुख हैं।

5.6 शब्दावली

- **जेड मूल्य (Z value):** Z अंक एक मानक अंक है जो कि प्राप्तांक वितरण के औसत से विचलन (ऊपर अथवा नीचे) को प्रदर्शित करता है। इसका सूत्र है-

$$z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{\text{प्राप्तांक} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}}$$

- **आच्छादन (Overlapping):** यदि दो सामान्य वितरण वक्र हैं तथा मध्यमान में कुछ अन्तर है तब ऐसी स्थिति में एक सामान्य वितरण वक्र दूसरे सामान्य वितरण वक्र को थोड़ा ढक लेता है। इसे ही आच्छादन कहते हैं।
- **मनोविज्ञानिक परीक्षण का कठिनाई स्तर:** एक मनोवैज्ञानिक परीक्षण निर्मित करते समय परीक्षण के प्रत्येक पद के कठिनाई स्तर की गणना की जाती है। पद की कठिनाई स्तर से तात्पर्य व्यक्तियों के उस अनुपात अथवा प्रतिशत से होता है जो किसी पद का उत्तर सही दे पाते हैं। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग कर सकते हैं-

$$\text{पद का कठिनाई स्तर प्रतिशत} = \frac{\text{सही उत्तर देने वाले व्यक्तियों की संख्या} \times 100}{\text{व्यक्तियों की संख्या}}$$

5.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) एक दिये हुए वितरण का मध्यमान 16 तथा प्रामाणिक विचलन 4 है। यदि वितरण को सामान्य मान लिया जाये तो बताइये कि 12 तथा 20 की सीमा में कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं एवं 18 से ऊपर तथा 8 से नीचे कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं।
- 2) सामान्य वितरण मानते हुए मध्यमान = 10, σ या मानक विचलन = 5
निम्नलिखित सीमाओं के बीच पड़ने वाली स्थितियाँ ज्ञात कीजिये-
अ) 5 तथा 15 ब) 10 तथा 20 स) 15 तथा 25
- 3) एक परीक्षण के 500 विद्यार्थियों को सामान्य सम्भाव्यता के आधार पर पाँच श्रेणियों में विभाजित कीजिये। प्रत्येक श्रेणी में कितने परीक्षार्थियों के आने की सम्भावना है?
- 4) यदि 1000 प्रयोज्यों को सामान्य सम्भाव्यता की अवधारणा पर 5 श्रेणियों A, B, C, D तथा E में विभक्त किया जाये तो बताइये कि प्रत्येक श्रेणी में कितने प्रयोज्य आयेंगे।
- 5) सामान्यीकृत आवृत्ति से आप क्या समझते हैं? निम्नलिखित आवृत्ति वितरण को सामान्यीकृत आवृत्ति वितरण में परिवर्तित कीजिये-

वर्गान्तर (C.I.) आवृत्ति (f)

45.50	4
40.45	12
35.40	25
30.35	41
25.30	22
20.25	10
15.20	3
10.15	2

6) सामान्य वितरण पर आधारित 500 विद्यार्थियों के समूह का मध्यमान 40 तथा प्रामाणिक विचलन 8 है, बताइये-

i) प्राप्तांक 25 से 35 के मध्य विद्यार्थियों की संख्या

ii) समान योग्यता विस्तार के आधार पर यदि समूह को 6 उपसमूहों में विभक्त करें तब प्रत्येक उपसमूह में स्थित विद्यार्थियों की संख्या बताइये।

7) यदि मान लिया जाये कि जनसंख्या में स्थित बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक सामान्य वितरण के अनुरूप हैं तथा मध्यमान 100 व प्रामाणिक विचलन 15 है, तब निम्नलिखित बुद्धि-लब्धि वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात कीजिये-

a) 130 से अधिक (Above 130) b) 125 से अधिक (Above 125)

c) 85 से कम (Below 85) d) 72 से कम (Below 72)

e) 110 से 115 के मध्य (Between 110 and 115)

8) दो कक्षा समूह द्वारा निम्नलिखित परीक्षण प्राप्तांक ज्ञात हुए। सामान्य वितरण के आधार पर बतायें कि-

i) कक्षा 9 के कितने विद्यार्थी, कक्षा 10 के मध्यमान की अपेक्षा अधिक अंक प्राप्त करेंगे?

ii) कक्षा 10 के कितने विद्यार्थी कक्षा 9 के मध्यमान की अपेक्षा कम अंक प्राप्त करेंगे?

समूह (Groups)	Class 9	Class 10
मध्यमान (Mean)	48	56

प्रामाणिक विचलन (SD)	8	12
N	500	800

- 9) किसी सामान्य ज्ञान परीक्षण में सामान्य वितरण के अन्तर्गत मध्यमान 100 तथा प्रामाणिक विचलन 20 है।
 i) 85 तथा 120 के मध्य कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं?
 ii) मध्य के 65 प्रतिशत, 70 प्रतिशत, 75 प्रतिशत, 80 प्रतिशत किन प्राप्तांकों के मध्य स्थिति हैं?
- 10) किसी समूह के क्रमशः A, B, C, D चार समस्याओं को 20 प्रतिशत, 32 प्रतिशत, 44 प्रतिशत, 50 प्रतिशत ने हल किया। समस्या A तथा B समस्या C तथा D के मध्य कठिनाई के अन्तर की तुलना कीजिये।
- 11) एक प्रसामान्य वितरण में मध्यमान (Mean) 18 तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.) 4 हो तो प्राप्तांक 10 के नीचे कितने प्रतिशत होंगे?
- 12) किसी वितरण से सम्बन्धित सूचनायें निम्नलिखित हैं-

$$\text{मध्यमान (Mean)} = 11.35$$

$$\text{प्रामाणिक विचलन (S.D.)} = 3.03$$

$$N = 120$$

वितरण में प्रसामान्यता की कल्पना करते हुए यह बताइये कि प्राप्तांक 9 तथा प्राप्तांक 17 के बीच कितने प्रतिशत केसेज पड़ते हैं।

- 13) किसी सामान्य वितरण का मध्यमान 16 है तथा प्रामाणिक विचलन 4 है। यह बताइये कि मध्य के 75 प्रतिशत केसेज किन सीमाओं के बीच होंगे?
- 14) 500 छात्रों को एक परीक्षण के प्राप्तांकों के आधार पर चार वर्गों में विभाजित करना है। सामान्य वितरण के आधार पर प्रत्येक वर्ग में कितने छात्र आयेंगे?
- 15) बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक सामान्य वितरण के अनुरूप हैं तथा मध्यमान 100 व प्रामाणिक विचलन 10 है, तब निम्नलिखित बुद्धिलब्धि वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत बताइये-

(a) 120 से अधिक (Above 120)

(b) 90 से कम (Below 90)

उत्तर: 1. 12 तथा 20 की सीमा में 68.26 प्रतिशत

18 प्राप्तांक से ऊपर 30.85 प्रतिशत

8 प्राप्तांक से नीचे 2.28 प्रतिशत

2. अ) 68.26 प्रतिशत ब) 47.72 प्रतिशत स) 15.73 प्रतिशत (49.86-34.13)

3.	उपसमूह A=18, B=119, C=226, D=119, E=18		
4.	उपसमूह A=36, B=238, C=452, D=238, E=36		
5.	वर्गान्तर (C.I.)	निरीक्षित आवृत्ति	सामन्यीकृत आवृत्ति
	55.50	1	1
	45.50	4	4
	40.45	12	13
	35.40	25	27
	30.35	41	33
	25.30	22	26
	20.25	10	12
	15.20	3	3
	10.15	2	1
		N=120	N=120

6. अ) प्राप्तांक 25 से 35 के मध्य 23.75 प्रतिशत (46.99-23.24) अतः विद्यार्थियों की संख्या 119
 ब) उपसमूह A=11, B=68, C=171, D=171, E=68, F=11

7. a) 2.28 प्रतिशत (50-47.72)
 b) 4.75 प्रतिशत (50-45.25)
 c) 15.87 प्रतिशत (40-34.13)
 d) 3.07 प्रतिशत (50-46.93)
 e) 9.27 प्रतिशत (34.13-24.86)
8. i) 15.87 प्रतिशत (विद्यार्थियों की संख्या 79)
 ii) 20.15 प्रतिशत (विद्यार्थियों की संख्या 201)
9. i) 61.47 (34.13+27.34)
 ii) मध्य के 65 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 81.40 से 118.60

मध्य के 70 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 79.20 से 120.80

मध्य के 75 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 77.00 से 123.00

मध्य के 80 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 74.40 से 125.60

10.	समस्या	हल किये गये विद्यार्थियों का प्रतिशत	कठिनता स्तर
	A	20%	0.84
	B	32%	0.47
	C	44%	0.15
	D	50%	0
11.	2.28 प्रतिशत (50-47.72)		
12.	75.09 प्रतिशत (28.23+46.86)		
13.	प्राप्तांक सीमा 11.40 से 20.60		
14.	उपसमूह A=33, B=217, C=217, D=33		
15.	(a) 2.28%	(b) 15.87%	

5.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेश (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उ०प्र०)
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (उ०प्र०)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ०प्र०)
- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation*, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.

- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education*, McGraw Hill Book Company, New York.

5.9 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सामान्य सम्भाव्यता वक्र के विभिन्न अनुप्रयोगों का वर्णन करें।
2. सम्भाव्यता के अन्तर्गत सामान्य सम्भाव्यता वक्र के महत्व को स्पष्ट करें।
3. सामान्य सम्भाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं? सामान्य सम्भाव्यता की उपयोगिता का वर्णन करें।

Table -A

सामान्य सम्भाव्यता वक्र में क्षेत्रफल

(AREA UNDER NORMAL PROBABILITY CURVE)

इस तालिका की सहायता से सामान्य वितरण में M तथा SD के अन्तर्गत आने वाले केसेज को ज्ञात किया जाता है, जैसे M तथा 1.47SD के मध्य निम्न तालिका के अनुसार 42.92% केसेज हैं। सिगमा दूरी (SD-Distance)को Z-Score भी कहते हैं।

(कुल क्षेत्र 10000 संख्याओं के आधार पर)

X/S D	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141

0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0.4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0.5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0.7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0.9	3159	3186	3212	3238	3264	3290	3315	3340	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1.1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1.2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1.5	4332	4345	4357	4370	4383	4394	4406	4418	4429	4441
1.6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4599	4608	4616	4625	4633	4639
1.8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2.0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2.2	4861	4864	4868	4871	4875	4872	4881	4884	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4878	4909	4911	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4906	4931	4932	4934	4936
2.5	4938	4940	4941	4943	4945	4929	4948	4949	4951	4952
2.6	4853	4955	4956	4957	4959	4946	4961	4962	4962	4964

2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4960	4971	4972	4973	4974
2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2.9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3.0	4986.5	4986. 9	4987. 4	4987. 8	4988. 2	4988. 6	4988. 9	4989. 3	4989 .7	4990. 0
3.1	4990.3	4990. 6	4991. 0	4991. 3	4991. 6	4991. 8	4992. 1	4992. 4	4992 .4	4992. 91
3.5	4997.674									
4.0	4999.683									
5.5	4999.966									
5.0	4999.997 133									

इकाई-6 असामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग (Applications of Non- Normal Probability Curve)

इकाई संरचना

- 6.1 प्रस्तावना
- 6.2 उद्देश्य
- 6.3 असामान्य वितरण
- 6.4 असामान्य वितरण के प्रकार
 - 6.4.1 विषमता
 - 6.4.2 ककुदता
- 6.5 सारांश
- 6.6 शब्दावली
- 6.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 6.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 6.9 निबन्धात्मक प्रश्न

6.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व आप ने सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर उसके अनेक अनुप्रयोगों को समझा था। सामान्य सम्भाव्यता वितरण एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके आधार पर विभिन्न प्रकार के उपयोग सम्भव हैं जिसे विभिन्न उदाहरणों एवं चित्रों के आधार पर आप ने विभिन्न व्यावहारिक समस्याओं का समाधान किया था।

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर उसके उपयोग तब ही सम्भव हैं जबकि पूर्ण सन्तुलित सामान्य वितरण वक्र निर्मित हो। सामान्य वितरण वक्र के फैलाव एवं उसकी निश्चित ऊँचाई में यदि थोड़ा भी अन्तर होगा तब उसे असामान्य वितरण मानते हैं।

असामान्य वितरण में प्रमुख रूप से दो प्रकार होते हैं- प्रथम- सामान्य वितरण के फैलाव में यदि अन्तर है तब उसे विषमता कहा जाता है। द्वितीय- सामान्य वितरण की ऊँचाई में यदि अन्तर है तब उसे ककुदता कहा जाता है। इस इकाई में असामान्य वितरण के इन्हीं दो प्रकार विषमता तथा ककुदता को विस्तार से आप को समझाया जायेगा।

6.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप-

- सामान्य सम्भाव्यता वक्र की निहित विशेषताओं को नहीं रखने वाले असामान्य वितरण को समझ सकते हो।

- असामान्य वितरण के प्रथम प्रकार विषमता का अर्थ तथा उसके दो प्रमुख प्रकार धनात्मक विषमता व ऋणात्मक विषमता को समझ सकते हो।
- इसी प्रकार असामान्य वितरण के द्वितीय प्रकार ककुदता के अर्थ तथा उसके विभिन्न रूपों का अध्ययन कर सकते हो।
- असामान्य वितरण की विषमता को दूर कर सामान्य वितरण किस प्रकार बनाया जा सकता है यह विधि भी आप समझ सकते हो।

6.3 असामान्य वितरण

सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके कारण उसके वितरण का फैलाव एवं उसकी ऊँचाई पूर्णतः निश्चित है। इसी कारण से विचलन के विभिन्न मापकों के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। सामान्यतः प्राप्त आँकड़ों के आधार पर निर्मित वक्र सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुरूप प्राप्त नहीं होता है, उसमें सामान्य सम्भाव्यता वक्र की तुलना में असामान्यता निहित होती है, ऐसे वितरण को असामान्यता वितरण कहा जाता है।

वितरण के फैलाव में यदि अन्तर है तब उसे वितरण की विषमता कहा जाता है जबकि सामान्य वितरण की ऊँचाई में अन्तर है तब उसे ककुदता कहा जाता है।

6.4 असामान्य वितरण के प्रकार

उपर्युक्त तथ्य के आधार पर असामान्य वितरण के दो प्रमुख प्रकार हैं-

- (i) विषमता (ii) ककुदता

6.4.1 विषमता

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अन्तर्गत केन्द्रीय प्रवृत्ति के तीनों माप-मध्यमान, मध्यांक एवं बहुलांक का मान एक समान होता है, किन्तु यदि इनका मान अलग-अलग हो, तब ऐसी स्थिति में वक्र सममित (Symmetrical) नहीं होता है तथा उसमें विषमता (Skewness) दृष्टिगत होती है, इसे ही विषमता कहा जाता है। (The word skewed means lacking symmetry or distorted.) M.W. Tate 1965. इसी प्रकार गैरिट के अनुसार “वह वितरण विषम कहा जाता है, जिसमें मध्यमान तथा मध्यांक वितरण के विभिन्न बिन्दुओं पर स्थित हों तथा उनका सन्तुलन (या घनत्व का केन्द्र) एक ओर से दूसरी ओर-बायें या दायें परिवर्तित हो जाता है।”

A distribution is said to be skewed when the mean and the median fall at different point in the distributions and the balance (or centre of gravity) is shifted to one side or the other to left or right.) H.E.Garrett (1967)

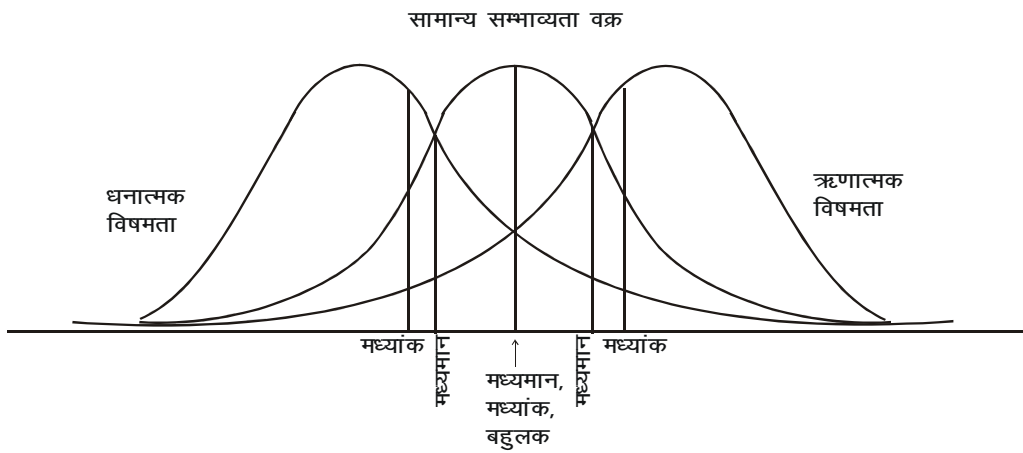
इस प्रकार विषमता के अन्तर्गत आवृत्ति वितरण का फैलाव एक दिशा अथवा दूसरी दिशा में विकृत (Twisted) होता है जिससे कि इसका एक भाग दूसरे भाग की अपेक्षा बहुलांक से अधिक दूर फैल जाता है।

(Skewness is the extent to which a frequency curve is twisted to one side or other, so that it extends farther to one side of the mode than the other.) English and English

वक्र में स्थित बायीं व दायीं ओर की विषमता के आधार पर विषमता दो प्रकार की होती है-

1. धनात्मक विषमता (Positive Skewness)
2. ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness)

यदि वितरण के प्राप्तांक मध्यमान से बायीं ओर अधिक वितरित हों तब धनात्मक विषमता (Positive Skewness) मानी जाती है। इसके विपरीत यदि मध्यमान से दायीं ओर अधिक प्राप्तांक वितरित हों तब ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) होती है।



धनात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक (Median) से अधिक होता है, जबकि ऋणात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक की अपेक्षा कम होता है। मध्यमान तथा मध्यांक (Median) के मान में जितना अधिक अन्तर होता है, वक्र विषमता की मात्रा उतनी ही अधिक होती है। निम्नलिखित सूत्र द्वारा वितरण की विषमता ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{विषमता (Skewness)} = \frac{3(\text{मध्य मान} - \text{मध्य अंक})}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \quad \text{Sk} = \frac{3(M - Md)}{\sigma} \quad \text{इसी प्रकार}$$

निम्नलिखित सूत्रों द्वारा भी विषमता (Skewness) ज्ञात की जा सकती है-

$$\text{विषमता Sk} = \frac{Q_3 + Q_1 - 2\text{Median}}{Q_3 - Q_1}$$

जबकि Q_3 व Q_1 चतुर्थांक तीन व चतुर्थांक एक

$$\text{अथवा, विषमता Sk} = \frac{P_{90} + P_{10}}{2} - P_{50}$$

जबकि P = Percentile शतांशीय मान

उपर्युक्त विषमता ज्ञात करने की विधियों द्वारा प्राप्त विषमता की मात्रा में अन्तर आता है। इसका कारण भिन्न-भिन्न सन्दर्भ बिन्दुओं का है। प्रथम विधि में गणना का आधार मध्यमान व मध्यांक (Median) है, जबकि दूसरी व तीसरी विधि में गणना का आधार मध्यांक अथवा शतांशीय मान 50 (P₅₀) है। यदि दो अथवा अधिक वितरणों की विषमता के मध्य पारस्परिक तुलना करनी हो तब एक ही विधि द्वारा गणना करना अधिक उपयुक्त होता है।

विषमता वितरण का सामान्यीकरण (Normalisation of Skewed Distribution) -

प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग केवल वहीं किया जा सकता है, जबकि प्राप्त आँकड़ों का स्वरूप सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुरूप प्राप्त होता है। यदि आँकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप नहीं है तथा उसके वितरण के स्वरूप में विषमता है, तब प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग उपयुक्त नहीं होता है। वितरण के स्वरूप में विषमता होने पर अनुसन्धानकर्ता के लिए अप्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग करना उपयुक्त होता है। यदि अनुसन्धानकर्ता यह अपेक्षा रखता है कि अनुसन्धान की परिकल्पनाओं की जाँच प्राचलिक सांख्यिकी विधियों द्वारा की जायें, तब ऐसी स्थिति में प्राप्त आँकड़ों के वितरण का सामान्यीकरण करना आवश्यक होता है। वितरण में स्थित विषमता का सामान्यीकरण करने अर्थात् सामान्य वितरण का आसंजन (Fitting of Normal Distribution) करने के पश्चात वांछित प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग करना उपयुक्त होता है।

विषमता वितरण का सामान्यीकरण निम्नलिखित दो विधियों द्वारा किया जा सकता है-

- a. कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) b. क्षेत्रफल विधि (Area Method)

a) कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method)-

कोटि अक्ष विधि से निम्नलिखित चरणों द्वारा विषमता प्राप्त वितरण (Skewed Distribution) को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है।

1. सर्वप्रथम आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रामाणिक विचलन ज्ञात करना।
2. प्रत्येक वर्गान्तर के मध्य बिन्दु (Mixed Point X) तथा मध्यमान के अन्तर में प्रामाणिक विचलन (S.D.) का भाग देकर Z मूल्य ज्ञात करना $\left(\frac{X-M}{\sigma}\right)$ ।
3. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर तालिका द्वारा कोटि अक्ष (Ordinate y) y का मूल्य ज्ञात करना।
4. प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात करना।

$$\frac{\text{वर्ग अन्तराल} \times \text{आवृत्तियों का कुल योग} \times y \text{ मूल}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \quad \text{अथवा} \quad \frac{i \times N \times y}{S.D.}$$

उदाहरण-1 निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के आधार पर कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) द्वारा वितरण में स्थित विषमता का सामान्यीकरण कीजिये-

वर्गान्तर (C.I.)	आवृत्ति (f)
45 -50	1
40 - 45	5
35 -40	11
30 -35	23
25- 30	36
20 – 25	20
15 – 20	8
10 – 15	4
5 -10	2

N= 110

सर्वप्रथम उपर्युक्त आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.) ज्ञात करेंगे।

C.I.	f	d	fd	fd ²	X	Z	Y	सामान्यीकृत
			(fd×d)	(Midpoint)			आवृत्ति	
45-50	1	+4	4	16	47	2.62	0.129	0.94=01
40-45	5	+3	15	45	42	1.95	0.596	4.37=04
35-40	11	+2	22	44	37	1.28	.1758	12.89=13
30-35	23	+1	23	23	32	0.62	.3292	24.14=24
25-30	36	0	0	00	27	-0.05	.3984	29.21=29
20-25	20	-1	-20	20	22	-0.71	.3101	22.74=23
15-20	8	-2	-16	32	17	-1.38	.1539	11.28=11
10-15	4	-3	-12	36	12	-2.05	.0488	3.58=04
5-10	2	-4	-8	56	7	-2.71	.0101	0.73=01
	N=110		Σfd=+8		Σfd ² =248			N=110

$$1. \text{ मध्यमान (Mean) = AM} + \left(\frac{\sum fd}{N} \right) i = 27 + \left(\frac{8}{110} \right) \times 5 = 27.36$$

$$2. \text{ प्रामाणिक विचलन (S.D) = } i \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N} \right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{\frac{248}{110} - \left(\frac{8}{110} \right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{2.25 - 0.00} = 5 \times 1.50 = 7.50$$

3. प्रत्येक वर्गान्तर का Z मूल्य $\frac{\text{मध्य बिन्दु} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \left(\frac{X - M}{S.D.} \right)$ सूत्र द्वारा ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर का मध्यबिन्दु 7 है तथा वितरण का मध्यमान 27.36 व प्रामाणिक विचलन 7.50 प्राप्त हुआ, अतः Z मूल्य $\left(\frac{7 - 27.36}{7.50} \right) = \frac{-20.36}{7.50} = -2.71$ प्राप्त होगा। इसी प्रकार प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य को ज्ञात किया गया।

4. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर सारणी B द्वारा y मूल्य (y Value) ज्ञात किया गया।

5. अन्त में, प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति को सूत्र

$\frac{\text{वर्ग अन्तराल} \times \text{आवृत्तियों का कुल योग} \times y \text{ मूल्य}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \left(\frac{i \times N \times y}{S.D.} \right)$ द्वारा ज्ञात किया गया। प्रत्येक वर्गान्तर का अन्तराल 5 (i=5) है तथा आवृत्तियों का योग 110 N=110) है। प्रामाणिक विचलन भी 7.50 है। परन्तु प्रत्येक वर्गान्तर का y मूल्य अलग-अलग है। सामान्यीकृत आवृत्ति की गणना करें तब प्रथम वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति $\frac{5 \times 110 \times 0.0101}{7.50} = 0.74$ होगी। आधे से अधिक होने के कारण इसे 1 सामान्यीकृत आवृत्ति मान सकते हैं।

इसी प्रकार सूत्र द्वारा प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति ज्ञात करते हैं। इस प्रकार कोटि अक्ष विधि द्वारा विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है। इसे आलेखीय रूप में अधिक स्पष्ट रूप से प्रदर्शित कर सकते हैं।

वर्गान्तर (C.I.)	निरीक्षित आवृत्ति	सामान्यीकृत आवृत्ति
45-50	1	1
40-45	5	4
35-40	11	13
30-35	23	24
25-30	36	29
20 -25	20	23
15-20	8	11
10-15	4	4
5-10	2	1
	N=110	N=110
मध्यमान (Mean)	27.36	7.50
प्रामाणिक विचलन (S.D.)	27.23	7.50

स्पष्ट है कि सामान्यीकृत आवृत्तियों द्वारा निर्मित आवृत्ति बहुभुज सामान्य वितरण वक्र को प्रदर्शित कर रहा है। निरीक्षित आवृत्ति तथा सामान्यीकृत आवृत्ति दोनों के मध्यमान तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.) भी लगभग समान प्राप्त हुए हैं। यदि प्रथम और अन्तिम वर्गान्तरों में Z का मूल्य ± 3 से कम प्राप्त होता है तब ऐसी स्थिति में सामान्यीकृत आवृत्ति बनाते समय एक वर्गान्तर प्रारम्भ में तथा एक वर्गान्तर अन्त में निर्मित करते हैं एवं उसकी आवृत्ति शून्य रखते हैं। जैसा कि निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट है-

उदाहरण-2

वर्गान्तर आवृत्ति	d	fd	fd ² (fd×d)	x	z	y	सामान्यीकृत
50-55	0		52	2.42	.0213	1.52=1	
45-50	10	4 40	160	47	1.94	.0608	4.36=4
40-45	8	3 24	72	42	1.47	.1354	9.72=10
35-40	15	2 30	60	37	.99	.2444	17.54=18

30-35	25	1	25	25	32	.51	.3503	25.14=25	
25-30	32	0	00	00	27	.03	.3988	28.62=29	
20-25	20	-1	-20	20	22	-.45	.3605	25.87=26	
15-20	18	-2	-36	72	17	-.92	.2613	18.75=19	
10-15	15	-3	-45	135	12	-1.40	.1497	10.74=11	
5-10	7	-4	-28	112	7	-1.88	.0681	4.88=5	
0-5	0				2	-2.36	.0246	1.76=2	
N=150		$\Sigma fd = -10$			$\Sigma fd^2 = 656$			N= 150	

$$\begin{aligned}
 \text{मध्यमान (Mean)} &= AM + \left(\frac{\Sigma fd}{N} \right) \times i \\
 &= 27 + \frac{-10}{150} \times 5 \\
 &= 27 - 0.33 \\
 &= 26.67
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{प्रामाणिक विचलन (S.D.)} &= i \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N} \right)^2} \\
 &= 5 \sqrt{\frac{656}{150} - \left(\frac{-10}{150} \right)^2} \\
 &= 5 \sqrt{4.37 - 0.00} \\
 &= 5 \times 2.09 \\
 &= 10.45
 \end{aligned}$$

b) क्षेत्रफल विधि (Area Method)-

क्षेत्रफल विधि के द्वारा भी विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है। इस विधि के निम्नलिखित चरण हैं-

- 1) सर्वप्रथम आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.)की गणना की जाती है।
- 2) प्रत्येक वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा (exact upper limit) तथा मध्यमान के अन्तर में प्रामाणिक विचलन (S.D.)का भाग देकर Z मूल्य ज्ञात $\frac{\text{Upper Limit}-\text{Mean}}{\text{SD}}$ किया जाता है।
- 3) प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर सारणी -A द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात ज्ञात करते हैं।
- 4) प्रत्येक वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित प्रतिशत क्षेत्रफल ज्ञात करना।
- 5) प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति सूत्र $\left(\text{AreaPercent} \times \frac{N}{100} \right)$ प्रतिशत क्षेत्रफल \times (आवृत्तियों का योग)/100 द्वारा ज्ञात करते हैं

उपर्युक्त चरणों को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा अधिक स्पष्टता से समझा जा सकता है-

उदाहरण-3

सर्वप्रथम दिये गये आवृत्ति वितरण का मध्यमान ज्ञात करेंगे।

$$\text{मध्यमान (Mean)} = \text{A.M.} + \left(\frac{\sum fd}{N} \right) i$$

$$\begin{aligned} & 27 + \left(\frac{-20}{100} \right) \times 5 \\ & = 27 + (-1.00) \\ & = 26.00 \end{aligned}$$

2. प्रामाणिक विचलन की गणना की गई-

$$\begin{aligned} \text{प्रामाणिक विचलन (S.D.)} &= i \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N} \right)^2} \\ &= 5 \sqrt{\frac{256}{100} - \left(\frac{-20}{100} \right)^2} \\ &= 5 \sqrt{2.56 - 0.04} \end{aligned}$$

$$=5\sqrt{2.52}$$

$$=5 \times 1.59$$

$$=7.95$$

3. प्रत्येक वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा (Exact Upper Limit or u) तथा प्राप्त मध्यमान (25.50) के अन्तर में प्रामाणिक विचलन (7.85) का भाग देते हुए Z मूल्य ज्ञात करते हैं।

प्रथम वर्गान्तर का Z मूल्य ज्ञात करने के लिये वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा 9.50 में से मध्यमान 25.50 को घटाकर प्रामाणिक विचलन 7.85 का भाग दिया गया-

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{\text{शुद्ध उच्चतम सीमा (वर्गान्तर की)} - \text{मध्यमान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \text{ अथवा } \frac{u - M}{S.D.}$$

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{9.50 - 26.00}{7.95} = -2.08$$

4. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर तालिका द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर के Z मूल्य 2.04 के आधार पर तालिका A द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात 47.93 प्राप्त हुआ।
5. क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात के आधार पर प्रत्येक वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर (5-9) के प्रतिशत 47.93 को कुल 50 प्रतिशत से घटाने पर प्रथम वर्गान्तर में स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत (50-47.93) 2.07 प्राप्त हुआ। इसी प्रकार दूसरे वर्गान्तर (10-14) के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत 6.01 (47.93-41.92) प्राप्त हुआ। इस प्रकार सभी वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत ज्ञात किया गया। वर्गान्तर 25-29 में स्थित क्षेत्रफल अनुपात 5.17 में 19.50 को जोड़कर 24.67 प्रतिशत प्राप्त किया गया।
6. अन्त में, प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति को स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत के आधार पर ज्ञात किया गया। वर्गान्तर में स्थित प्रतिशत क्षेत्रफल का गुणा, आवृत्तियों के योग (N) से कर 100 का भाग देकर सामान्यीकृत आवृत्ति ज्ञात करते हैं। इसे निम्नलिखित सूत्र द्वारा भी ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{सामान्यीकृत आवृत्ति} = \frac{\text{स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत} \times \text{आवृत्तियों का योग}}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{प्रथम वर्गान्तर (5-9) की सामान्यीकृत आवृत्ति} &= \frac{1.88 \times 100}{100} \\ &= 1.88 = 2 \end{aligned}$$

इस प्रकार क्षेत्रफल विधि द्वारा निम्नलिखित रूप में सामान्यीकृत आवृत्ति प्राप्त होती है-

वर्गान्तर	निरीक्षित आवृत्ति	सामान्यीकृत आवृत्ति
45-49	2	1
40-44	4	3
35-39	8	9
30-34	12	18
25-29	35	25
20-24	18	22
15-19	14	14
10-14	6	6
5-9	1	2
N	100	100
मध्यमान (Mean)	25.50	25.65
प्रामाणिक विचलन (SD)	7.85	7.95

इस प्रकार क्षेत्रफल विधि (Area Method) द्वारा विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित करते हैं। निरीक्षित आवृत्ति तथा सामान्यीकृत आवृत्ति वितरण के मध्यमान तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.) भी लगभग समान हैं। कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) तथा क्षेत्रफल विधि (Area Method) द्वारा प्राप्त सामान्यीकृत आवृत्तियों में कुछ अन्तर भी हो सकता है।

6.4.2 ककुदता

ककुदता से तात्पर्य है सामान्य सम्भाव्यता वक्र की तुलना में किसी आवृत्ति वितरण की ऊँचाई अथवा उसका चपटा होना है। (The term Kurtosis refers to the peakedness or flatness of frequency distribution with normal.) H.E. Garrett

सामान्य वितरण वक्र से अधिक ऊँचाई होने पर लैप्टोकेटिक (Leptokurtic), सामान्य से कम ऊँचाई को मैसोकेटिक (Mesokurtic) तथा चपटापन होने पर प्लैटोकेटिक (Platykurtic) कहा जाता है।

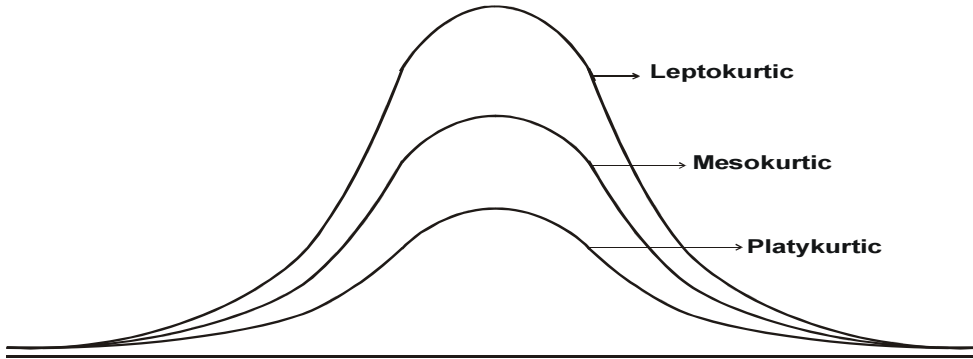
ककुदता ज्ञात करने के लिये निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$\text{ककुदता (Ku)} = \frac{Q}{P_{90} - P_{10}}$$

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की ककुदता (Ku)का मान 0.263 निश्चित होता है। यदि किसी वितरण का 0.263 $\left(ku = \frac{0.6745}{1.28 - (-1.28)} = 0.263\right)$ ककुदता मान से अधिक मान प्राप्त होता है तब वह प्लैटीकर्टिक माना जाता है तथा इसके विपरीत यदि किसी वितरण का ककुदता मान 0.263 से कम प्राप्त होता है तब उसे लैप्टोकर्टिक कहा जाता है।

6.5 सारांश

सामान्यतः प्राप्त आँकड़ों के आधार पर निर्मित वक्र सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुरूप प्राप्त नहीं होता है। इस प्रकार के वक्र में सामान्य सम्भाव्यता वक्र की तुलना में असामान्यता स्थित होती है। इस प्रकार के वितरण को ही असामान्य वितरण कहा जाता है। यह असामान्य वितरण विषमता तथा ककुदता के रूप में होता है। विषमता के अन्तर्गत वितरण का फैलाव एक दिशा अथवा दूसरी दिशा में अधिक होता है। यदि वितरण के प्राप्तांक मध्यमान से बायीं ओर अधिक वितरित हों तब धनात्मक विषमता मानते हैं। इसके विपरीत यदि मध्यमान से दायीं ओर अधिक प्राप्तांक वितरित हों तब ऋणात्मक विषमता होती है। विषमता वितरण का सामान्यीकरण कोटि अक्ष विधि तथा क्षेत्रफल विधि द्वारा कर सकते हैं। सामान्य सम्भाव्यता वक्र की तुलना में किसी आवृत्ति वितरण की ऊँचाई अथवा उसका चपटा होना ककुदता कहलाता है। सामान्य वितरण वक्र से अधिक ऊँचाई होने पर लैप्टोकर्टिक जबकि सामान्य वितरण वक्र से कम ऊँचाई होने पर चपटापन अथवा प्लैटीकर्टिक कहा जाता है। यदि सामान्य वितरण वक्र के समान हो तब उसे मैसोकर्टिक कहते हैं।



6.6 शब्दावली

- **शतांशीय मान:** शतांशीय मान वह बिन्दु है जो दिये वितरण में उस बिन्दु को बताता है जिसके नीचे निश्चित प्रतिशत के प्राप्तांक स्थित होते हैं।

6.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) किसी सामान्य वितरण वक्र की विषमता होगी
(अ) धनात्मक (ब) ऋणात्मक (स) शून्य (द) 1.00
 - 2) सामान्य वितरण वक्र में ककुदता गुणांक का मान होता है-
(अ) शून्य (ब) 0.263 (स) 0.457 (द) 01.42
 - 3) वितरण वक्र यदि बाँयी ओर झुक जाए तो उसे कहते है-
(अ) धनात्मक विषमता (ब) ऋणात्मक विषमता (स) ककुदता (द) लैप्टो कर्टिक
 - 4) निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात करते हैं-
(अ) ककुदता (ब) शतांशीय मान (स) चतुर्थांक विचलन (द) विषमता
 - 5) क्या मैसोकर्टिक वक्र को सामान्य वितरण वक्र के समान माना जा सकता (हाँ/नहीं)
- उत्तर: 1) स 2) ब 3) अ 4) द 5) हाँ

6.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेश (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उ०प्र०)
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (उ०प्र०)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ०प्र०)
- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation*, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.

- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education*, McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences*. McGraw Hill Book Company, New York.

6.9 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सामान्य सम्भाव्यता वक्र से विचलन के रूप में विषमता तथा ककुदता का वर्णन करें।
2. किसी प्रासांक वितरण का शतांशीय 10 (P_{10}) का मान 52 शतांशीय 50 (P_{50}) का मान 57 है तथा शतांशीय 90 (P_{90}) का मान 65 (P_{65}) है तब वितरण की विषमता क्या होगी ?
3. वितरण की ककुदता का अर्थ स्पष्ट करते हुए विषमता से भिन्नता स्पष्ट करें।
4. धनात्मक तथा ऋणात्मक विषमता को चित्र सहित स्पष्ट करें।
5. सामान्य वितरण वक्र का ककुदता गुणांक स्पष्ट करते हुए लैप्टो कर्टिक (Lepto Kurtic) तथा प्लेटीकर्टिक (Platy Kurtic) में अन्तर स्पष्ट करें।

Table -A

सामान्य सम्भाव्यता वक्र में क्षेत्रफल

(AREA UNDER NORMAL PROBABILITY CURVE)

इस तालिका की सहायता से सामान्य वितरण में M तथा SD के अन्तर्गत आने वाले केसेज को ज्ञात किया जाता है, जैसे M तथा 1.47SD के मध्य निम्न तालिका के अनुसार 42.92% केसेज हैं। सिगमा दूरी (SD-Distance)को Z-Score भी कहते हैं।

(कुल क्षेत्र 10000 संख्याओं के आधार पर)

X/S D	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	027 9	0319	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	067 5	0714	0753
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	106 4	1103	1141
0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	144 3	1480	1517
0.4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	180 8	1844	1879
0.5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	215 7	2190	2224
0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	248 6	2517	2549
0.7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	279 4	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	307 8	3106	3133
0.9	3159	3186	3212	3238	3264	3290	3315	334 0	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	357 7	3599	3621
1.1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	379 0	3810	3830
1.2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	398 0	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	414 7	4162	4177

1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	429 2	4306	4319
1.5	4332	4345	4357	4370	4383	4394	4406	441 8	4429	4441
1.6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	452 5	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4599	4608	4616	462 5	4633	4639
1.8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	469 3	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	475 6	4761	4767
2.0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	480 8	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	485 0	4854	4857
2.2	4861	4864	4868	4871	4875	4872	4881	488 4	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4878	4909	491 1	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4906	4931	493 2	4934	4936
2.5	4938	4940	4941	4943	4945	4929	4948	494 9	4951	4952
2.6	4853	4955	4956	4957	4959	4946	4961	496 2	4962	4964
2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4960	4971	497 2	4973	4974

2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
								9		
2.9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3.0	4986.5	4986.9	4987.4	4987.8	4988.2	4988.6	4988.9	4989.3	4989.7	4990.0
3.1	4990.3	4990.6	4991.0	4991.3	4991.6	4991.8	4992.1	4992.4	4992.4	4992.91
3.5	4997.674									
4.0	4999.683									
5.5	4999.966									
5.0	4999.997 133									

Table B

सामान्य प्रायिकता वक्र की कोटियाँ (Ordinates of the Normal Probability Curve)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.3989	.3989	.3989	.3988	.3986	.3984	.3982	.3980	.3977	.3973
0.1	.3970	.3965	.3961	.3956	.3951	.3945	.3939	.3932	.3925	.3918
0.2	.3910	.3902	.3894	.3885	.3876	.3867	.3857	.3847	.3836	.3825
0.3	.3814	.3802	.3790	.3778	.3765	.3752	.3739	.3725	.3712	.3697
0.4	.3683	.3668	.3653	.3637	.3621	.3605	.3589	.3572	.3555	.3538
0.5	.3521	.3503	.3485	.3467	.3448	.3429	.3410	.3391	.3372	.3352
0.6	.3332	.3312	.3292	.3271	.3251	.3230	.3209	.3187	.3166	.3144
0.7	.3123	.3101	.3079	.3056	.3034	.3011	.2989	.2966	.2943	.2920

0.8	.2897	.2874	.2850	.2827	.2803	.2780	.2756	.2732	.2709	.2685
0.9	.2661	.2637	.2613	.2589	.2565	.2541	.2516	.2492	.2468	.2444
1.0	.2420	.2396	.2371	.2347	.2323	.2299	.2275	.2251	.2227	.2203
1.1	.2179	.2155	.2131	.2107	.2083	.2059	.2036	.2012	.1986	.1965
1.2	.1942	.1919	.1895	.1872	.1849	.1826	.1804	.1781	.1758	.1736
1.3	.1714	.1691	.1669	.1647	.1626	.1604	.1582	.1561	.1539	.1518
1.4	.1497	.1476	.1456	.1435	.1415	.1394	.1374	.1354	.1331	.1315
1.5	.1295	.1276	.1257	.1238	.1219	.1200	.1182	.1163	.1145	.1127
1.6	.1109	.1092	.1074	.1057	.1040	.1023	.1006	.0989	.0973	.0957
1.7	.0940	.0925	.0909	.0983	.0878	.0863	.0848	.0833	.0818	.0809
1.8	.0790	.0775	.0761	.0748	.0734	.0721	.0707	.0694	.0681	.0669
1.9	.0056	.0644	.0632	.0620	.0608	.0596	.0584	.0573	.0562	.0551
2.0	.0540	.0529	.0519	.0508	.0498	.0488	.0478	.0468	.0459	.0449
2.1	.0440	.0431	.0422	.0413	.0404	.0395	.0387	.0379	.0371	.0363
2.2	.0355	.0347	.0339	.0332	.0325	.0317	.0310	.0303	.0297	.0290
2.3	.0283	.0277	.0270	.0264	.0258	.0252	.0246	.0241	.0235	.0229
2.4	.0224	.0219	.0213	.0208	.0203	.0198	.0194	.0189	.0184	.0180
2.5	.0175	.0174	.0167	.0163	.0158	.0154	.0151	.0147	.0143	.0139
2.6	.0136	.0132	.0129	.0126	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110	.0107
2.7	.0104	.0101	.0099	.0096	.0093	.0091	.0088	.0086	.0084	.0081
2.8	.0079	.0077	.0075	.0073	.0071	.0069	.0067	.0065	.0063	.0061

2.9	.0060	.0058	.0056	.0055	.0055	.0053	.0051	.0050	.0078	.0047
3.0	.0044	.0043	.0042	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036	.0035	.0034
3.5	.00087									
4.0	.00013									
4.5	.000016									
5.0	.0000015									

इकाई-7 सहसम्बन्ध गुणांक:- अर्थ, महत्व और विधियाँ (गुणन-आघूर्ण एवं क्रम अन्तर)
 (Correlation Coefficient:- Meaning, Importance and Methods (Product Moment and Rank Difference))

इकाई संरचना

- 7.1 प्रस्तावना
- 7.2 उद्देश्य
- 7.3 सहसम्बन्ध का अर्थ
- 7.4 सहसम्बन्ध की दिशाएँ
- 7.5 सहसम्बन्ध के प्रकार
 - 7.5.1 मात्रात्मक सहसम्बन्ध
 - 7.5.2 गुणात्मक सहसम्बन्ध
- 7.6 सहसम्बन्ध गुणांक की विधियाँ
 - 7.6.1 प्रोड्युक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध विधि
 - 7.6.2 क्रम अन्तर विधि
- 7.7 प्रोड्युक्ट मोमेन्ट तथा क्रम अन्तर विधि में अन्तर
- 7.8 सहसम्बन्ध गुणांक
- 7.9 सारांश
- 7.10 शब्दावली
- 7.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 7.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 7.13 निबन्धात्मक प्रश्न

7.1 प्रस्तावना

जीवन की अनेक घटनायें एक दूसरे से सम्बन्धित होती हैं। इन सम्बन्धों का अध्ययन सहसम्बन्ध विधियों द्वारा किया जाता है। दैनिक जीवन में अपने अनुभवों के आधार पर हम विभिन्न परिवर्तियों के मध्य पारस्परिक सम्बन्ध निर्धारित करने का प्रयास करते हैं। जब एक परिवर्ती में हुए परिवर्तन का दूसरे परिवर्ती पर अनुकूल अथवा प्रतिकूल परिवर्तन होता है, तब इन दोनों परिवर्तियों में पारस्परिक सम्बन्ध अथवा सहसम्बन्ध माना जाता है।

इस इकाई का अध्ययन कर विभिन्न सहसम्बन्ध की गणना विधियों को समझ सकते हो। सहसम्बन्ध के प्रकार तथा सहसम्बन्ध गुणांक के महत्व को भी स्पष्ट किया गया है।

7.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप-

- सहसम्बन्ध का अर्थ समझ सकते हैं।
 - सहसम्बन्ध के विभिन्न प्रकार उदाहरण सहित समझ सकते हैं।
 - सहसम्बन्ध की गणना विधियाँ प्रमुख रूप से दो हैं- प्रथम प्रोजेक्ट मोमेन्ट विधि है जिसे पीर्यसन ने बताया था। उदाहरण सहित गणना विधि को समझ सकते हो।
 - द्वितीय प्रमुख विधि क्रम अन्तर विधि है, जिसे स्पीयरमैन ने बताया था। इस विधि द्वारा गणना करना जान सकते हो।
 - उपर्युक्त दोनो विधि प्रोजेक्ट मोमेन्ट तथा क्रम अन्तर विधि में विभिन्न अन्तर भी स्पष्ट किये गए हैं।
-

7.3 सहसम्बन्ध का अर्थ

सहसम्बन्ध दो अथवा दो से अधिक परिवर्तियों के मध्य स्थित पारस्परिक सम्बन्ध है। पारस्परिक सहसम्बन्ध की मात्रा सहसम्बन्ध गुणांक के रूप में व्यक्त की जाती है।

गिल्फर्ड (Guilford) के अनुसार, “सहसम्बन्ध गुणांक वह एक अंक है, जो यह बताता है कि दो वस्तुयें किस सीमा तक सम्बन्धित हैं, एक परिवर्ती दूसरे परिवर्ती के साथ किस सीमा तक परिवर्तित होता है।”

"A coefficient of correlation is a single number that tell us to what extent two things are related, to what extent variations in the one go with variations in the other."

J.P. Guilford

फरग्यूसन तथा टकाने के अनुसार “वह सांख्यिकी जो कि दो परिवर्तियों के मध्य सम्बन्ध की मात्रा का वर्णन करे सहसम्बन्ध गुणांक कहलाती है।”

"The statistics that describe the degree of relation between two variables is called a correlation coefficient."

Ferguson and Takane

अन्य महत्वपूर्ण परिभाषाएँ

लैथरॉप “सहसम्बन्ध दो परिवर्तियों के मध्य संयुक्त सम्बन्ध की ओर इंगित करता है।” Correlation indicates a joint relationship between variables." Richard G. Lathrop (Introduction to Psychological Research 1969)

इंग्लिश तथा इंग्लिश - “सहसम्बन्ध एक प्रकार का सम्बन्ध अथवा निर्भरता है। सहसम्बन्ध इस तथ्य की ओर संकेत करता है कि दो वस्तुयें अथवा परिवर्ती इस प्रकार सम्बन्धित हैं कि एक में परिवर्तन होने के साथ दूसरे में समान रूप से अथवा समानान्तर परिवर्तन होता है।”

"Correlation is a relationship or dependence. It is the fact that two things or variables are so related that change in one is accompanied by a corresponding or parallel change in the others." English and English

वॉलमैन “सहसम्बन्ध एक सहगामी परिवर्तन है, वह सीमा जिस सीमा तक दो परिवर्ती साथ-साथ परिवर्तित होते हैं।”

"Correlation is a concomitant variation, the degree to which two variables vary together." B.B. Wolman.

उपर्युक्त परिभाषाओं से स्पष्ट है कि सहसम्बन्ध गुणांक वह मात्रा है जो कि दो परिवर्तियों अथवा वस्तुओं के मध्य सम्बन्ध की सीमा तथा उसका स्वरूप प्रदर्शित करता है।

7.4 सहसम्बन्ध की दिशाएँ

एक परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में भी वृद्धि होती है अथवा एक परिवर्ती की मात्रा में कमी होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में भी कमी होती है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य धनात्मक सहसम्बन्ध माना जाता है। उदाहरणार्थ, किसी विद्यार्थी के विज्ञान विषय में अधिक अंक आने पर गणित विषय में भी अच्छे अंक प्राप्त होते हैं। इसी प्रकार विज्ञान विषय में कम अंक प्राप्त होने पर गणित विषय में भी कम अंक प्राप्त होते हैं, तब यह माना जा सकता है कि विज्ञान तथा गणित विषयों के प्राप्तांकों के मध्य धनात्मक सहसम्बन्ध है।

इसके विपरीत ऋणात्मक सहसम्बन्ध होता है। जब एक परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में कमी होती है अथवा एक परिवर्ती की मात्रा में कमी होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि होती है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य ऋणात्मक सहसम्बन्ध माना जाता है। उदाहरणार्थ, किसी विद्यार्थी को विज्ञान विषय में अधिक अंक प्राप्त होने पर हिन्दी विषय में कम अंक प्राप्त होते हैं। इसी प्रकार हिन्दी विषय में अधिक अंक प्राप्त होने पर विज्ञान विषय में कम अंक प्राप्त होते हैं। ऐसी स्थिति में माना जा सकता है कि विज्ञान तथा हिन्दी विषयों के प्राप्तांकों के मध्य ऋणात्मक सहसम्बन्ध है।

यदि एक विषय में प्राप्त अंकों का दूसरे विषय में प्राप्त अंकों पर धनात्मक अथवा ऋणात्मक किसी प्रकार का प्रभाव न पड़े तब इस प्रकार के सहसम्बन्ध को शून्य सहसम्बन्ध (मृतव ब्वततमसंजपवदद्ध कहा जाता है। जब एक परिवर्ती की वृद्धि अथवा कमी होने पर दूसरे परिवर्ती की मात्रा पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य शून्य सहसम्बन्ध मानते हैं। उदाहरणार्थ- गणित विषय व हिन्दी विषय के प्राप्तांकों के घटने व

बढ़ने का यदि कोई स्पष्ट प्रभाव नहीं दृष्टिगत होता है, तब यह माना जा सकता है कि गणित व हिन्दी विषय के प्राप्तांकों के मध्य शून्य सहसम्बन्ध है।

इस प्रकार धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य सहसम्बन्ध तीनों ही सहसम्बन्ध की दिशा को व्यक्त करते हैं। सहसम्बन्ध गुणांक के धनात्मक (+) व ऋणात्मक (-) चिन्हों द्वारा सहसम्बन्ध की दिशा का ज्ञान होता है। सहसम्बन्ध गुणांक का विस्तार +1 से लेकर -1 तक होता है। (Coefficient of correlation are indices ranging over a scale which extends from 1.00 through 0.00 to +1.00) Garrett.

सहसम्बन्ध गुणांक विस्तार						
-1.00	-0.50	-0.25	.00	+0.25	+0.50	+1.00
ऋणात्मक		शून्य		धनात्मक		

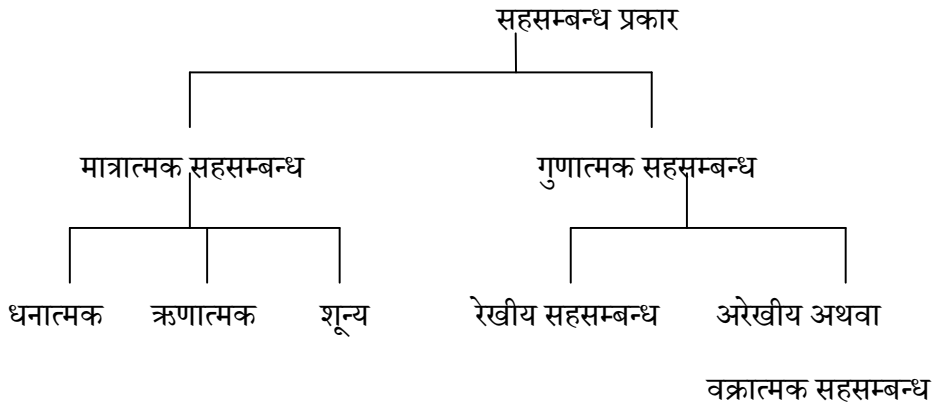
स्पष्ट है कि +1.00 सहसम्बन्ध गुणांक पूर्ण धनात्मक सहसम्बन्ध (Perfect Positive Correlation) को स्पष्ट करता है, जबकि -1.00 सहसम्बन्ध गुणांक पूर्ण ऋणात्मक सहसम्बन्ध (perfect negative correlation) को व्यक्त करता है। -1.00 से 0.00 के मध्य स्थित सहसम्बन्ध गुणांक ऋणात्मक होते हैं, जबकि +1.00 से 0.00 के मध्य स्थित सहसम्बन्ध धनात्मक सहसम्बन्ध होते हैं। सहसम्बन्ध गुणांक की व्याख्या इस प्रकार की जा सकती है-

सहसम्बन्ध गुणांक	सहसम्बन्ध विवरण
+ 1.00	पूर्ण धनात्मक सहसम्बन्ध (Perfect Positive Correlation)
+ .81 से +.99	अत्यन्त उच्च धनात्मक सहसम्बन्ध (Very High Positive Correlation)
+ .61 से +.80	उच्च धनात्मक सहसम्बन्ध (High Positive Correlation)
+ .41 से +.60	औसत धनात्मक सहसम्बन्ध (Moderate Positive Correlation)
+ .21 से +.40	निम्न धनात्मक सहसम्बन्ध

.01 से +.20	(Low Positive Correlation) नगण्य धनात्मक सहसम्बन्ध
0	(Negligible Positive Correlation) शून्य सहसम्बन्ध (Zero Correlation)
.01 से -.20	नगण्य ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Negligible Negative Correlation)
-.21 से -.40	निम्न ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Low Negative Correlation)
-.41 से -.60	औसत ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Moderate Negative Correlation)
-.61 से -.80	उच्च ऋणात्मक सहसम्बन्ध (High Negative Correlation)
-.81 से -.99	अत्यधिक उच्च ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Very High Negative Correlation)
-1.00	पूर्ण ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Perfect Negative Correlation)

7.5 सहसम्बन्ध के प्रकार

सहसम्बन्ध के प्रमुख रूप से दो प्रकार हैं- प्रथम मात्रात्मक सहसम्बन्ध तथा द्वितीय गुणात्मक सहसम्बन्ध। मात्रात्मक सहसम्बन्ध धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य सहसम्बन्ध के रूप में मानते हैं। गुणात्मक सहसम्बन्ध, रेखीय तथा अरेखीय दो रूपों में विभक्त करते हैं। सहसम्बन्ध के प्रकार निम्नलिखित रूप में वर्गीकृत कर सकते हैं-

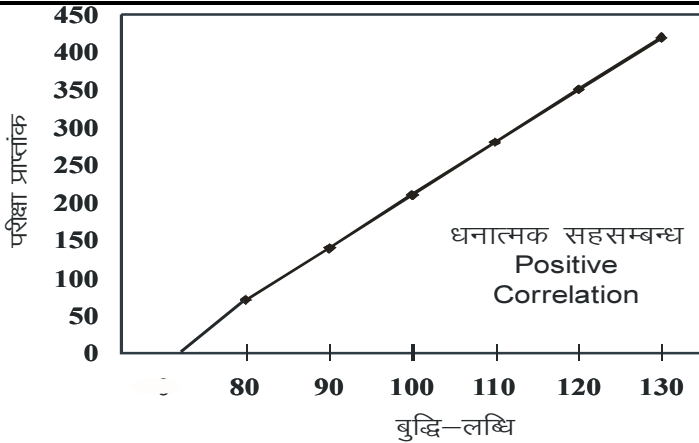


7.5.1 मात्रात्मक सहसम्बन्ध (Quantitative Correlation)-

जब सहसम्बन्ध गुणांक के आधार पर इसे तीन भागों में विभक्त कर सकते हैं-

I. धनात्मक सहसम्बन्ध (Positive Correlation)-

जब एक परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में भी वृद्धि होती है अथवा एक परिवर्ती की मात्रा में कमी होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में कमी होती है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य धनात्मक सहसम्बन्ध माना जाता है। स्पष्ट है कि जब एक परिवर्ती में होने वाला परिवर्तन दूसरे परिवर्ती को भी उसी दिशा में प्रभावित करे तब दोनों परिवर्तियों में धनात्मक सहसम्बन्ध होता है। (A positive correlation indicates that large amount of one variable tend to accompany large amount of the other.) H.E. Garrett उदाहरणार्थ, एक वृत्त का व्यास बढ़ता है तब वृत्त की परिधि भी बढ़ती है। वृत्त का व्यास घटने पर उसकी परिधि भी घटती है। इस प्रकार वृत्त के व्यास एवं परिधि के मध्य धनात्मक सहसम्बन्ध है। इसी प्रकार विद्यार्थियों के विज्ञान विषय में अधिक अंक आते हैं, तब गणित विषय में भी अच्छे अंक आते हैं। विज्ञान विषय तथा गणित विषय के प्राप्तांकों के मध्य धनात्मक सहसम्बन्ध है। यदि अधिक बुद्धि-लब्धि वाले विद्यार्थियों के परीक्षा में अधिक अच्छे अंक आते हैं, अतः यह धनात्मक सहसम्बन्ध माना जाता है। इसे निम्नलिखित चित्र द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं-



II. ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Negative Correlation) -

एक परिवर्ती का प्रभाव दूसरे परिवर्ती को विपरीत दिशा में प्रभावित करे तब दोनों परिवर्तियों में ऋणात्मक सहसम्बन्ध होता है। जब एक परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में कमी होती है अथवा एक परिवर्ती की मात्रा में कमी होने के परिणामस्वरूप दूसरे परिवर्ती की मात्रा में वृद्धि होती है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य ऋणात्मक सहसम्बन्ध होता है।

वॉलमैन के अनुसार, “ऋणात्मक सहसम्बन्ध दो परिवर्तियों के मध्य ऐसा सम्बन्ध है, जिसमें एक परिवर्ती के बढ़ते हुए मानों का सम्बन्ध दूसरे परिवर्ती के घटते हुए मानों से होता है।” (Negative Correlation is a relation between two variables in which increasing values of one variable are related to decreasing values of the other.) *Wolman*

गति व शुद्धता (Speed and Accuracy)के मध्य ऋणात्मक सहसम्बन्ध पाया जाता है। गति अधिक होने पर शुद्धता कम होती है अर्थात् अशुद्धियाँ अधिक होती हैं।

III. शून्य सहसम्बन्ध (Zero Correlation)-

शून्य सहसम्बन्ध वह सहसम्बन्ध होता है, जिसमें कोई सम्बन्ध दृष्टिगत नहीं होता है अथवा जिसका सहसम्बन्ध गुणांक शून्य होता है।

(Zero Correlation is a correlation showing no relationship or a correlation having a correlation coefficient of zero.) *Wolman*

जब एक परिवर्ती की वृद्धि अथवा कमी होने पर दूसरे परिवर्ती की मात्रा पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है, तब दोनों परिवर्तियों के मध्य शून्य सहसम्बन्ध होता है। उदाहरणार्थ, गणित विषय व हिन्दी विषय के प्राप्तांकों के घटने व बढ़ने का यदि कोई स्पष्ट प्रभाव नहीं दृष्टिगत होता है, तब यह कहा जा सकता है कि गणित व हिन्दी विषय के प्राप्तांकों के मध्य शून्य सहसम्बन्ध है।

7.5.2 गुणात्मक सहसम्बन्ध (Qualitative Correlation)-

गुणात्मक सहसम्बन्ध के आधार पर सहसम्बन्ध के दो प्रकार हैं-

I. रेखीय सहसम्बन्ध (Linear Correlation)-

जब दो परिवर्तियों का मापन किसी अन्तराल या अनुपात मापनी से किया जाता है, तब उसके प्राप्तांकों में निरन्तरता का गुण विद्यमान रहता है। दो परिवर्तियों के मध्य पाये जाने वाले सहसम्बन्ध को रेखीय इसलिये कहा जाता है, क्योंकि दोनों परिवर्तियों के मापन द्वारा प्राप्त प्रदत्तों को एक सरल रेखा के रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है। इस प्रकार का रेखीय सहसम्बन्ध ज्ञात करने के लिये पीयर्सन प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि का उपयोग किया जाता है, जिससे प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक को 'r' के रूप में व्यक्त किया जाता है।

("When the relationship between two sets of measures is 'linear', i.e. can be described by straight line, the correlation between scores may be expressed by the 'product moment coefficient of correlation,' designated by the letter 'r,") Garrett (1969)

(ii) अरेखीय अथवा वक्रात्मक सहसम्बन्ध (Non-Linear or Curvilinear Correlation)-

दो परिवर्तियों के मध्य एक विशेष स्थिति तक धनात्मक सहसम्बन्ध रहता है, तत्पश्चात् उन दोनों परिवर्तियों में ऋणात्मक सहसम्बन्ध पाया जाता है। प्रारम्भ में धनात्मक सहसम्बन्ध के पश्चात् ऋणात्मक सहसम्बन्ध होने के कारण आलेखीय प्रस्तुतीकरण में रेखा सीधी न होकर वक्र रूप में परिवर्तित हो जाती है। इसी कारण से इस प्रकार के सहसम्बन्ध को अरेखीय अथवा वक्रात्मक (वक्र रेखीय) सहसम्बन्ध कहा जाता है। उदाहरणार्थ, प्रारम्भिक आयु बढ़ने के साथ-साथ कार्यकुशलता भी बढ़ती जाती है, किन्तु एक आयु के पश्चात् (लगभग 45 वर्ष) आयु बढ़ने के साथ कार्यकुशलता में कमी आती जाती है। इस आधार पर आयु तथा कार्यकुशलता के मध्य अरेखीय अथवा वक्रात्मक सहसम्बन्ध माना जा सकता है।

7.6 सहसम्बन्ध गुणांक की विधियाँ

सहसम्बन्ध ज्ञात करने की निम्नलिखित दो प्रमुख विधियाँ हैं

प्रमुख विधियाँ	संकेत चिन्ह
1. पीयर्सन की प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि Pearson's Product Moment Method	'r'
2. स्पीयरमैन की श्रेणी क्रम विधि Spearman's Rank Order Method	'ρ'

अन्य विधियाँ

3.	द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधि Biserial Correlation Method	r_{bi}
4.	बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधि Point Biserial Correlation Method	r_{pbi}
5.	चतुष्कोटिक सहसम्बन्ध विधि Tetrachoric Correlation Method	r_t
6.	फाई गुणांक सहसम्बन्ध विधि Phi-Coefficient Correlation Method	ϕ

7.6.1 प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध विधि (Pearson's Product Moment Method)-

प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध विधि का प्रतिपादन 1896 में कार्ल पीयर्सन द्वारा किया गया था। इसी कारण से इस विधि को पीयर्सन प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि कहा जाता है। इस विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक को अंग्रेजी के अक्षर 'r' से प्रदर्शित करते हैं, अतः सहसम्बन्ध गुणांक को पीयर्सन 'r' (Pearson 'r') भी कहा जाता है।

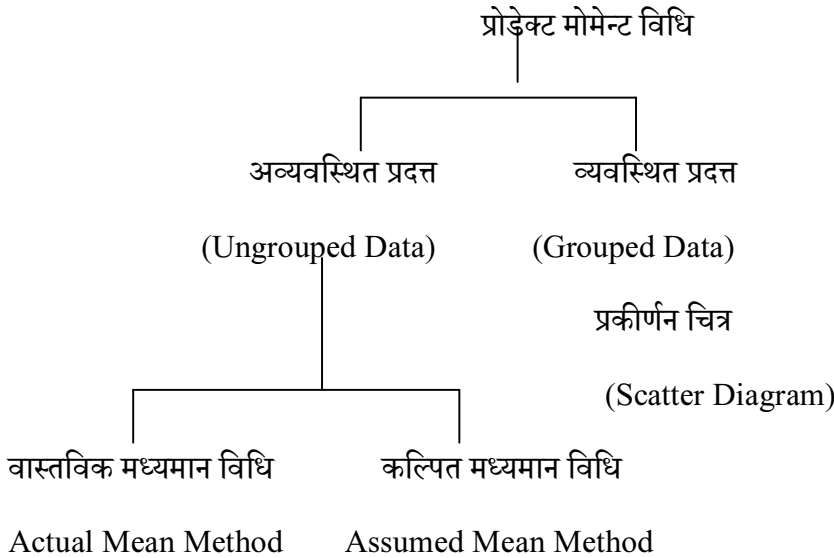
प्राप्तांकों का उनके मध्यमान से विचलन के योग को कुल संख्या 'N' से भाग देने पर जो मान प्राप्त होता है उसे मोमेन्ट (Moment) कहते हैं। जब दो परिवर्तियों (X तथा Y) के सम्बन्धित विचलनों को आपस में गुणाकर, योग कर दिया जाता है तथा इसमें कुल संख्या 'N' का भाग दिया जाता है, तब इसे प्रोडेक्ट मोमेन्ट की संज्ञा दी जाती है।

(The sum of deviations from the mean and divided by N is called moment'. When corresponding deviations in X and Y are multiplied together, summed and divided by N the term product moment' is used.) Garrett. 1969

प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध गुणांक को आवश्यक रूप से उस अनुपात 'Ratio' के रूप में माना जा सकता है, जो कि एक परिवर्ती के पारस्परिक अथवा स्वतन्त्र परिवर्तन को दूसरे परिवर्ती की ओर परिवर्तित करने की सीमा को प्रकट करता है।

(The product moment coefficient of correlation may be thought of essentially as that ratio which expresses the extent of which changes in one variable are accompanied by or are dependent upon changes in a second variable.) Garrett. 1969.

प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना प्रदत्त के स्वरूप के आधार पर दो प्रकार से की जा सकती है-



अव्यवस्थित प्रदत्त (Ungrouped Data)-

जबकि प्रदत्त अव्यवस्थित होते हैं, प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना दो प्रकार से कर सकते हैं। प्रथम वास्तविक मध्यमान के आधार पर तथा द्वितीय कल्पित मध्यमान के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करते हैं। उक्त दोनों ही विधियों द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक लगभग समान प्राप्त होता है। यदि मध्यमान (Mean) का मान दशमलव में प्राप्त होता है तथा जिसके कारण विचलन के मान भी दशमलव में प्राप्त होते हैं, तब ऐसी स्थिति में कल्पित मध्यमान विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करना अधिक उपयुक्त होता है।

वास्तविक मध्यमान विधि (Actual Mean Method)-

वास्तविक मध्यमान विधि द्वारा प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध गुणांक की गणना 'X' तथा 'Y' परिवर्ती के वास्तविक मध्यमान के आधार पर की जाती है। यदि X तथा Y परिवर्ती का मध्यमान पूर्णांक के रूप में (बिना दशमलव) प्राप्त होता है, तब इस विधि द्वारा ही सहसम्बन्ध गुणांक की गणना अधिक सरल होती है।

उदाहरण-1 निम्नलिखित X तथा Y परिवर्ती के मध्य प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि द्वारा वास्तविक मध्यमान के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिये।

X	Y	$x(X-M)$	$y(Y-M)$	x^2	y^2	xy
18	14	4	1	16	1	4
10	12	-4	-1	16	1	4
15	17	1	4	1	16	4
17	18	3	5	9	25	15
12	10	-2	-3	4	9	6
15	13	1	0	1	0	0
12	11	-2	-2	4	4	4
11	10	-3	-3	9	9	9
14	16	0	3	0	9	0
16	9	2	-4	4	16	-8
M14	13	$\sum x=0$	$\sum y=0$	$\sum x^2=64$	$\sum y^2=90$	$\sum xy=38$

$$\sum X \quad 140 \qquad \qquad \qquad 130$$

$$N \quad 10 \qquad \qquad \qquad 10$$

$$\begin{aligned} \text{सहसम्बन्ध गुणांक 'r'} &= \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \cdot \sum y^2}} = \frac{38}{\sqrt{64 \times 90}} \\ &= \frac{38}{\sqrt{5760}} = \frac{38}{75.89} = +0.50 \end{aligned}$$

जबकि -

$\sum Xy = X$ तथा Y परिवर्ती के विचलनों के गुणनफल का योग

$\sum X^2 = X$ परिवर्ती के विचलन के वर्ग का योग

$\sum Y^2 = Y$ परिवर्ती के विचलन के वर्ग का योग

गणना के चरण -

1. सर्वप्रथम **X** तथा **Y** परिवर्ती के अलग-अलग मध्यमान की गणना करते हैं। मध्यमान की गणना $\frac{\sum X}{N}$ सूत्र द्वारा की जाती है। (**X**) परिवर्ती के सभी प्राप्तांकों के योग ($\sum X$) 140 में प्राप्तांकों की संख्या (**N**) 10 का भाग देकर मध्यमान 14 (140/10) प्राप्त हुआ। इसी प्रकार **Y** परिवर्ती का मध्यमान 13 (130/10) प्राप्त हुआ।
2. द्वितीय चरण में **X** तथा **Y** परिवर्ती का विचलन (deviation) ज्ञात किया जाता है। **X** परिवर्ती के मध्यमान 14 को सभी **X** परिवर्ती के प्राप्तांकों से घटाकर ($x=X-\text{Mean}$) विचलन प्राप्त करते हैं। प्रथम **X** परिवर्ती की संख्या 18 में से मध्यमान 14 को घटाने पर विचलन 4 प्राप्त हुआ। इसी प्रकार दूसरी संख्या 10 में से मध्यमान 14 घटाने पर (10-14) विचलन 4 प्राप्त हुआ। इसी प्रकार **Y** परिवर्ती का विचलन (**y**) मध्यमान 13 को प्रत्येक **Y** परिवर्ती के प्राप्तांक से घटाकर प्राप्त करते हैं। विचलन सही रूप में प्राप्त हुए हैं, इस बात की जाँच ऋणात्मक तथा धनात्मक विचलनों के योग के आधार पर कर सकते हैं। ऋणात्मक तथा धनात्मक प्राप्तांकों के विचलनों का योग हमेशा बराबर होता है, अर्थात् $\sum x$ तथा $\sum y$ का मान शून्य होना चाहिये।
3. तृतीय चरण के अन्तर्गत दोनों परिवर्तियों के विचलनों का वर्ग (Square) कर x^2 तथा y^2 ज्ञात किया जाता है। x^2 का योग $\sum x^2$ (64) तथा y^2 का योग $\sum y^2$ (90) प्राप्त करते हैं। वर्ग करने के कारण सभी संख्यायें धनात्मक हो जाती हैं।
4. चतुर्थ चरण की गणना में विशेष सावधानी की आवश्यकता होती है। इस चरण में **x** तथा **y** विचलनों का परस्पर गुणा कर गुणनफल के रूप में **xy** प्राप्त करते हैं। गुणनफल ज्ञात करते हुए धनात्मक तथा ऋणात्मक चिन्हों का विशेष ध्यान रखा जाता है। यदि कोई एक विचलन ऋणात्मक होता है, जबकि दूसरा धनात्मक है, तब ऐसी स्थिति में गुणनफल ऋणात्मक ($2 \times -4 = -8$) होता है। तत्पश्चात् **xy** का योग कर $\sum xy$ प्राप्त करते हैं। धनात्मक प्राप्तांकों का अलग योग (46) प्राप्त करते हैं, जबकि ऋणात्मक प्राप्तांकों का अलग योग (-8) प्राप्त करते हैं। दोनों प्राप्तांकों में जो अधिक होता है उसे घटाकर ($46-8=38$) $\sum xy$ प्राप्त करते हैं।
5. अन्त में, सूत्र में सभी प्राप्तांकों के मान रखकर गणना द्वारा सरल करते हैं। x^2 के मान 64 का गुणा y^2 के मान 90 से कर गुणनफल ($64 \times 90 = 5760$) 5760 का वर्गमूल 75.89 प्राप्त किया। $\sum xy$ के मान 38 में 75.89 के मान का भाग देकर भागफल +0.50 के रूप में प्रोडक्ट मोमेंट विधि द्वारा वास्तविक मध्यमान के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक (Pearson 'r') + 0.50 प्राप्त हुआ।

अन्य उदाहरण-2 परीक्षण A तथा परीक्षण B के परिणामों के मध्य पीयर्सन सहसम्बन्ध गुणांक ('r') की गणना कीजिये-

परीक्षण A परीक्षण B

X	Y	x	y	x ²	y ²	xy
18	20	.70	1.20	.49	1.44	.84
10	16	7.30	-2.80	53.29	7.84	20.44
12	14	-5.30	-4.80	28.09	23.04	25.44
18	20	.70	1.20	.49	1.44	.84
25	22	7.70	3.20	59.29	10.24	24.64
16	18	-1.30	-0.80	1.69	.64	1.04
18	24	.70	5.20	.49	27.04	3.64
24	15	6.70	-3.80	44.89	14.44	-25.46
15	18	-2.30	-0.80	5.29	.64	1.84
17	21	-.30	2.20	0.09	4.84	-.66

M = 17.30 18.80

$\Sigma x^2 = 194.10$ $\Sigma y^2 = 91.60$ $\Sigma xy = 52.60$

$\Sigma X = 173$ $\Sigma Y = 188$

N = 10 10

$$\begin{aligned} \text{Pearson 'r'} &= \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 \cdot \Sigma y^2}} \\ &= \frac{52.60}{\sqrt{194.10 \times 91.60}} \\ &= \frac{52.60}{\sqrt{17779.56}} \\ &= \frac{52.60}{133.34} \\ &= +.39 \end{aligned}$$

उपर्युक्त उदाहरण द्वारा स्पष्ट है कि वास्तविक मध्यमान के आधार पर प्रोजेक्ट मोमेंट विधि द्वारा पीयर्सन 'r' की गणना करना अधिक कठिन हो जाता है जबकि परिवर्ती X तथा Y का मध्यमान (क्रमशः 17.30 व 18.80)

दशमलव में प्राप्त होता है। ऐसी स्थिति में कल्पित मध्यमान विधि के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करना अधिक उपयुक्त होता है।

कल्पित मध्यमान विधि (Assumed Mean Method) -

कल्पित मध्यमान विधि द्वारा प्रोड्युक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध गुणांक की गणना **X** तथा **Y** परिवर्ती के कल्पित मध्यमान के आधार पर की जाती है। यदि **X** तथा **Y** परिवर्ती का मध्यमान दशमलव में भी प्राप्त होता है, तब ऐसी स्थिति में कल्पित पूर्णांक मध्यमान के आधार पर सरलता से सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कर सकते हैं।

परीक्षण **A** तथा परीक्षण **B** के परिणामों के मध्य पीयर्सन सहसम्बन्ध गुणांक (**r**) की गणना कीजिये-

परीक्षण **A** परीक्षण **B**

X	Y	$x(x-17)$	$y(y-18)$	x^2	y^2	xy
18	20	1	2	1	4	2
10	16	-7	-2	49	4	14
12	14	-5	-4	25	16	20
18	20	1	2	1	4	2
25	22	8	4	64	16	32
16	18	-1	0	1	0	0
18	24	1	6	1	36	6
24	15	7	-3	49	9	-21
15	18	-2	0	4	0	0
17	21	0	3	0	9	0

$$M = 17.30 \quad 18.80 \qquad \qquad \qquad \Sigma x^2 = 195 \quad \Sigma y^2 = 98 \quad \Sigma xy = 55$$

$$\Sigma X = 173 \quad \Sigma Y = 188$$

$$N = 10 \quad 10$$

$$\text{कल्पित मध्यमान (Assumed Mean) } AM_x = 17 \qquad \qquad \qquad AM_y = 18$$

$$C_x = M_x - AM_x$$

$$= 17.30 - 17 = .30$$

$$C_y = M_y - AM_y$$

$$= 18.80 - 18$$

$$= .80$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - cx^2}$$

$$= \sqrt{\frac{195}{10} - .30^2}$$

$$= \sqrt{19.50 - 0.09}$$

$$= \sqrt{19.41}$$

$$= 4.40$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N} - cy^2}$$

$$= \sqrt{\frac{98}{10} - .80^2}$$

$$= \sqrt{9.80 - 0.64}$$

$$= \sqrt{9.16}$$

$$= 3.03$$

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{N} - cx \cdot cy}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{\frac{55}{10} - .30 \times .80}{4.40 \times 3.03}$$

$$= \frac{5.50 - .24}{13.33} = \frac{5.26}{13.33} = +.39$$

जबकि

$\sum xy = X$ तथा Y परिवर्ती के विचलनों के गुणनफल का योग (55)

$N =$ प्राप्तांकों की संख्या (10)

$C_x = M_x - AM_x$ (X परिवर्ती के मध्यमान में से कल्पित मध्यमान (AM_x) को घटाना)

$C_y = M_y - AM_y$ (Y परिवर्ती के मध्यमान में से कल्पित मध्यमान (AM_y) को घटाना)

$\sigma_x = X$ परिवर्ती का प्रामाणिक विचलन (S.D.)

$\sigma_y = Y$ परिवर्ती का प्रामाणिक विचलन

गणना के चरण-

1. सर्वप्रथम X तथा Y परिवर्ती का मध्यमान (Mean) $\frac{\sum X}{N}$ सूत्र द्वारा अलग-अलग क्रमशः 17.30 तथा 18.80 ज्ञात किया।
2. पूर्णांक के आधार पर ग् परिवर्ती का कल्पित मध्यमान (AM_x) 17 माना तथा Y परिवर्ती का कल्पित मध्यमान (AM_y) 18 निर्धारित किया। (इसके अतिरिक्त किसी अन्य मान के रूप में कल्पित मध्यमान निर्धारित कर सकते हैं।)
3. X परिवर्ती के कल्पित मध्यमान (AM_x) 17 के आधार पर विचलन x ज्ञात किया तथा विचलन का वर्ग x^2 कर, योग रूप में $\sum x^2$ (195) प्राप्त किया।
4. इसी प्रकार Y परिवर्ती के कल्पित मध्यमान (AM_y) 18 के आधार पर विचलन ल ज्ञात किया तथा विचलन का वर्ग y^2 कर, योग रूप में $\sum y^2$ (98) ज्ञात किया।
5. x तथा y के विचलनों का परस्पर गुणा कर xy तथा उस का योग $\sum xy$ ज्ञात किया। गुणनफल (xy) तथा योग ($\sum xy$) करते समय + तथा - चिन्ह का ध्यान रखकर $\sum xy$ (55) ज्ञात किया।
6. X तथा Y परिवर्ती के वास्तविक मध्यमान (M_x व M_y) तथा कल्पित मध्यमान (AM_x व AM_y) के अन्तर के रूप में C_x तथा C_y का मान ज्ञात किया गया।
7. X परिवर्ती का प्रामाणिक विचलन (\sum_x) का मान सूत्र द्वारा ज्ञात (4.40) किया। इसी प्रकार Y परिवर्ती का मान सूत्र द्वारा ज्ञात (3.03) किया गया।
8. अन्त में, सभी प्राप्त मानों को सूत्र में रखकर सरल करते हुए पीयर्सन सहसम्बन्ध गुणांक +0.39 प्राप्त किया।

अन्य विधि: यदि कल्पित मध्यमान, दोनों परिवर्तियों का शून्य मान लिया जाये तब ऐसी स्थिति में निम्नलिखित प्रकार से भी सहसम्बन्ध गुणांक (r) ज्ञात किया जा सकता है। अनुसन्धान कार्य में सामान्य कैलकुलेटर द्वारा सरलता से सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात किया जा सकता है-

परीक्षण A परीक्षण B

X	Y	X ²	Y ²	XY
18	20	324	400	360
10	16	100	256	160
12	14	144	196	168
18	20	324	400	360
25	22	625	484	550
16	18	256	324	288

18	24	324	576	432
24	15	576	225	360
15	18	225	324	270
17	21	289	441	357
M=17.30	18.80	$\Sigma X^2=3187$	$\Sigma Y^2=3626$	$\Sigma XY=3305$

N=10

$$r = \frac{\sum XY - NM_xM_y}{\sqrt{(\sum X^2 - NM_x^2)(\sum Y^2 - NM_y^2)}}$$

$$r = \frac{3305 - 10 \times 17.30 \times 18.80}{\sqrt{3187 - 10 \times 17.30^2 \quad 3626 - 10 \times 18.80^2}}$$

$$r = \frac{3305 - 10 \times 17.30 \times 18.80}{\sqrt{3187 - 2992.90 \quad 3626 - 3534.40}}$$

$$r = \frac{3305 - 3252.4}{\sqrt{3187 - 2992.90 \quad 3626 - 3534.40}}$$

$$r = \frac{52.60}{\sqrt{194.10 \times 91.60}}$$

$$r = \frac{52.60}{\sqrt{17779.56}}$$

$$r = \frac{52.60}{133.34}$$

$$r = +0.39$$

$M_x=X$ परिवर्ती का मध्यमान

$M_y=Y$ परिवर्ती का मध्यमान

$\Sigma XY = X$ तथा Y परिवर्ती का परस्पर गुणनफल का योग

$\Sigma X^2 = X$ परिवर्ती का वर्ग एवं योग

$\Sigma Y^2 = Y$ परिवर्ती का वर्ग एवं योग

$N =$ प्राप्तांकों की संख्या

गणना के चरण -

1. सर्वप्रथम X परिवर्ती तथा Y परिवर्ती का मध्यमान $\frac{\Sigma X}{N}$ सूत्र द्वारा क्रमशः 17.30 तथा 18.80 ज्ञात किया।
2. X परिवर्ती के सभी प्राप्तांकों का वर्ग कर योग के रूप में $\Sigma X^2(3187)$ ज्ञात किया।
3. इसी प्रकार Y परिवर्ती के सभी प्राप्तांकों का वर्ग कर योग के रूप में $\Sigma Y^2(3626)$ ज्ञात किया।
4. X परिवर्ती तथा Y परिवर्ती के प्राप्तांकों में परस्पर गुणा (XY) किया तथा योग कर $\Sigma XY(3305)$ ज्ञात किया।
5. सूत्र में सभी मानों को रखकर गणना द्वारा सरल किया तथा सहसम्बन्ध गुणांक +0.39 प्राप्त किया।

7.6.2 क्रम अन्तर विधि (Spearman's Rank Order Method or Rank Difference Method)

-

चार्ल्स स्पीयरमैन द्वारा श्रेणी क्रम विधि अथवा क्रम अन्तर विधि का प्रतिपादन किया गया, अतः इस विधि को स्पीयरमैन की श्रेणी क्रम विधि भी कहा जाता है। इस विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक को रौ (Rho) कहा जाता है, जिसे लैटिन भाषा के अक्षर ' ρ ' से प्रदर्शित करते हैं।

प्रस्तुत विधि एक सरल विधि है, जिसका प्रयोग केवल छोटे समूह पर किया जाता है। इस विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना प्राप्तांकों के आधार पर नहीं की जाती है, वरन् उनकी कोटि के आधार पर की जाती है।

उदाहरण-3 निम्नलिखित गणित तथा विज्ञान विषयों के प्राप्तांकों के मध्य श्रेणी क्रम विधि (Rank Order Method) द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिये

विद्यार्थी	गणित प्राप्तांक	विज्ञान प्राप्तांक
A	12	18
B	16	20
C	24	22

D	18	15
E	15	14
F	20	17
G	17	12

हल-

गणित प्राप्तांक	विज्ञान प्राप्तांक	Rank ₁	Rank ₂	D	D ²
(X)	Y	(R ₁)	(R ₂)	R ₁ -R ₂	
12	18	7	3	4	16
16	20	5	2	3	9
24	22	1	1	0	0
18	15	3	5	2	4
15	14	6	6	0	0
20	17	2	4	2	4
17	12	4	7	3	9
				D=0	ΣD ² =42

$$\rho = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 42}{7(7^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 42}{7(49 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{252}{7 \times 48}$$

$$\rho = 1 - \frac{252}{336}$$

$$\rho = 1 - .75$$

$$\rho = +.25$$

गणना के चरण-

1. सर्वप्रथम X परिवर्ती के सभी प्राप्तांकों को क्रम प्रदान करेंगे जो संख्या सर्वाधिक होगी उसे प्रथम क्रम प्रदान करेंगे तथा सबसे छोटी प्राप्तांक संख्या को अन्तिम क्रम (Rank) देंगे। X परिवर्ती में सबसे बड़ी संख्या 24 है अतः Rank₁ के कॉलम में पहला क्रम 24 को दिया। दूसरी बड़ी संख्या 20 को दूसरा क्रम दिया तथा इसी प्रकार सबसे छोटे प्राप्तांक 12 को अन्तिम क्रम 7 दिया गया।
2. इसी प्रकार Y परिवर्ती के सभी प्राप्तांकों को क्रम (R₂) प्रदान किया।
3. Rank₁ में से Rank₂ को घटाकर (R₁-R₂)D का मान ज्ञात किया। D का योग शून्य (धनात्मक तथा ऋणात्मक दोनों का योग समान) होना चाहिए।
4. D का वर्ग कर योग के रूप में $\sum D^2$ ज्ञात किया।
5. सूत्र में N(7) तथा $\sum D^2(42)$ का मान रखते हुए सरल किया। अन्त में 0.75 के मान को 1 से घटाकर सहसम्बन्ध गुणांक धनात्मक +0.25 ज्ञात हुआ।

उदाहरण-4 निम्नलिखित X तथा Y परिवर्ती के मध्य श्रेणी क्रम विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक ρ (Rho) की गणना कीजिये।

मनोविज्ञान के प्राप्तांक	संगीत के प्राप्तांक
X	Y
24	19
14	30
24	14
25	15
27	16
28	18
19	29
14	25
26	15
30	17

हल -

मनोविज्ञान प्राप्तांक(X)	संगीत प्राप्तांक Y	Rank ₁ (R ₁)	Rank ₂ (R ₁)	D	D ² R ₁ -R ₂
24	19	6.5	4	2.5	6.25
14	30	9.5	1	8.5	72.25
24	14	6.5	10	-3.5	12.25
25	15	5	8.5	-3.5	12.25
27	16	3	7	-4	16.00
28	18	2	5	-3	9.00
19	29	8	2	6	36.00
14	25	9.5	3	6.5	42.25
26	15	4	8.5	-4.5	20.25
30	17	1	6	-5	25.00

$$\sum D=0 \quad \sum D^2=251.50$$

$$N=10 \quad \sum D^2 = 251.50$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{6 \times 251.50}{10(10^2 - 1)}$$

$$\rho = 1 - \frac{1509}{990}$$

$$\rho = 1 - 1.52$$

$$= -.52$$

ऋणात्मक सहसम्बन्ध

X परिवर्ती में 24 प्राप्तांक दो बार स्थित है जिसे छठवां व सातवां क्रम (Rank) देना है, अतः दोनों क्रमों को जोड़कर दो का भाग देकर $\left(\frac{6+7}{2} = 6.5\right)$ प्राप्त 6.5 क्रम दोनों 24 प्राप्तांकों को देंगे। इसी प्रकार 14 प्राप्तांक भी दो बार स्थित है, जिसे अन्तिम 9 व 10 क्रम देना है, अतः दोनों 14 प्राप्तांकों को क्रमशः 9.5 व 9.5 क्रम देंगे। Y परिवर्ती में भी 15 प्राप्तांक दो बार है, अतः दोनों को 8.5 क्रम दिया गया है।

7.7 प्रोजेक्ट मोमेन्ट तथा क्रम अन्तर विधि में अन्तर

उपर्युक्त दोनों ही विधियाँ सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की महत्वपूर्ण विधियाँ हैं, किन्तु दोनों विधियों में निम्नलिखित अन्तर हैं-

प्रोजेक्ट मोमेन्ट विधि	श्रेणी क्रम विधि
<ol style="list-style-type: none"> 1. इस विधि का प्रतिपादन 1896 में कार्ल पीयर्सन द्वारा किया गया था। इसी कारण से इस विधि को पीयर्सन प्रोजेक्ट मोमेन्ट विधि कहा जाता है। 2. इस विधि का सहसम्बन्ध गुणांक अंग्रेजी के अक्षर 'r' से प्रदर्शित होता है, जिसे पीयर्सन 'r' भी कहा जाता है। 3. इस विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना प्राप्तांकों के आधार पर की जाती है। इस आधार पर यह विधि अधिक शुद्ध सहसम्बन्ध गुणांक प्रदान करती है। 4. यह विधि सामान्य वितरण वक्र के आधार पर अधिक शुद्ध परिणाम प्रदान करती है, अतः दोनों परिवर्तियों)X व Y के प्राप्तांक सामान्य (वितरण के अनुरूप होने चाहिये। 5. इस विधि के अन्तर्गत प्रतिदर्श का बड़ा होना आवश्यक है, ताकि अधिक शुद्ध परिणाम प्राप्त हों। 6. यह विधि प्राचलिक सांख्यिकी प्रकार पर आधारित है। 7. यह विधि रेखीय सहसम्बन्ध पर आधारित है। इस विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध को आलेखीय 	<ol style="list-style-type: none"> 1. इस विधि का प्रतिपादन ब्रिटिश मनोवैज्ञानिक चार्ल्स एडवर्ड स्पीयरमैन द्वारा 1904 में किया गया था। इसी कारण से इस विधि को स्पीयरमैन की श्रेणी क्रम विधि कहा जाता है। 2. इस विधि का सहसम्बन्ध गुणांक लैटिन भाषा के अक्षर ρ (Rho) से प्रदर्शित करते हैं, जिसे स्पीयरमैन ρ (Spearman ρ) भी कहा जाता है। 3. इस विधि द्वारा सहसम्बन्ध गुणांक की गणना प्राप्तांकों की कोटि (Rank)के आधार पर की जाती है। इस प्रकार यह विधि सहसम्बन्ध गुणांक अधिक शुद्ध प्रदान नहीं करती है। 4. यह विधि उन स्थितियों में अधिक महत्वपूर्ण सहसम्बन्ध गुणांक प्रदान करती है, जबकि दोनों परिवर्तियों के प्राप्तांकों की केवल कोटि का ही ज्ञान उपलब्ध हो। 5. इस विधि के अन्तर्गत प्रतिदर्श छोटा होना चाहिये। इस विधि का प्रयोग केवल छोटे समूह पर ही किया जा सकता है।

<p>रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है तथा प्रतिगमन समीकरण के आधार पर पूर्वकथन भी किया जा सकता है।</p> <p>8. इस विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक प्रदत्त के मध्यमान (Mean) तथा प्रामाणिक विचलन (S.D.) पर आधारित होने के कारण अधिक शुद्ध तथा विश्वसनीय होता है। इस कारण से विभिन्न मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता तथा वैधता का निर्धारण इसी विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक के आधार पर किया जाता है।</p>	<p>6. यह विधि अप्राचलिक सांख्यिकी प्रकार पर आधारित है। विषमजातीय प्रदत्तों में यह विधि उपयुक्त सिद्ध होती है।</p> <p>7. जबकि सहसम्बन्ध गुणांक को यदि शीघ्रता से ज्ञात करने की आवश्यकता हो, तब यह विधि अधिक सुविधाजनक सिद्ध होती है।</p> <p>8. इस विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक का मान प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक की अपेक्षा कम प्राप्त होता है।</p>
--	--

7.8 सहसम्बन्ध गुणांक

सहसम्बन्ध गुणांक के निम्नलिखित प्रमुख उपयोग हैं :-

1. किन्हीं दो परिवर्तियों के मध्य स्थित सम्बन्ध की मात्रा तथा उसके (धनात्मक अथवा ऋणात्मक) स्वरूप को स्पष्ट करता है।
2. किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता, वैधता तथा पद-विश्लेषण में सहायक सिद्ध होता है।
3. दो परिवर्तियों के मध्य परस्पर सहसम्बन्ध के आधार पर भविष्यकथन करने में सहायक होता है। इसके आधार पर उपयुक्त निर्देशन तथा परामर्श प्रदान किया जा सकता है।
4. विभिन्न प्रकार के सहसम्बन्धात्मक अध्ययनों में सहसम्बन्ध गुणांक उपयोगी सिद्ध होता है।
5. कारक विश्लेषण अध्ययनों का आधार सहसम्बन्ध होता है।

7.9 सारांश

सहसम्बन्ध दो अथवा दो से अधिक परिवर्तियों के मध्य स्थित पारस्परिक सम्बन्ध है। पारस्परिक सहसम्बन्ध की मात्रा सहसम्बन्ध गुणांक के रूप में व्यक्त की जाती है। सहसम्बन्ध गुणांक के धनात्मक व ऋणात्मक चिन्हों द्वारा सहसम्बन्ध की दिशा का ज्ञान होता है। सहसम्बन्ध गुणांक का विस्तार +1 से लेकर -1 तक होता है।

प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध विधि का प्रतिपादन 1896 में कार्ल पीयर्सन द्वारा किया गया था। प्रोडेक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध गुणांक को आवश्यक रूप से उस अनुपात के रूप में माना जा सकता है जो कि एक परिवर्ती के पारस्परिक अथवा स्वतन्त्र परिवर्तन को दूसरे परिवर्ती की ओर परिवर्तित करने की सीमा को प्रकट करता है।

चार्ल्स स्पीयरमैन द्वारा क्रम अन्तर विधि का प्रतिपादन किया गया अतः इस विधि को स्पीयरमैन की क्रम अन्तर विधि भी कहा जाता है।

सहसम्बन्ध गुणांक के अनेक क्षेत्रों में उपयोग हैं- जैसे दो परिवर्तियों के मध्य स्थित सम्बन्ध तथा उसके ऋणात्मक अथवा धनात्मक स्वरूप को स्पष्ट करता है। प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक के आधार पर पूर्व कथन, निर्देशन व परामर्श में सहायता मिलती है।

7.10 शब्दावली

- **सहसम्बन्ध गुणांक:** सहसम्बन्ध की मात्रा सहसम्बन्ध गुणांक कहलाता है। सहसम्बन्ध गुणांक वह मात्रा है जो कि दो परिवर्तियों अथवा वस्तुओं के मध्य सम्बन्ध की सीमा तथा उसका स्वरूप प्रदर्शित करती है।
- **शून्य सहसम्बन्ध:** जब एक परिवर्ती की वृद्धि अथवा कमी होने पर दूसरे परिवर्ती की मात्रा पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है, तब दोनो परिवर्तियों के मध्य शून्य सहसम्बन्ध होता है।
- **रेखीय सहसम्बन्ध:** दो परिवर्तियों के मध्य पाये जाने वाले सहसम्बन्ध को रेखीय इसलिये कहा जाता है, क्योंकि दोनो परिवर्तियों के मापन द्वारा प्राप्त आँकड़ों को एक सरल रेखा के रूप में प्रदर्शित किया जाता है।
- **अरेखीय सहसम्बन्ध अथवा वक्रात्मक सहसम्बन्ध:** प्रारम्भ में धनात्मक सहसम्बन्ध के पश्चात ऋणात्मक सहसम्बन्ध होने के कारण रेखा सीधी न होकर वक्र रूप में परिवर्तित हो जाती है। इस प्रकार के सहसम्बन्ध को अरेखीय अथवा वक्रात्मक सहसम्बन्ध कहा जाता है।

7.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1. सहसम्बन्ध गुणांक की 'प्रोडेक्ट मोमेन्ट विधि' का प्रतिपादन किसने किया?
 - i) फरग्यूसन ii) फिशर iii) पीर्यसन iv) स्पीयरमैन 2
2. कार्ल पीर्यसन ने सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की विधि का प्रतिपादन कब किया?
 - i) 1886 ii) 1896 iii) 1860 iv) 1902
3. जब दो सम्बन्धित परिवर्तियों में समानुपातिक परिवर्तन एक ही दिशा में होते हैं, तब उन दोनों के मध्य कौन-सा सहसम्बन्ध होता है
 - i) पूर्ण सहसम्बन्ध (Perfect Correlation)
 - ii) पूर्ण धनात्मक सहसम्बन्ध (Perfect positive correlation)
 - iii) सीमित सहसम्बन्ध (Limited correlation)
 - iv) सीमित धनात्मक सहसम्बन्ध (limited positive Correlation)
4. दो परिवर्तियों के मध्य साहचर्य की मात्रा का निर्धारण करने में किसे अधिक उपयुक्त माना जायेगा?
 - i) विचलन शीलता ii) सहसम्बन्ध iii) समय श्रृंखला iv) प्रामाणिक विचलन

5. सहसम्बन्ध गुणांक Correlation coefficient-

- i) धनात्मक नहीं हो सकता
- ii) ऋणात्मक नहीं हो सकता
- iii) हमेशा धनात्मक होता है
- iv) धनात्मक तथा ऋणात्मक हो सकता है।

6. श्रेणी क्रम सहसम्बन्ध विधि का संकेत चिन्ह है

- i) r
- ii) r_{bis}
- iii) ρ
- iv) r_t

7. सहसम्बन्ध गुणांक का मान होता है-

- i) 1 से कम
- ii) 1 से अधिक
- iii) -1 से +1 के मध्य
- iv) शून्य से 1 के मध्य 1. पपप

1- iii 2- ii 3- ii 4- ii 5- iv 6- iii (ρ) 7- iii

7.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेण (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उ0प्र0)
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (उ0प्र0)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ0प्र0)
- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation*, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.

- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education*, McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences*. McGraw Hill Book Company, New York.

7.13 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सहसम्बन्ध का अर्थ स्पष्ट करें। सहसम्बन्ध के विभिन्न प्रकारों का वर्णन कीजिये।
2. रेखीय तथा अरेखीय सहसम्बन्ध में अन्तर स्पष्ट कीजिये।
3. निम्नलिखित प्रदत्तों द्वारा प्रोड्युक्ट मोमेन्ट विधि से सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिये:

(a)	X	Y	(b) मनोविज्ञान के	संगीत के
	15	60	प्राप्तांक (Scores	प्राप्तांक (Scores
	45	65	in Psychology)	in Music)
	50	70	40	30
	15	75	44	35
	18	40	60	40
	45	35	65	45
	40	30	60	48
	30	31	55	45
	32	65	45	47
	23	50	42	36

(C) भौतिक शास्त्र	गणित	(d)	X	Y				
(Physics)	(Maths)		50	22				
35	33		54	25				
40	35		56	54				
50	40		59	28				
45	35		60	26				
40	40		62	30				
39	41		61	32				
53	43		65	30				
54	51		67	28				
43	52		71	34				
41	50		71	36				
			74	40				
(e)	X	Y	(f)	X	Y	(g)	X	Y
0	10	6	6		25	52		
9	1	5	3		29	57		
7	6	4	5		38	69		
3	2	7	5		43	76		
7	5	5	7		45	79		
5	4	6	8		49	84		
10	0	7	5		55	92		
8	2	5	8		59	96		
		3	5					
		4	5					
		3	6					

4. श्रेणी क्रम विधि अथवा कोटि अन्तर विधि द्वारा सहसम्बन्ध ज्ञात कीजिये।

(a)		कला के विद्यार्थी	विज्ञान के विद्यार्थी		
		(Art Students)	(Science Students)		
		15	20		
		12	15		
		8	5		
		5	25		
		6	20		
		5	10		
		12	12		
		10	16		
		18	8		
		20	8		
(b)	X	Y			
	20	17			
	25	12			
	30	13			
	35	14			
	30	15			
	23	19			
	21	20			
(c)	x	y	(d)	x	y
	24	19		12	16
	14	30		14	24
	24	14		21	12
	25	15		18	18
	27	16		15	22
	28	18		14	18
	19	29		25	16

14	25	21	15
26	15		
30	17		
(e) प्रथम परीक्षण		द्वितीय परीक्षण	
(Test I)		(Test II)	
41		68	
55		75	
60		54	
73		92	
59		70	
56		87	
72		102	
82		91	
41		75	
35		59	
35		49	
48		50	
52		85	
71		79	
47		75	

**इकाई-8 द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध गुणांक, बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध एवम आसंग गुणांक
(Bi-serial correlation, Point Bi-serial Correlation coefficient and
Contingency Coefficient)**

इकाई सरंचना

- 8.1 प्रस्तावना
- 8.2 उद्देश्य
- 8.3 द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध
- 8.4 बिन्दु-द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध
- 8.5 द्विपांक्तिक तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में अन्तर
- 8.6 द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में परस्पर सम्बन्ध
- 8.7 फाई गुणांक
- 8.8 आसंग गुणांक
- 8.9 सारांश
- 8.10 शब्दावली
- 8.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 8.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 8.13 निबन्धात्मक प्रश्न

8.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व आप ने सहसम्बन्ध का अर्थ प्रकार तथा सहसम्बन्ध गणना की प्रमुख विधियों के रूप में प्रोडक्ट मोमेंट विधि तथा क्रम अन्तर विधि को समझा था। साथ ही सहसम्बन्ध गुणांक के उपयोग को भी आप ने समझा था।

सहसम्बन्ध की अन्य महत्वपूर्ण विधियों में द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधियाँ भी हैं। इस इकाई में इन दोनों विधियों को समझाने का प्रयास करेंगे। इसके अतिरिक्त फाई गुणांक की गणना करने के पश्चात किस प्रकार आसंग गुणांक की गणना की जा सकती है? इसे भी स्पष्ट किया जायेगा।

8.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात् आप

- द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना करना समझ सकते हो।
- इसी प्रकार बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना करना भी जान सकते हो।
- द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में अन्तर समझ सकते हो।
- द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में कौन अधिक श्रेष्ठ है इसे भी जान सकते हो।

- फाई गुणांक की गणना कर आसंग गुणांक की गणना किस प्रकार करते हैं यह भी स्पष्ट रूप से समझ सकते हो।

8.3 द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध

द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध का उपयोग इस प्रकार की विशेष स्थिति में किया जाता है जबकि एक परिवर्ती (X) का मापन निरन्तर मापनी के रूप में होता है, जबकि दूसरा परिवर्ती (Y) दो भागों में विभाजित अथवा द्विविभाजित होता है। जब हम यह मान लेते हैं कि द्विविभाजित परिवर्ती सतत एवं सामान्य रूप से वितरित है, तब ऐसी स्थिति में अधिक सूचना प्राप्त करने के उद्देश्य से द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (Biserial r) की गणना की जाती है। (When we can assume that the trait in which we made a two-way split would be found to be continuous and normally distributed were more information available, we may compute a biserial 'r') Garrett

द्विविभाजित आँकड़ों (Dichotomous* Data) इस प्रकार के होते हैं कि उनके केवल दो ही प्रकार होते हैं, जैसे-पुरुष-महिला, विवाहित-अविवाहित, प्रशिक्षित-अप्रशिक्षित, जीवित-मृत, मध्यांक से ऊपर व मध्यांक से नीचे आदि।

उदाहरण-1 निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (Biserial 'r') की गणना कीजिये-

प्राप्तांक (X परिवर्ती)	प्रशिक्षित (Y परिवर्ती)	अप्रशिक्षित	योग
40-45	8	4	12
35-40	12	6	18
30-35	16	8	24
25-30	18	12	30
20-25	14	24	38
15-20	10	20	30
5-10	3	10	13
0-5	2	4	6
N=	90	110	200

$$rbis = \frac{Mp - Mq}{S.D_t} \times \frac{pq}{u}$$

इसमें, rbis = द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध

Mp = श्रेष्ठ समूह का मध्यमान (Mean)

Mq = दूसरे समूह का मध्यमान (Mean)

SD_t = सम्पूर्ण समूह का प्रामाणिक विचलन (S.D.)

P = प्रथम समूह का अनुपात

q = द्वितीय समूह का अनुपात

u = कोटि का मान (Ordinate Value)

प्रासांक	प्रशिक्षित समूह			अप्रशिक्षित समूह			योग (Total)			
	f	d	fd	f	d	fd	f	d	f	fd ² (fd×d)
40-45	8	+4	32	4	+5	20	12	+4	48	192
35-40	12	+3	36	6	+4	24	18	+3	54	162
30-35	16	+2	32	8	+3	24	24	+2	48	96
25-30	18	+1	18	12	+2	24	30	+1	30	30
20-25	14	0	00	24	+1	24	38	0	0	00
15-20	10	-1	-10	20	0	0	30	-1	-30	30
10-15	7	-2	-14	22	-1	-22	29	-2	-58	116
5-10	3	-3	-9	10	-2	-20	13	-3	-39	117
0-5	2	-4	-8	4	-3	-12	6	-4	-24	96

$$N_1=90 \quad \sum fd=77 \quad N_2=110 \quad \sum fd=62 \quad N=200 \quad \sum fd=29 \quad \sum fd^2=839$$

श्रेष्ठ समूह का मध्यमान (प्रशिक्षित समूह) द्वितीय समूह का मध्यमान (अप्रशिक्षित समूह)

$$(Mp) = AM + \left(\frac{\sum fd}{N} \right) i$$

$$(Mq) = AM + \left(\frac{\sum fd}{N} \right) i$$

$$= 22 + \frac{77}{90} \times 5$$

$$= 22 + \frac{385}{90}$$

$$= 22 + 4.28$$

$$= 26.28$$

$$= 17 + \frac{62}{110} \times 5$$

$$= 17 + \frac{310}{110}$$

$$= 17 + 2.82$$

$$= 19.82$$

सम्पूर्ण समूह (Total Group) का मध्यमान

$$(M_i) = AM + \left(\frac{\sum fd}{N} \right) i$$

$$= 22 + \frac{29}{200} \times 5$$

$$= 22 + \frac{145}{200}$$

$$= 22 + .73$$

$$= 22.73$$

सम्पूर्ण समूह (Total Group) का प्रामाणिक विचलन

$$(S.D._i) = i \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N} \right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{\frac{839}{200} - \left(\frac{29}{200} \right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{4.19 - (0.15)^2}$$

$$= 5 \sqrt{4.19 - 0.02}$$

$$= 5 \sqrt{4.17}$$

$$= 5 \times 2.04$$

$$= 10.20$$

प्रथम समूह की आवृत्तियों का योग

(p) प्रथम समूह का अनुपात = $\frac{\text{प्रथम समूह की आवृत्तियों का योग}}{\text{सम्पूर्ण समूह की आवृत्तियों का योग}}$

$$= \frac{90}{200} = .45$$

द्वितीयसमूह की आवृत्तियों का योग

(q) द्वितीय समूह का अनुपात = $\frac{\text{द्वितीयसमूह की आवृत्तियों का योग}}{\text{सम्पूर्ण समूह की आवृत्तियों का योग}}$

$$= \frac{110}{200} = .55$$

दोनों समूह के अनुपात का योग एक होता है।

$$0.45 + 0.55 = 1.00$$

(u) कोटि का मान (Ordinate value)

जिस बिन्दु पर p तथा q के अनुपात एक दूसरे के वक्र को काटते हैं, उस बिन्दु का कोटि मान ज्ञात करते हैं। सरल रूप में 0.50 से p अथवा q अनुपात का अन्तर ज्ञात कर, उसके मान के आधार पर सारणी A द्वारा कोटिमान (Ordinate value) ज्ञात किया जाता है।

.55-.50 = .05 के आधार पर सारणी A द्वारा कोटिमान 0.396 ज्ञात हुआ।

$$\text{द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध } r_{bis} = \frac{Mp - Mq}{S.D.} \times \frac{pq}{u}$$

सूत्र में सभी मान रखने पर

$$\begin{aligned} &= \frac{26.28 - 19.82}{10.20} \times \frac{.45 \times .55}{.396} \\ &= \frac{6.46}{10.20} \times \frac{.2475}{.396} \\ &= .63 \times .63 \\ &= .3969 \\ &= +.40 \end{aligned}$$

गणना के चरण-

1. प्रथम समूह (प्रशिक्षित समूह) की आवृत्ति के आधार पर मध्यमान (M_p) ज्ञात किया जो कि 26.28 प्राप्त हुआ।
2. द्वितीय समूह (अप्रशिक्षित समूह) की आवृत्ति के आधार पर मध्यमान (M_q) ज्ञात किया जो कि 19.82 प्राप्त हुआ।
3. सम्पूर्ण समूह का प्रामाणिक विचलन (S.D.) प्रशिक्षित व अप्रशिक्षित समूह की योग आवृत्तियों के आधार पर 10.20 प्राप्त किया।
4. प्रथम समूह का अनुपात 0.45 (90/200) तथा द्वितीय समूह का अनुपात 0.55 (110/200) ज्ञात किया।
5. कोटिमान (Ordinate value) सारणी C द्वारा ज्ञात की गई, जो कि 0.396 प्राप्त हुई।
6. द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (r_{bis}) ज्ञात करने के उद्देश्य से सूत्र में सभी प्राप्त मानों को रखकर व गणना द्वारा सरल कर $r_{bis}+0.40$ प्राप्त किया।

अन्य सूत्र द्वारा भी द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध ज्ञात कर सकते हैं-

द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध ज्ञात करने के उद्देश्य से अन्य सूत्र का प्रयोग भी कर सकते हैं, इसके लिये सम्पूर्ण समूह का मध्यमान (M_t) ज्ञात किया जो कि 22.73 प्राप्त हुआ। सूत्र में सभी मानों को रखते हुए द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध $r_{bis}+0.40$ प्राप्त हुआ।

$$\text{द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध } r_{bis} = \frac{M_p - M_t}{S.D.} \times \frac{p}{u}$$

इसमें, M_p = श्रेष्ठ समूह का मध्यमान

(M_t) = सम्पूर्ण समूह का मध्यमान

SD_t = सम्पूर्ण समूह का प्रामाणिक विचलन

P = प्रथम समूह का अनुपात

q = द्वितीय समूह का अनुपात

u = कोटि का मान

सूत्र में सभी मान (value) रखने पर-

$$\begin{aligned}
&= \frac{26.28 - 22.73}{10.20} \times \frac{.45}{.396} \\
&= \frac{3.55}{10.20} \times \frac{.45}{.396} \\
&= .35 \times 1.14 \\
&= .399 \\
&= +.40
\end{aligned}$$

प्राप्त द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (r_{bis}) के आधार पर प्रामाणिक त्रुटि (standard error) की गणना भी कर सकते हैं।

$$\begin{aligned}
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{\left(\frac{\sqrt{pq}}{u} - r^2_{bis} \right)}{\sqrt{N}} \\
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{\left(\frac{\sqrt{.45 \times .55}}{.396} - .40^2 \right)}{\sqrt{200}} \\
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{\frac{\sqrt{.2475}}{.396} - .16}{14.14} \\
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{.50}{.396} - .16 \\
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{1.26 - .16}{14.14} \\
\sigma_{r_{bis}} &= \frac{1.10}{14.14} \\
\sigma_{r_{bis}} &= 0.08
\end{aligned}$$

इसमें,

$\sigma_{r_{bis}}$ = द्वि पांक्तिक सहसम्बन्ध की प्रामाणिक त्रुटि

P = प्रथम समूह का अनुपात

q = द्वितीय समूह का अनुपात

u = कोटिमान

r^2_{bis} = द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध का वर्ग

$N =$ सम्पूर्ण समूह की आवृत्तियों का योग

8.4 बिन्दु-द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध

जब प्रथम X परिवर्ती निरन्तर व सामान्य वितरण के अनुरूप मात्रात्मक रूप में होता है, तथा द्वितीय Y परिवर्ती गुणात्मक रूप में द्विविभाजित होता है किन्तु असत् एवं सामान्य वितरण के अनुरूप इसके प्राप्तांक नहीं होते हैं, तब बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis) की गणना की जाती है। (If one variable is continuous and quantitative, but the other is qualitative and dichotomous with no underlying continuum, then the corresponding correlation coefficient is called point biserial.)

Minium, King & Bear

द्विविभाजित परिवर्ती के रूप में सफल-असफल, पुरुष-महिला, सामान्य-चिन्ताग्रस्त, समायोजित-कुसमायोजित आदि हो सकते हैं।

(Biserial correlation, as distinct from point biserial correlation, provides a measure of the relation between a continuous variable on the assumption that the variable underlying the dichotomy is continuous and normal.)

Ferguson & Takane

उदाहरण-2

15 विद्यार्थियों पर मनोवैज्ञानिक परीक्षण प्रशासित किया गया। सफल विद्यार्थी 1 से प्रदर्शित हैं, जबकि असफल विद्यार्थी 0 से प्रदर्शित हैं। बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना कर सार्थक अन्तर की जाँच कीजिये।

विद्यार्थी	मनोवैज्ञानिक परीक्षण प्राप्तांक(X परिवर्ती)	सफल/असफल (Y परिवर्ती)	$d(X-AM(20))$	d^2
1	22	0	2	4
2	21	1	1	1
3	15	0	-5	25
4	20	0	0	0
5	22	0	2	4
6	24	0	4	16
7	18	1	-2	4
8	24	1	4	16

9	25	1	5	25
10	23	1	3	9
11	22	1	2	4
12	23	1	3	9
13	24	1	4	16
14	19	0	-1	1
15	23	0	3	9

$$\Sigma d = 25 \quad \Sigma d^2 = 143$$

सफल विद्यार्थियों का मध्यमान (Mean)

$$(Mp) = \frac{21+18+24+25+23+22+23+24}{8} = \frac{180}{8} = 22.50$$

असफल विद्यार्थियों का मध्यमान (Mean)

$$(Mq) = \frac{22+15+20+22+24+19+23}{7} = \frac{145}{7} = 20.70$$

सभी विद्यार्थियों का मध्यमान (Mean)

$$(M_t) = \frac{180+145}{8+7} = 21.67$$

सभी विद्यार्थियों का प्राप्तांकों का प्रामाणिक विचलन (S.D.)

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{143}{15} - \left(\frac{25}{15}\right)^2} \\ &= \sqrt{9.53 - 1.67^2} \\ &= \sqrt{9.53 - 2.79} \\ &= \sqrt{6.74} \\ &= 2.596 \\ &= 2.60 \end{aligned}$$

सफल विद्यार्थियों की संख्या

$$\frac{N_1}{N} = \frac{8}{15} = 0.53$$

$$P = \frac{\text{कुल विद्यार्थियों की संख्या}}{\text{असफल विद्यार्थियों की संख्या}} \text{ अथवा}$$

कुल विद्यार्थियों की संख्या

असफल विद्यार्थियों की संख्या

$$q = \frac{\text{असफल विद्यार्थियों की संख्या}}{\text{कुल विद्यार्थियों की संख्या}} \text{ अथवा } \frac{N_2}{N} = \frac{7}{15} = 0.47$$

$$\text{बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis)} = \frac{M_p - M_q}{S.D._t} \times \sqrt{p \cdot q}$$

इसमें, M_p = सफल विद्यार्थियों का मध्यमान (22.50)

M_q = असफल विद्यार्थियों का मध्यमान (20.71)

SD_t = सभी प्राप्तांकों का प्रामाणिक विचलन (2.60)

P = सफल विद्यार्थियों का अनुपात (proportion) (.53)

q = असफल विद्यार्थियों का अनुपात (.47)

सूत्र में मान रखने पर

$$\begin{aligned} rpbis &= \frac{22.50 - 20.71}{2.60} \times \sqrt{.53 \times .47} \\ &= \frac{1.79}{2.60} \times \sqrt{.2491} \\ &= .69 \times .50 \\ &= +.345 \end{aligned}$$

बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis) की गणना अन्य सूत्र द्वारा भी कर सकते हैं-

$$rpbis = \frac{M_p - M_t}{S.D._t} \times \sqrt{\frac{p}{q}}$$

इसमें M_p = सफल विद्यार्थियों का मध्यमान (22.50)

(M_t) = सभी विद्यार्थियों का मध्यमान (20.67)

SD_t = सभी प्राप्तांकों का प्रामाणिक विचलन (2.60)

P = सफल विद्यार्थियों का अनुपात (0.53)

q = असफल विद्यार्थियों का अनुपात (0.47)

सूत्र में सभी मान रखने पर

$$\begin{aligned} rpbis &= \frac{22.50 - 21.67}{2.60} \times \sqrt{\frac{.53}{.47}} \\ &= \frac{.83}{2.60} \times \sqrt{1.13} \\ &= .32 \times 1.06 \\ &= +.339 \\ &= +.34 \end{aligned}$$

इसी प्रकार निम्नलिखित सूत्र द्वारा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध ज्ञात कर सकते हैं।

$$rpbis = \frac{M_t - M_q}{S.D._t} \times \sqrt{\frac{q}{p}}$$

सार्थक अन्तर की जाँच -

बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध ($rpbis$) के आधार पर सार्थक अन्तर की जाँच भी सरलता से कर सकते हैं। बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध का मान M_p व M_q के अन्तर पर निर्भर करता है। M_p तथा M_q में जितना अधिक अन्तर होगा, सार्थक अन्तर होने की सम्भावना अधिक होती है। प्राप्त बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध मान के आधार पर 't' का मान ज्ञात कर सार्थक अन्तर की जाँच कर सकते हैं-

$$\begin{aligned} t &= rpbis \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2 pbis}} \\ t &= .34 \sqrt{\frac{15-2}{1-.34^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= .34\sqrt{\frac{13}{1-.11}} \\
&= .34\sqrt{\frac{13}{.88}} \\
&= .34\sqrt{14.77} \\
&= .34 \times 3.84 \\
&= 1.305 \\
&= 1.31
\end{aligned}$$

13 स्वतन्त्रता के अंश (Degree of freedom) के आधार पर प्राप्त t का मान 1.31 सार्थक अन्तर को (0.05 स्तर पर) व्यक्त नहीं करता है। अतः सफल तथा असफल विद्यार्थियों के प्राप्तांकों के मध्य सार्थक अन्तर 0.05 स्तर पर नहीं है।

8.5 द्विपांक्तिक तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में अन्तर

द्विपांक्तिक तथा बिन्दु द्विपांक्तिक दोनों प्रकार के सहसम्बन्धों की गणना इस प्रकार के दो परिवर्तियों के मध्य होती है, जिनमें प्रथम परिवर्ती (X परिवर्ती) सत्त व सामान्य वितरण के अनुरूप होता है, जबकि द्वितीय Y परिवर्ती द्विविभाजित होता है। द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना तब की जाती है, जबकि द्वितीय Y परिवर्ती (द्विविभाजित) सामान्य वितरण के अनुरूप हो, यदि यह द्विविभाजित परिवर्ती सामान्य वितरण के अनुरूप नहीं होता है, तब ऐसी स्थिति में बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना की जाती है। स्पष्ट है कि जब दोनों ही परिवर्ती X व Y सत्त तथा सामान्य वितरण से सम्बन्धित होते हैं, तब द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना करते हैं, किन्तु जब X परिवर्ती सत्त तथा सामान्य वितरण से सम्बन्धित होता है, एवं Y परिवर्ती असत्त व सामान्य वितरण से सम्बन्धित नहीं होता है तब बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना की जाती है।

द्विपांक्तिक तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधियों में कौन अधिक श्रेष्ठ -

X तथा Y परिवर्ती (द्विविभाजित) का सतत् (continuous) तथा सामान्य वितरण के अनुरूप होना प्रायः सम्भव नहीं होता है। (Perfect prediction of a continuous variable from two categorized variable is obviously impossible.) Ferguson & Takane अतः ऐसी स्थिति में द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना करना उपयुक्त नहीं होता है। परिवर्तियों का वितरण सत्त नहीं है तथा सामान्य रूप से वितरित नहीं है, यह मानते हुए, बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधि ही अधिक विश्वसनीय व उपयुक्त परिणाम प्रदान करती है। मनोवैज्ञानिक परीक्षण के पदों का विश्लेषण करने में भी बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध अधिक उपयुक्त रहता है, क्योंकि इस विधि से इस प्रकार की कोई बाध्यता नहीं होती है कि आँकड़ों का स्वरूप सत्त एवं सामान्य वितरण के अनुरूप होना चाहिये। rpbis के आधार पर पीयर्सन 'r' तथा 't' का मान भी ज्ञात कर सकते हैं एवं सार्थक अन्तर की जाँच भी

कर सकते हैं। इस सम्बन्ध में गैरिट का विचार है कि “अनेक गणनाओं में rbis की अपेक्षा rpbis अधिक उत्तम-अधिक आश्रित-सांख्यिकी है” (One must counts rpbis is a better–more dependable–statistic than rbis.) Garrett.

8.6 द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध में परस्पर सम्बन्ध

द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध तथा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis) के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। इस कारण से निम्नलिखित सूत्रों द्वारा एक प्रकार का सहसम्बन्ध ज्ञात होने पर दूसरे सहसम्बन्ध को ज्ञात किया जा सकता है-

$$rpbis = rbis \sqrt{\frac{u}{\sqrt{pq}}}$$

$$rbis = rpbis \sqrt{\frac{\sqrt{pq}}{u}}$$

इसमें, rbis = द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध rpbis = बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध

U = कोटि (ordinate) मान = दोनों समूह के अनुपातों का गुणनफल व उनका वर्गमूल

8.7 फाई गुणांक

फाई सहसम्बन्ध गुणांक को ग्रीक अक्षर फाई (ϕ) के रूप में प्रदर्शित करते हैं, अतः इस प्रकार के सहसम्बन्ध को फाई सहसम्बन्ध गुणांक कहा जाता है। फाई सहसम्बन्ध के अन्तर्गत दोनों ही परिवर्ती द्विविभाजित होते हैं, किन्तु सामान्य रूप से वितरित नहीं होते हैं। द्विविभाजित परिवर्ती के रूप में परीक्षण के पद भी हो सकते हैं, जिनको सही अथवा गलत, सफल अथवा असफल, हाँ अथवा नहीं, आदि प्रतिक्रिया रूप में रखा जा सकता है। ऐसी स्थिति में फाई गुणांक विधि द्वारा उपयुक्त सहसम्बन्ध ज्ञात किया जा सकता है। फाई गुणांक का चतुष्कोटिक सहसम्बन्ध विधि से वही सम्बन्ध है जो कि बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis) विधि का द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rbis) विधि के साथ है। (Phi bears the same relation to tetrachoric r as the point biserial bears to biserial r.) Garrett.

उदाहरण-3 निम्नलिखित द्विविभाजित परिवर्तियों के मध्य फाई सहसम्बन्ध गुणांक (ϕ) की गणना कीजिये-
X परिवर्ती

	उपसमूह	नहीं (Yes)	हाँ(No)	योग
Y परिवर्ती	हाँ	83(B)	187(A)	270
	नहीं	102(D)	93(C)	195
	योग	185	290	465

$$\text{फाई गुणांक phi-coefficient}(\phi) = \phi = \frac{AD - BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}}$$

सूत्र में सभी मान रखने पर-

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{187 \times 102 - 83 \times 93}{\sqrt{270 \times 195 \times 185 \times 280}} \\ &= \frac{19074 - 7719}{\sqrt{52650 \times 51800}} \\ &= \frac{11355}{\sqrt{2727270000}} \\ &= \frac{11355}{52223.27} \\ &= .217 \\ &= +.22\end{aligned}$$

8.8 आसंग गुणांक

फाई गुणांक (ϕ)का काई वर्ग (χ^2) से निश्चित सम्बन्ध होता है। अतः आसंग सारणी (Contingency table)द्वारा प्राप्त काई वर्ग के आधार पर फाई गुणांक (ϕ)ज्ञात किया जा सकता है। इसी प्रकार प्राप्त फाई गुणांक के आधार पर काई वर्ग (χ^2) का मान निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात कर सकते हैं-

$$(\chi^2) = N\phi^2$$

प्राप्त फाई गुणांक का मान (0.22) सूत्र में रखने पर

$$\begin{aligned}(\chi^2) &= 465 \times .22^2 \\ &= 465 \times .05 \\ &= 23.25\end{aligned}$$

यदि प्राप्त काई वर्ग (χ^2) के आधार पर फाई गुणांक (ϕ) का मान ज्ञात करना हो तब निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग कर सकते हैं-

$$\begin{aligned}\phi &= \sqrt{\frac{\chi^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{23.25}{465}} \\ &= +.22\end{aligned}$$

इसी प्रकार प्राप्त फाई गुणांक का मान प्रोजेक्ट मोमेंट विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध (r) गुणांक ही है जो कि दो गुणात्मक तथा द्विविभाजित परिवर्तियों के मध्य ज्ञात किया जाता है।

(The ϕ coefficient is the Pearson correlation coefficient for two variables that are both qualitative and dichotomous.)

Minium, King & Bear

8.9 सारांश

द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध का उपयोग ऐसी विशेष स्थिति में किया जाता है जबकि एक परिवर्ती का मापन निरन्तर मापनी के रूप में होता है जबकि दूसरा परिवर्ती दो भागों में विभाजित अर्थात् द्विविभाजित होता है यह द्विविभाजित परिवर्ती सत्त एवं सामान्य रूप से वितरित होता है। इसके विपरीत बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध का उपयोग वहाँ किया जाता है जबकि परिवर्ती निरन्तर मापनी के रूप में होता है तथा दूसरा परिवर्ती द्विविभाजित व सामान्य वितरण के अनुरूप नहीं होता है। स्पष्ट है कि जब दोनों ही परिवर्ती X (एक्स) तथा Y (वाई) सत्त तथा सामान्य वितरण से सम्बन्धित होते हैं तब द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध की गणना करते हैं, किन्तु जब X (एक्स) परिवर्ती सत्त व सामान्य वितरण के अनुरूप होता है परन्तु Y (वाई) परिवर्ती असत्त व सामान्य वितरण से सम्बन्धित नहीं होता है तब बिन्दु द्विपांक्तिक की गणना की जाती है।

फाई गुणांक का काई वर्ग से निश्चित सम्बन्ध होता है। इसी आधार पर आसंग सारणी द्वारा प्राप्त काई वर्ग के आधार पर फाई गुणांक ज्ञात किया जा सकता है तथा फाई गुणांक के आधार पर काई वर्ग ज्ञात किया जा सकता है।

8.10 शब्दावली

- **द्विविभाजित आँकड़े:** इसप्रकार के आँकड़ों के केवल दो प्रकार होते हैं- जैसे पुरुष महिला, विवाहित-अविवाहित, प्रशिक्षित अप्रशिक्षित जीवित-मृत आदि।

- कोटि का मान: जिस बिन्दु पर P तथा q के अनुपात एक दूसरे वक्र को काटते हैं उस बिन्दु का कोटि मान सारणी A द्वारा ज्ञात करते हैं।

8.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1) फाई गुणांक सहसम्बन्ध विधि का संकेत चिन्ह है:

i) r ii) ρ iii) r_t iv) ϕ

2) बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (rpbis) ज्ञात करने का सूत्र है:

i) $\frac{M_p - M_q}{S.D.t} \times \sqrt{p.q}$ ii) $\frac{M_p - M_q}{S.D.t} \times \sqrt{\frac{p}{q}}$

iii) $\frac{M_p + M_q}{S.D.t} \times \sqrt{p.q}$ iv) $\frac{M_p - M_q}{S.D.^2} \times \sqrt{p.q}$

1) iv 2) i

8.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- भाटिया, तारेश (2009) आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उई (उ0प्र0)
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- कपिल, एच.के. (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद (उ0प्र0)
- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन (1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ0प्र0)
- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation*, Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.

- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education*, McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences*. McGraw Hill Book Company, New York.

8.13 निबन्धात्मक प्रश्न

1) निम्नांकित प्रदत्तों द्वारा बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध गुणांक की गणना कीजिये

वर्गान्तर (CI)	श्रेणी 'अ' आवृत्ति Category 'A' (f)	श्रेणी 'ब' आवृत्ति Category 'B' (f)	
125-129	9	1	
120-124	8	1	
115-119	7	2	
110-114	5	2	
105-109	4	3	
100-104	3	3	
95-99	2	2	
90-94	1	4	
85-89	1	6	
	N ₁ =40	N ₂ =242	निम्नांकित

2) आंकड़ों का द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध ज्ञात कीजिये

वर्गान्तर (C.I.)	प्रशिक्षण समूह Training Group f	अप्रशिक्षण समूह Non-Traning Group f	योग Total
---------------------	------------------------------------	--	--------------

85-89	5	6	11
80-84	2	16	18
75-79	6	19	25
70-74	6	27	33
65-69	1	19	20
60-64	0	21	21
55-59	1	16	17
	$N_1=21$	$N_2=124$	$N=145$

- 3) 15 छात्रों पर प्रशासित .30 पदों वाले एफ परीक्षण में छात्रों के प्राप्तांक निम्नलिखित थे। छात्रों में से केवल छात्र संख्या 1,2,5, 8, 9,10, 13,14 तथा 15 के छात्र ही पद संख्या 3 को हल (उत्तीर्ण) कर पाये। इस पद का बिन्दु द्विपात्तिक सहसम्बन्ध ज्ञात कीजिये।

छात्र संख्या	परीक्षण प्राप्तांक	पद संख्या 13
Student No.	Test Score	Item No. 13
1	25	उत्तीर्ण (Pass)
2	23	उत्तीर्ण (Pass)
3	18	अनुत्तीर्ण (Fail)
4	24	अनुत्तीर्ण (Fail)
5	23	उत्तीर्ण (Pass)
6	20	अनुत्तीर्ण (Fail)
7	19	अनुत्तीर्ण (Fail)
8	22	उत्तीर्ण (Pass)
9	21	उत्तीर्ण (Pass)
10	23	उत्तीर्ण (Pass)
11	21	अनुत्तीर्ण (Fail)

12	20	अनुत्तीर्ण (Pass)
13	21	उत्तीर्ण (Pass)
14	21	उत्तीर्ण (Pass)
15	12	उत्तीर्ण (Pass)

Table-A

द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध (**bisr**) सामान्य सम्भाव्यता वक्र का सम्पूर्ण क्षेत्रफल 1.00 मानते हुए कोटि **u** (Ordinate **u**)

Biserial correlation (**bisr**) Ordinates (**u**) for given areas measured from the mean of a normal distribution with total area of 1.00

Area from the Mean	Ordinates (u)	Area from the Mean	Ordinates (u)
.00	.399	.26	.311
.01	.399	.27	.304
.02	.398	.28	.296
.03	.398	.29	.288
.04	.397	.30	.280
.05	.396	.31	.271
.06	.394	.32	.262
.07	.393	.33	.253
.08	.391	.34	.243
.09	.389	.35	.233

.10	.386	.36	.223
.11	.384	.37	.212
.12	.381	.38	.200
.13	.378	.39	.188
.14	.374	.40	.176
.15	.370	.41	.162
.16	.366	.42	.149
.17	.362	.43	.134
.18	.358	.44	.119
.19	.353	.45	.103
.20	.348	.46	.086
.21	.342	.47	.068
.22	.337	.48	.048
.23	.331	.49	.027
.24	.324	.50	.000
.25	.318		

इकाई- 9 क्रान्तिक अनुपात, टी परीक्षण एवं प्रसरण-विश्लेषण
(Critical Ratio, 't' test and Analysis of Variance)

इकाई सरंचना

- 9.1 प्रस्तावना
- 9.2 उद्देश्य
- 9.3 क्रान्तिक अनुपात
- 9.4 टी-परीक्षण
- 9.5 प्रसरण विश्लेषण
- 9.6 टी-तालिका
- 9.7 सारांश
- 9.8 शब्दावली
- 9.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 9.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 9.11 निबन्धात्मक प्रश्न

9.1 प्रस्तावना

सामाजिक विज्ञानों में प्रदत्तों के विश्लेषण के लिए सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है। सांख्यिकी का प्रयोग केवल शिक्षा, समाजशास्त्र तथा मनोविज्ञान से सम्बन्धित आँकड़ों को करने के लिए ही नहीं किया जाता है बल्कि अर्थशास्त्र, भूगोल, कृषि, चिकित्सा शास्त्र आदि में भी वैज्ञानिक अध्ययन विश्लेषण एवं व्याख्या के लिए प्रयोग किया जाता है। मनोविज्ञान के विद्यार्थियों द्वारा विभिन्न विषयों के मूल आँकड़ो को मानक अंको में परिवर्तित करके उनको तुलनात्मक रूप प्रदान किया जाता है। ऐसा करने के लिए सांख्यिकी के विभिन्न विधियों, जैसे टी-परीक्षण, प्रसरण विश्लेषण, क्रान्तिक अनुपात परीक्षण आदि का उपयोग किया जाता है। सांख्यिकीय विधियों के आधार पर मनोवैज्ञानिक प्रयोगों एवं परीक्षणों के ऐसे अभिकल्प बनाने में सहायता मिलती है, जिनसे मनोवैज्ञानिक तथ्यों का अध्ययन उच्च कोटि के कठोर वैज्ञानिक स्तर पर करना सम्भव होता है।

9.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अन्तर्गत हम प्रसरण विश्लेषण, क्रान्तिक अनुपात परीक्षण एवं टी-परीक्षण के बारे में जानकारी प्राप्त करेंगे। इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप जान सकेंगे कि-

- क्रान्तिक अनुपात क्या होता है।
- इसका उपयोग कब करते हैं।

- टी-परीक्षण किसे कहते हैं तथा इसका उपयोग कब करते हैं।
- क्रान्तिक अनुपात परीक्षण तथा टी-परीक्षण के बीच क्या अन्तर है।
- प्रसरण विश्लेषण क्या होता है तथा इसका उपयोग कब करते हैं।
- प्रसरण विश्लेषण और टी-परीक्षण में क्या अन्तर होता है।
- प्रसरण विश्लेषण एवं टी-परीक्षण में क्या सम्बन्ध होता है।

9.3 क्रान्तिक अनुपात

विभिन्न प्रकार के दो समूहों के मध्यमानों की सार्थकता की जाँच अलग-अलग विधि द्वारा की जाती है। मनोवैज्ञानिक अध्ययनों में प्रायोगिक समूह कई प्रकार के होते हैं जैसे (1) बड़े समूह तथा छोटे समूह (2) प्रायोगिक समूह तथा नियन्त्रित समूह (3) सह-सम्बन्धित समूह तथा असह-सम्बन्धित समूह। सह-सम्बन्धित समूहों को तुल्यात्मक समूह (Equivalent Groups) भी कहते हैं तथा असह-सम्बन्धित समूहों (Uncorrelated Groups) को स्वतन्त्र समूह भी कहते हैं। बड़े समूहों में मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच का आधार क्रान्तिक अनुपात का मान होता है, जिसकी गणना सम्बन्धित समूहों के मानक विचलनों अथवा मानक त्रुटियों के आधार पर की जाती है।

1) दो बड़े स्वतन्त्र प्रतिदर्शों में मध्यमानों की सार्थकता की जाँच-

जब दो बड़े स्वतन्त्र समूहों के मध्यमानों की जाँच करनी होती है तब क्रान्तिक अनुपात परीक्षण का उपयोग किया जाता है। इस परीक्षण के अन्तर्गत दोनों मध्यमानों के अन्तर को दोनों समूहों की अन्तर की मानक त्रुटि (Standard Error or Difference or SE_d or d) से विभाजित करने पर जो मान प्राप्त होता है, वह क्रान्तिक अनुपात कहलाता है। जिस प्रकार एक मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच उसकी SD, संख्या (N), तथा SE पर निर्भर करता है, ठीक उसी तरह से, दो मध्यमानों की विश्वसनीयता की जाँच उनके मध्यमान अन्तर तथा सम्बन्धित अन्तर की मानक त्रुटि पर आधारित होती है।

क्रान्तिक अनुपात के मान की विवेचना ठीक उसी प्रकार होती है जिस प्रकार अन्तर की मानक त्रुटि (SE_m)के मान की होती है। जिस प्रकार से अपने प्रतिदर्श के प्रति 1.96 का मान (Value) महत्त्वपूर्ण होता है ठीक उसी प्रकार दो मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच में क्रान्तिक अनुपात का मान होता है, दूसरे शब्दों में जब क्रान्तिक अनुपात का मान 1.96 SE_m हो जाता है, तब यह मान निरर्थक मान न रहकर क्रान्तिक कहलाता है, क्योंकि अब दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों का अन्तर एक ऐसी स्थिति में पहुँच जाता है, जबकि ऐसे अन्तर को संयोगजन्य (Due to chance) या फिर, प्रतिदर्श की त्रुटियों के कारण उत्पन्न हुआ नहीं कहा जा सकता है।

यहाँ पर अन्तर की मानक त्रुटि (SE_d)की गणना का आधार दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों के मानक त्रुटियों के मान होते हैं, वैसे दोनो प्रतिदर्शों के मानक विचलनों के आधार पर SE_d की गणना प्रत्यक्ष रूप से भी की जा सकती है।

2) दो बड़े स्वतन्त्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच के चरण-

- प्रत्येक समूह के मध्यमान की मानक त्रुटि ज्ञात करना।
- दोनों समूहों के अन्तर की मानक त्रुटि ज्ञात करना।
- दोनों समूहों के मध्यमानों के अन्तर (Md) को अन्तर की मानक त्रुटि (SE_d) से विभाजित करना तथा क्रान्तिक अनुपात (CR) के मान को ज्ञात करना।
- दोनों समूहों की अलग-अलग संख्याओं (N1 तथा N2) के आधार पर उपयुक्त स्वतन्त्रता (d.f.) के अंशों को ज्ञात करना।
- दी गई टी तालिका में सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशों (d.f.) पर तथा विश्वास के विभिन्न स्तरों पर सार्थकता की जाँच करना।

अब उपरोक्त चरणों को समझने के लिए निचे कुछ उदाहरण दिये जा रहे हैं। जिससे इसके बारे में समझने में आसानी होगी।

उदाहरण 1-

एक प्रयोगकर्ता ने दो विभिन्न प्रकार के प्रतिक्रिया कालों- साधारण प्रतिक्रिया काल (S.R.T) तथा चयनात्मक प्रतिक्रिया काल (D.R.T) के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच के लिए 100 निरीक्षण (Observations) अलग-अलग किये। दोनों प्रकार के प्रतिक्रिया कालों के मध्यमान, मानक विचलन व संख्या (N) नीचे दी गयी हैं। बताइये, क्या दोनों प्रकार के प्रतिक्रिया कालों के मध्यमानों में सार्थक अन्तर (significant difference) है ?

प्रतिक्रिया काल का प्रकार	परीक्षणों की संख्या (N)	मध्यमान (M)	मानक विचलन (S.D.)
A. Simple R.T.	100	.22	.03
B. Discriminatory R.T.	100	.25	.04

हल- मध्यमान की मानक त्रुटि (SE_m) का सूत्र:

$$SE_m = \frac{S.D.}{\sqrt{N}} \quad (\text{बड़े प्रतिदर्श में})$$

यहाँ $SE_{m1} = \frac{S.D._1}{\sqrt{N_1}} = \frac{.03}{\sqrt{100}} = \frac{.03}{10} = .003$

इसी प्रकार $SE_{m2} = \frac{S.D._2}{\sqrt{N_2}} = \frac{.04}{\sqrt{100}} = \frac{.04}{10} = .004$

अन्तर की मानक त्रुटि (SE_d) का सूत्र :

$$SE_d = \sqrt{SE_{m1}^2 + SE_{m2}^2}$$

यहाँ $SE_d \text{ or } (\sigma_d) = \sqrt{(.003)^2 + (.004)^2}$
 $= \sqrt{.000009 + .000016}$
 $= \sqrt{.000025}$
 $= .005$

क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) का सूत्र :

$$\frac{M_1 - M_2 - 0}{\sigma_d}$$

टिप्पणी- यहाँ अन्तर का मान ज्ञात करने में धनात्मक अथवा ऋणात्मक चिह्नों को ध्यान में नहीं रखा जाता है, केवल मध्यमान अन्तर (M_d) को ही देखा जाता है। दोनों के अन्तर में से सैद्धान्तिक रूप से परिकल्पनात्मक शून्य (Hypothetical Zero) को घटा दिया जाता है। व्यावहारिक रूप से शून्य के घटा देने का कोई महत्त्व ही नहीं है, अतएव इसका प्रयोग प्रायः छोड़ ही दिया जाता है। इस प्रकार:

$$C.R. = \frac{M_1 - M_2}{\sigma_d} \quad \dots \text{ सूत्र } = (102)$$

$$\sigma_d$$

यहाँ $C.R. = \frac{.22 - .25}{.005} = \frac{0.03}{.005} = 6$

यहाँ स्वतन्त्रता के अंश (d.f.) = 100 + 100 - 2 = 198

198 के स्वतंत्रता के अंशों पर सार्थकता के लिए C.R. का आवश्यक मान:

5% विश्वास के स्तर पर = 1.97

1% विश्वास के स्तर पर = 2.60

यहाँ C.R. का प्राप्त 6 का मान उपरोक्त दानों मानों से बहुत अधिक है।

अतः प्रस्तुत उदाहरण में दोनों प्रकार के प्रतिक्रिया कालों में सार्थक अन्तर (significant difference) देखने में आता है, और इस कारण यहाँ निराकरणिय परिकल्पना (Null hypothesis) को .01 विश्वास के स्तर पर अस्वीकृत (Reject) किया जाता है, और यहाँ यह मानना पड़ेगा कि साधारण प्रतिक्रिया काल तथा चयनात्मक प्रतिक्रिया के मध्यमानों में सार्थक अन्तर देखने में आता है।

उदाहरण 2 -

एक अभियोजन अनुसूचित (Adjustment Inventory) को 60 लड़कियों व 50 लड़कों को दिया गया। उनके प्राप्तांकों के मध्यमान व मानक विचलन नीचे दिये गये हैं:

	मध्यमान (M)	मानक विचलन (S.D.)	संख्या (N)
लड़कियों	81	5-2	60
लड़के	90	6-3	50

बताइये क्या लड़के व लड़कियों के प्राप्तांकों में सार्थक अन्तर (Significant Difference) है ?

हल- अन्तर की मानक-त्रुटि (SE_d) को निम्नलिखित सूत्र द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है:

$$SE_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}} \quad \text{.....सूत्र (103)}$$

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } SE_d \text{ (or } \sigma_d) &= \sqrt{\frac{(5 \cdot 2)^2}{60} + \frac{(6 \cdot 3)^2}{50}} \\ &= \sqrt{\frac{27 \cdot 04}{60} + \frac{39 \cdot 69}{50}} \\ &= \sqrt{4506 + 7938} \\ &= \sqrt{12444} \\ &= 11155 \end{aligned}$$

$$C. R. = \frac{M_1 - M_2}{\sigma_d}$$

$$\text{यहाँ } C. R. = \frac{81 - 90}{1 \cdot 52} = \frac{9}{1 \cdot 12} = 8 \cdot 068$$

$$= 8 \cdot 07 \text{ (दो दशमलव तक)}$$

$$\text{यहाँ } d. f. = (50 + 60 - 2) = 108$$

108 d.f. पर सार्थकता के लिए आवश्यक C.R. का मान ;

5% विश्वास के स्तर पर = 1.98

1% विश्वास के स्तर पर = 2.63

प्रस्तुत उदाहरण में प्राप्त C.R. का 8.07 का मान उपरोक्त दोनों मानों से बहुत अधिक है, अतएव यहाँ निराकरणिय परिकल्पना (Null hypothesis) को 1% विश्वास के स्तर पर अस्वीकृत (Reject) किया जाता है, और यहाँ यह मानना पड़ेगा कि लड़के व लड़कियों के प्राप्तांकों में सार्थक अन्तर पाये गये हैं।

उदाहरण 3-

एक बुद्धि-परीक्षण में लड़कियों व लड़कों के प्राप्तांकों के मध्यमान, मानक विचलन व उनकी सम्बन्धित संख्या नीचे दी गयी है:

	M	σ	N
लड़कियाँ	105-7	6-4	156
लड़के	109-9	8-1	144

अध्ययनकर्ता ने यहाँ लड़कों व लड़कियों के प्राप्तांकों के मध्यमानों के सम्बन्ध में निराकरणिय परिकल्पना की रचना की है, बताइये क्या अध्ययनकर्ता की परिकल्पना सत्य है?

हल-

$$C.R. = \frac{M_1 - M_2}{\sigma_d}$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}$$

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } \sigma_d &= \sqrt{\frac{(6.4)^2}{156} + \frac{(8.1)^2}{144}} \\ &= \sqrt{\frac{40.96}{156} + \frac{65.61}{144}} \\ &= \sqrt{.2626 + .4556} \\ &= \sqrt{.7182} \\ &= .847 \end{aligned}$$

$$\text{यहाँ } C.R. = \frac{109.9 - 105.7}{.85} = \frac{4.2}{.85}$$

= 4.96 (Rounded off to two decimal places)

यहाँ d.f. = (156 - 1) + (144 - 1) = 298

298 d.f. पर सार्थकता के लिए C.R. का आवश्यक मान:

5% विश्वास के स्तर पर = 1.97

1% विश्वास के स्तर पर = 2.60

यहाँ यह प्राप्त C.R. का 4.96 का मान उपरोक्त दोनों मानों से बहुत अधिक है, अतएव यहाँ .01 विश्वास के स्तर पर निराकरणीय परिकल्पना (H_0) की अस्वीकृत किया जाता है, तथा यहाँ यह मानना पड़ेगा कि दिये गये बुद्धि परीक्षण के आधार पर लड़के व लड़कियों के प्राप्तियों में सार्थक अन्तर देखने में आता है।

अभी तक हमने जिन उदाहरणों को लिया है, उनमें परिकल्पना के स्वरूप के अनुसार अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (Test) द्वि-पक्षीय (Two-tailed) रहा है, क्योंकि उनमें अन्तर की दिशा को स्पष्ट नहीं किया गया है, तथा जिसमें महत्त्व केवल इसी तथ्य को दिया है कि दोनों मध्यमानों में सार्थक अन्तर है, या नहीं? इसके विपरीत, हमारी परिकल्पना का अधार एक-पक्षीय (One-tailed) भी हो सकता है।

9.4 टी-परीक्षण

टी-अनुपात की व्याख्या सबसे पहले डब्लू0एम0 गैसेट (W.M. Gosset) ने 'स्टूडेन्ट' (Student) नामक उपनाम (Pet name) के साथ सन् 1908 में किया। इसी कारण से टी-परीक्षण का 'स्टूडेन्ट टी' नामक उपनाम के नाम से जाना जाता है। इस प्रकार के परीक्षण का उपयोग छोटे आकड़ों के लिए ही उपयुक्त रहता है। प्रायः विद्यार्थी ही अपने प्रतिदिन के प्रयोगों और परीक्षणों में ऐसे छोटे आकड़ों का प्रयोग करते हैं, और प्रायः ऐसे परीक्षण का सम्बन्ध विद्यार्थी से ही रहता है, इसी कारण से इसे विद्यार्थी का परीक्षण भी कहाँ जाता है।

सामान्यतः 't' परीक्षण दो माध्यों के बीच के अन्तर की सार्थकता की जाँच करने का एक महत्त्वपूर्ण प्राचलिक सांख्यिकी है लेकिन इसका अर्थ यह नहीं है कि इसका प्रयोग सिर्फ माध्यों के अन्तर की सार्थकता की जाँच करने में किया जाता है। वास्तविकता तो यह है कि इसका प्रयोग अन्य सांख्यिकीय विधियों जैसे- पियरसन आर (Person r), Point-biserial r, कोटि अन्तर सह संबन्ध (rank-difference method) आदि की सार्थकता की जाँच करने में भी किया जाता है।

1) क्रान्तिक अनुपात परीक्षण तथा टी-परीक्षण में अन्तर-

- i) क्रान्तिक अनुपात परीक्षण का उपयोग प्रायः दो बड़े समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच के लिए किया जाता है, जब कि टी-परीक्षण का उपयोग दो छोटे समूहों के मध्यमानों के अन्तर को सार्थकता की जाँच के लिए किया जाता है।
- ii) क्रान्तिक अनुपात के मूल्य की सार्थकता की जाँच स्वतन्त्रता के अंशों पर ज्ञात करना प्रायः इतना आवश्यक नहीं होता, परन्तु टी-परीक्षण के मान (Value) की सार्थकता की जाँच सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशों पर ही किया जाता है। जब स्वतन्त्रता के अंशों की संख्या 30 से कम होती है, तब ऐसी स्थिति में ऐसा करना आवश्यक होता है, परन्तु जब यह संख्या 10 या 10 से भी कम होती है, तब ऐसा करना और भी आवश्यक होता है। लेकिन क्रान्तिक अनुपात की विवेचना के लिए ऐसा करना आवश्यक नहीं होता है, क्योंकि क्रान्तिक अनुपात के मूल्य की गणना प्रायः बड़े समूहों में ही की जाती है, जिनकी संख्या (N) अधिक होने के कारण विभिन्न स्वतन्त्रता के अंशों के लिए क्रान्तिक अनुपात के मान प्रायः एक से ही रहते हैं, परन्तु छोटे प्रतिदर्शों में विभिन्न स्वतन्त्रता के अंशों पर सार्थकता के लिए टी-मान (t-value) अलग-अलग होते हैं।

- iii) क्रान्तिक अनुपात मान (C.R.Value) के लिए या फिर SE_m की गणना में सम्बन्धित प्रतिदर्शों की संख्या में से एक-एक की संख्या घटाना इतना आवश्यक नहीं होता है, परन्तु टी-मान की गणना में ऐसा करना बहुत आवश्यक होता है। इसका मुख्य कारण यह है कि क्रान्तिक अनुपात की गणना बड़े प्रतिदर्शों में की जाती है, और वहाँ पर S.D. या SE_m की गणना में 1 की संख्या घटाने से S.D. या SE_m को मान पर प्रायः कोई प्रभाव नहीं पड़ता है जबकि छोटे प्रतिदर्शों में संख्या कम होती है इस कारण से 1 की संख्या घटाने या न घटाने पर इसका S.D. के मान पर प्रभाव पड़ता है।
- iv) टी-परीक्षण द्वारा t-value की गणना C-R की गणना से आपेक्षाकृत बहुत सरल होता है।
- v) विभिन्न स्वतन्त्रा के अंशों पर टी के मान भिन्न-भिन्न होते हैं लेकिन क्रान्तिक अनुपात के मान विभिन्न d.f. पर प्रायः स्थायी से ही रहता है।
- 2) टी-परीक्षण की गणना-

$$\bullet \quad t = \frac{Md}{\sqrt{\left(\frac{\sum d_1^2 + \sum d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

$$\bullet \quad t = \frac{Md}{\sqrt{\left(\frac{SS_1 + SS_2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

$$\bullet \quad t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\frac{\sum X_1^2 / N_1 - (M_2)^2}{N_1 - 1} + \frac{(\sum X_2^2 / N_2) - (M_2)^2}{N_2 - 1}}}$$

टी-मान (t-value) ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्रों का उपयोग करते हैं-

टी-मान ज्ञात करने में उपरोक्त तीनों प्रकार के सूत्रों का प्रयोग किया जाता है, परन्तु उपरोक्त तीनों सूत्रों में से तीसरा सूत्र सबसे अधिक सरल और सुविधाजनक होता है।

t-मान (t-value) की गणना के पहले सूत्र की व्याख्या:

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{\sum d_1^2 + \sum d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

जबकि:

M_1 = पहले प्रतिदर्श का माध्य

M_2 = दूसरे प्रतिदर्श का माध्य

Σd_1^2 = पहले प्रतिदर्श के प्राप्तांकों के अपने मध्यमान से विचलनों के वर्गों (squares) का योग।

M_d = M_1 तथा M_2 का अन्तर

Σd_2^2 = दूसरे प्रतिदर्श के प्राप्तांकों के अपने मध्यमान से विचलनों के वर्गों (squares) का योग

N_1 = पहले प्रतिदर्श की संख्या

N_2 = दूसरे प्रतिदर्श की संख्या

यहाँ $\sqrt{\Sigma d_1^2 + \Sigma d_2^2 / N_1 + N_2 - 2}$ सूत्र द्वारा दोनों प्रतिदर्शों (समूहों) का संयुक्त मानक विचलन (Combined S.D.) ज्ञात किया गया है, तथा यहाँ SE_d का सूत्र है:

$$\sigma_{d = S.D. \text{ comb.}} = \sqrt{N_1 + N_2 / N_1 N_2}$$

उदाहरण 4-

तात्कालिक स्मृति (Immediate memory) का एक परीक्षण एक कक्षा के 10 लड़कों व 10 लड़कियों को दिया गया। उनके परिणाम नीचे दिये गये हैं।

लड़कों की तात्कालिक स्मृति का विस्तार	7	5	6	5	6	6	7	9	8	6
लड़कियों की तात्कालिक स्मृति का विस्तार	7	6	5	8	9	8	8	9	6	9

यहाँ अध्ययनकर्ता ने निराकरणिय परिकल्पना (Null hypothesis) की रचना की है। बताइये क्या अध्ययनकर्ता की परिकल्पना यहाँ सत्य है?

हल-

Group	Group				
A	B	d_1	d_2	d_1^2	d_2^2
7	7	+0.5	-0.5	.25	.25

5	6	-0.5	-1.5	2.25	2.25
6	5	-0.5	-2.5	.25	2.25
5	8	-1.5	+0.5	2.25	.25
6	9	-0.5	+1.5	.25	2.25
6	8	-0.5	+0.5	.25	.25
7	8	+0.5	+0.5	.25	.25
9	9	+2.5	+1.5	6.25	2.25
8	6	+1.5	-1.5	2.25	2.25
6	9	-0.5	+1.5	.25	2.25
$\Sigma X_1=65$	$\Sigma X_2=75$			$\Sigma d_1^2=14.50$	$\Sigma d_2^2=18.50$

$$M_1 = \frac{65}{10} = 6.5$$

$$M_2 = \frac{75}{10} = 7.5$$

t-अनुपात (t-Ratio) का सूत्र:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{\sum d_1^2 + \sum d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}} \\
 \text{यहाँ } t &= \frac{6.5 - 7.5}{\sqrt{\left(\frac{14.50 + 18.50}{10 + 10 - 2}\right) \left(\frac{10 + 10}{10 \times 10}\right)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{33}{18}\right) \left(\frac{20}{100}\right)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1.8333 \times .2}} \\
 &= \frac{1}{1.354 \times .447} \\
 &= \frac{1}{.605} = 1.66 \text{ (दो दशमलव तक)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{यहाँ, Degrees of Freedom} &= (N_1 - 1) + (N_2 - 1) \\
 &= (10 - 1) + (10 - 1) = 18
 \end{aligned}$$

18 d.f. पर सार्थकता के लिए t का आवश्यक मान:

5% विश्वास के स्तर पर = 2.10

1% विश्वास के स्तर पर = 2.88

प्रस्तुत उदाहरण में प्राप्त t का मान उपरोक्त दानों मानों से बहुत कम है, अतएव यहाँ निराकरणीय परिकल्पना सत्य है, और यह मानना पड़ेगा कि लड़कों व लड़कियों के तात्कालिक स्मृति के विस्तार में सार्थक अन्तर नहीं है।

उदाहरण 5-

बोध-विस्तार (Span of Apprehension) के एक अध्ययन में दो संकायों (Faculties) के छात्रों को लिया गया। A समूह में कला संकाय तथा B समूह में विज्ञान संकाय के छात्र थे। उनके बोध-विस्तार के परिणाम नीचे दिये गये हैं:

Group A	8	10	9	9	8	10	7	11	7	11
Group B	10	12	13	10	9	12				

अध्ययनकर्ता ने अपने अध्ययन में निराकरणिय परिकल्पना (Null hypothesis) की रचना की है। बताइये क्या अध्ययनकर्ता की कल्पना (Assumption) यहाँ स्वीकार योग्य (Acceptable) है?

हल-

Group	Group				
A	B	d_1	d_2	d_1^2	d_2^2
8	10	-1	-1	1	1
10	12	+1	+1	1	1
9	13	0	+2	0	4
9	10	0	-1	0	1
8	9	-1	-2	1	4
10	12	+1	+1	1	1
7		-2		4	
11		+2		4	
7		-2		4	
11		+2		4	
$N_1 = 10$	$N_2 = 6$			$\Sigma d_1^2 = 20$	$\Sigma d_2^2 = 12$
$\Sigma X_1 = 90$	$\Sigma X_2 = 66$				
$M_1 = 9$	$M_2 = 11$				

t-अनुपात (t-ratio) का सूत्र-

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{d_1^2 + d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

यहाँ t =

$$\frac{9 - 11}{\sqrt{\left(\frac{20 + 12}{10 + 6 - 2}\right) \left(\frac{10 + 6}{10 \times 6}\right)}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{32}{14}\right) \left(\frac{16}{60}\right)}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{16}{7}\right) \left(\frac{4}{15}\right)}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\frac{64}{105}}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{.6095}}$$

$$= \frac{2}{.78}$$

$$= 2.56$$

यहाँ d.f. = (10 - 1) + (6 - 1) = 14

14 d.f. पर सार्थकता के लिए का आवश्यक t मान:

5% विश्वास के स्तर पर = 2.14

1% विश्वास के स्तर पर = 2.98

प्रस्तुत उदाहरण में प्राप्त t का मान 5% विश्वास स्तर पर सार्थक है, परन्तु 1% विश्वास के स्तर पर सार्थक नहीं है। अतएव यहाँ निराकरणीय परिकल्पना को 5% विश्वास के स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है, और यहाँ यह मानना पड़ेगा कि कला संकाय तथा विज्ञान संकाय के छात्रों में बोध-विस्तार (Span of Apprehension) के प्रति सार्थक अन्तर देखने में आये हैं। इस प्रकार अध्ययनकर्ता की परिकल्पना यहाँ 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर स्वीकार योग्य (Acceptable) नहीं है।

3) सम्बन्धित प्रतिदर्शों के मध्यमानों (Means)की गणना किये बिना सीधे प्राप्तांकों (Scores) के आधार पर ज के मान की गणना-

जब आँकड़े छोटे होते हैं, व संख्या (N) कम (Small) होती है, उस स्थिति में t का मान ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित सूत्र भी सुविधाजनक रहता है।

$$t = \frac{M_d}{\sqrt{\left(\frac{SS_1 + SS_2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

जबकि SS_1 = Sum of Squares of Group I

SS_2 = Sum of Squares of Group II

तथा $SS_1 = \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2 / N_1$

$SS_2 = \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2 / N_2$

N_1 = N of the I Group

N_2 = N of the II Group

M_1 = Mean of the I Group

M_2 = Mean of the II Group

M_d = Difference of M_1 and M_2

उदाहरण के लिए यहाँ t के दूसरे उदाहरण के आँकड़ों (Data)को ही प्रयोग में लाया गया है:

Group	Group	X_1^2	
8	10	64	100
10	12	100	144
9	13	81	169
9	10	81	100
8	9	64	81

10	12	100	144
7		49	
11		121	
7		49	
11		121	
$\Sigma X_1=90$	$\Sigma X_2=66$	$\Sigma X_1^2=830$	$\Sigma X_2^2=738$
$N_1=10$	$N_2=6$		
$M_1=9$	$M_2=11$		

यहाँ, $M_d = 11 - 9 = 2$

$$\begin{aligned}
 SS_1 &= \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 / N_1 \\
 &= 830 - (90)^2 / 10 \\
 &= 830 - 8100 / 10 \\
 &= 830 - 810 \\
 &= 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_2 &= \Sigma X_2^2 - (\Sigma X_2)^2 / N_2 \\
 &= 738 - (66)^2 / 6 \\
 &= 738 - 4356 / 6 \\
 &= 738 - 726 \\
 &= 12
 \end{aligned}$$

प्राप्त SS_1 तथा SS_2 के मानों को सूत्र में रखने पर:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{20+12}{10+6-2}\right)\left(\frac{10+6}{10 \times 6}\right)}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\frac{32}{14} \times \frac{16}{60}}} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\frac{64}{105}}} \\
 &= \frac{2}{.78} \\
 &= 2.56
 \end{aligned}$$

यहाँ भी परिणाम वही आता है, जोकि पहले उदाहरण संख्या 2 में आया है।

t का मान एक तीसरी विधि द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है जोकि अपेक्षाकृत और भी अधिक सरल है। इसके अनुसार:

$$t = \frac{Md}{\sqrt{\frac{\sum X_1^2 / N_1 - (M_1)^2}{N_1 - 1} + \frac{(\sum X_2^2 / N_2) - (M_2)^2}{N_2 - 1}}}$$

इस विधि द्वारा गणना करने पर ज का मान वही आयेगा, जो कि पहली दोनों विधियों में आया है। इन तीनों विधियों में तीसरी विधि अधिक सुविधाजनक है, क्योंकि इसके उपयोग से गणना का (calculation) कार्य-भार कुछ कम हो जाता है क्योंकि प्रथम विधि का उपयोग उसी स्थिति में सरल रहता है, जबकि दोनों समूहों के मध्यमान दशमलव में न आते हों, यदि दशमलव में आते हैं, तब d_1 तथा d_2 के मान भी दशमलव में आयेगे और इससे गणना का कार्य बढ़ जायेगा। t की दूसरी विधि के प्रयोग में भी SS_1 तथा SS_2 के मान अलग निकालने पड़ते हैं, परन्तु t के मान ज्ञात करने की तीसरी विधि में अलग से ऐसी कोई गणना नहीं करनी पड़ती। इस प्रकार सामान्यतः t के मान ज्ञात करने की तीसरी विधि ही अधिक उपयुक्त रहती है।

9.5 प्रसरण विश्लेषण

Analysis of Variance का ही हिन्दी रूपान्तरण प्रसरण विश्लेषण है ANOVA एक ऐसा सांख्यिकीय विश्लेषण है जिसके द्वारा शोधकर्ता दो या दो से अधिक समूहों के माध्यों के अन्तर की सार्थकता की जाँच करता है। इस विधि का प्रतिपादन प्रोफेसर आर.ए. फिशर (R.A. Fisher) द्वारा किया गया, जिन्होंने इस विधि का प्रयोग कृषि सम्बन्धी अनुसन्धानों में किया। प्रोफेसर आर.ए. फिशर (R.A. Fisher) के सम्मान में उनके विषय जी.डब्लू. स्नेडेकर (G.W. Snedecor) ने इसे एफ अनुपात (F-Ratio) या एफ. परीक्षण (F-Test) भी कहा है।

प्रसरण विश्लेषण विधि का प्रयोग प्रायः उस स्थिति में किया जाता है जब कि प्रायः तुलनात्मक समूहों में हम विभिन्न अभिक्रियाओं का अध्ययन करते हैं, तथा यह पता लगाना चाहते हैं कि क्या विभिन्न अभिक्रियाओं के प्रभावों के कारण मध्यमानों में सार्थक अन्तर है? इस प्रकार प्रसरण विश्लेषण, टी-परीक्षण का ही एक विकसित रूप है। विभिन्न सांख्यिकी विद्वानों ने अपने-अपने तरीकों से प्रसरण विश्लेषण को परिभाषित किये हैं-

फरयूसन (Ferguson) 1981 के अनुसार, "The analysis of Variance is method for dividing the variation observed in experimental data into different parts, each part assignable to a known source, cause or factor".

Mandenhall - Rormey (1973) के अनुसार, "एक आश्रित परिवर्त्य एवं एक या एक से अधिक स्वतन्त्र परिवर्त्याँ के मध्य गुणात्मक अथवा परिमाणात्मक सम्बन्धों को खोजने के लिए अभिकल्पित सामान्य प्रक्रिया को प्रसरण विश्लेषण कहते हैं।"

Stratton - Hayss (1991) के अनुसार, "प्रसरण विश्लेषण एक सांख्यिकीय प्रक्रिया है जिसके द्वारा यह निर्धारित किया जाता है कि समूहों के प्राप्तांक एक दूसरे से भिन्न है या नहीं।"

1) प्रसरण विश्लेषण तथा टी-परीक्षण में सम्बन्ध-

प्रसरण विश्लेषण, टी-परीक्षण का ही एक तरह से विकसित और विस्तृत रूप है। सामान्य वितरण में जहाँ हम टी-परीक्षण के माध्यम से दो मध्यमानों के अन्तर्गत व्याप्त अन्तर की सार्थकता का अध्ययन करते हैं, वही प्रसरण विश्लेषण के माध्यम से हम प्रायः तीन या तीन से अधिक समूहों के मध्य व्याप्त अन्तरों की सार्थकता का अध्ययन करते हैं। वैसे तो इस तरह के सांख्यिकीय विश्लेषण में टी-परीक्षण का भी उपयोग कर सकते हैं लेकिन तीन समूहों के माध्य के अन्तर की सार्थकता की जाँच के लिए तीन टी (t) ज्ञात करना होगा, जिसमें शोधकर्ता को ज्यादा समय लग जायेगा।

2) प्रसरण विश्लेषण का प्रकार-

प्रसरण विश्लेषण को स्वतन्त्र चर के आधार पर दो भागों में बाटा जाता है-

i. साधारण प्रसरण विश्लेषण-

इस प्रकार के प्रसरण विश्लेषण का प्रयोग तब होता है जब प्रतिदर्श का विभाजन यादृच्छिक (randomly) ढंग से किसी इस स्वतन्त्रचर के आधार पर विभिन्न समूहों में हुआ हो। चूंकि यहाँ पर वर्गीकरण का आधार एक ही स्वतन्त्र चर होता है, अतः इसे एक मार्गी प्रसरण विश्लेषण (one way analysis of variance) भी कहाँ जाता है। साधारण प्रकार के प्रसरण विश्लेषण में मूल प्रसरण को कुल दो भागों में बाँटकर विश्लेषण किया जाता है-

1. बाह्य प्रसरण (Between or among Variance)
2. आन्तरिक प्रसरण (Within Variance)

बाह्य प्रसरण को समूह के बीच का प्रसरण भी कहाँ जाता है। यह एक ऐसा प्रसरण है जिसमें सभी समूहों के प्राप्तांकों के आधार पर प्राप्त माध्य से प्रत्येक समूह के माध्य की भिन्नता का पता चलता है। प्रत्येक समूह में पाये जाने वाले प्राप्तांकों की औसत विभिन्नता को समूहों के भीतर का प्रसरण (Within Variance) भी कहाँ जाता है। प्रत्येक समूह का प्रसरण (Variance of SD²) अलग-अलग ज्ञात करके फिर उन सभी प्रसरणों का औसत ज्ञात किया जाता है और इस औसत को समूहों के भीतर का प्रसरण (Within Variance) कहाँ जाता है। बाह्य प्रसरण (Between Variance) तथा आन्तरिक प्रसरण (Within Variance) के अनुपात को एफ अनुपात (F-Ratio) कहाँ जाता है जिसका सूत्र है।

$$F = \frac{\text{Between Variance}}{\text{within Variance}}$$

ii. जटिल प्रसरण

इस प्रकार के प्रसरण विश्लेषण का उपयोग तब किया जाता है, जब प्रयोज्यों को दो या दो से अधिक स्वतन्त्र चर के आधार पर कई भागों में यादृच्छिक (randomly) ढंग से आवंटित कर दिया गया हो। यहाँ पर वर्गीकरण या आवंटन के दो आधार होते हैं। जब वर्गीकरण के कम से कम दो आधार होते हैं तो उसे Two-way ANOVA कहते हैं जब कि वर्गीकरण के तीन स्पष्ट आधार होते हैं तो उसे Three-way ANOVA कहते हैं। इस प्रकार के प्रयोगात्मक अभिकल्प (Experimental Design) को कारक अभिकल्प कहते हैं जिसमें मुख्य प्रभाव (main effect) के आलावा अन्तः क्रिया प्रसरण (interaction effect) का भी विश्लेषण किया जाता है।

उदाहरण 6-

मान लीजिए कि कोई प्रयोगकर्ता सीखने की प्रक्रिया पर अभ्यास तथा प्रेरणा के प्रभाव का अध्ययन करना चाहता है यहाँ पर प्रयोगकर्ता अभ्यास का दो स्तर लेता है A_1 और A_2 इसी प्रकार प्रेरणा का तीन स्तर लेता है B_1 , B_2 तथा B_3 तब कुल प्रयोगात्मक अवस्था $2 \times 3 = 6$ होगी। मान लीजिए प्रयोगकर्ता यहाँ पर 12 प्रयोज्य लेता है और प्रत्येक प्रयोगात्मक अवस्था में 2-2 प्रयोज्य यादृच्छिक ढंग से आवंटित कर देता है तब इस परिस्थिति में

तालिका 2x6 निम्न प्रकार से होगी, जिसमें प्रत्येक प्रयोज्य के सीखने का निष्पादन के प्रसांक को भी दिया गया है।

		प्रेरणा		
		B1	B2	B3
अभ्यास	A1	4.5	6.6	8.9
	A2	3.4	5.6	7.8

यहाँ पर B₁, B₂ तथा B₃ के प्रभाव को कालम प्रभाव (Column effect), तथा A₁ एवं A₂ के प्रभाव को Raw effect कहा जाता है इन दोनों तरह के प्रभाव को मुख्य प्रभाव (Main effect) तथा Raw एवं Column के संयुक्त प्रभाव को अन्तः क्रिया प्रभाव कहाँ जाता है।

iii. प्रसरण विश्लेषण में निहित मूल अभिग्रह (Basic Assumptions in Analysis of Variance)

-

प्रसरण विश्लेषण में मुख्य रूप से निम्न मूल अभिग्रह निहित होता हैं-

- चयन किये गए प्रतिदर्श की मापन की जाने वाली विशेषता जनसंख्या में प्रसामान्य रूप से वितरित होनी चाहिए।
- जिस जनसंख्या से प्रतिदर्श का चयन किया गया हो, उस जनसंख्या में प्रसरण समजातीय (Homogeneous) होना चाहिए।
- चूने गये प्रतिदर्श एक ही जनसंख्या से होनी चाहिए।
- प्रायोगिक दशाओं का प्रभाव योगात्मक होता है इसलिए प्रसरण को विभाजित कर दिया जाता है।
- प्रदत्त में स्वतन्त्र निरीक्षणों का प्रयोग किया गया हो।
- चुने हुए समूहों में समान विसरण होना चाहिए।
- समूह की इकाइयों का चयन यादृच्छिक (Random Sampling) आधार पर किया गया हों।

iv. प्रसरण विश्लेषण (ANOVA) ज्ञात करने के मुख्य चरण-

प्रसरण विश्लेषण ज्ञात करने के लिए निम्नालिखित चरणों का प्रयोग करते हैं-

- संशोधन (Correction)- संशोधन ज्ञात करने के लिए सभी समूहों के प्राप्तांकों का योग ज्ञात करते हैं और उनका वर्ग करके कुल संख्या (N) से विभाजित कर देते हैं।

$$\text{सूत्र- } C = (\sum X)^2 / N$$

- समस्त वर्गों का योग (Total sum of squares)- सभी समूहों के समस्त प्राप्तांकों के वर्गों के योग ज्ञात करने के पश्चात सभी वर्गों के योग में से संशोधनमान को घटा देते हैं।

$$\text{सूत्र- } SS_{\text{tot}} = (\sum X_1^2 + X_1^2 + \dots X_2^2 + X_2^2 \dots X_3^2 + X_3^2 \dots) - C$$

- समूहों में व्याप्त मध्यमानों के वर्गों का योग (Sum of Squares between Groups)- इस चरण के अन्तर्गत समूहों के प्राप्तांकों के योग के वर्ग को उस समूह के N से विभाजित कर दिया जाता है और प्राप्त सभी भागफल के योग में से C को घटा दिया जाता है-

$$\text{सूत्र- } SS_{\text{bg}} = \sum X_1^2/N_1 + \sum X_2^2/N_2 \dots - C$$

- समूहों के अन्तर्गत वर्गों का योग (Sum of Squares within groups or Error Variance)- इस चरण के अन्तर्गत समस्त वर्गों के योग में से समूहों के मध्य वर्गों के योग को घटा दिया जाता है।

$$\text{सूत्र- } SS_{\text{wg}} = SS_{\text{tot}} - SS_{\text{bg}}$$

- प्रसरण विश्लेषण की सारांश तालिका- उपरोक्त गणनाओं के पश्चात One way ANOVA के लिए निम्न तालिका का निर्माण करते हैं।

प्रसरण का स्रोत	स्वतन्त्रता के अंश	वर्गों का योग	मध्यमान वर्ग चरण	F Level	of Significance
Between group 5	चरण-3	K-1	2 ÷ K-1 (a)	a/b	0.05 - 0.01
Within groups	चरण-4	N-k	3 ÷ N-K (b)		
योग		N-1			

v. प्रसरण विश्लेषण विधि द्वारा गणना-

उदाहरण 7-

एक तात्कालिक स्मृति (Immediate memory) के परीक्षण में 21 बालकों को आयु के आधार पर तीन समूहों A, B तथा C में विभाजित किया गया। परीक्षण में प्राप्त उनके अंक नीचे दिये गये हैं। बताइये क्या यहाँ आयु के आधार पर तीनों समूह एक-दूसरे से सार्थक रूप से भिन्न हैं ?

समूह A	समूह B	समूह C	
3	4	5	
5	5	5	
3	3	5	
1	4	1	
7	9	7	$\sum X = 96$
3	5	3	$N = 21$
6	5	7	
$\sum X_1 = 28$	$\sum X_2 = 35$	$\sum X_3 = 33$	
$N_1 = 7$	$N_2 = 7$	$N_3 = 7$	

हल- (A) संशोधन = $(\sum X)^2/N$
 $= (96)^2/21 = 9216/21 = 438.86$

(B) समस्त वर्गों का योग (Total Sum of Squares)

$$= (X_1^2 + X_1^2 + \dots + X_2^2 + X_2^2 + \dots + X_3^2 + X_3^2) - C$$

$$= 3^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 7^2 + 3^2 + 6^2 + 4^2 + 5^2 + 3^2 + 4^2 + 9^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 1^2 + 7^2 + 3^2 + 7^2 - C$$

$$= 9 + 25 + 9 + 1 + 49 + 9 + 36 + 16 + 25 + 9 + 16 + 81 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 1 + 49 + 9 + 49 - C$$

$$= 518 - 438.86 = 79.14$$

(C) समूहों के मध्य में वर्गों का योग (Sum of Squares between Groups)

$$= (\sum X_1)^2/N_1 + (\sum X_2)^2/N_2 + (\sum X_3)^2/N_3 - C$$

$$= (28)^2/7 + (35)^2/7 + (33)^2/7 - 438.86$$

$$= 784/7 + 1225/7 + 1089/7 - 438.86$$

$$= 3098/7 - 438.86$$

$$= 442.57 - 438.86 = 3.71$$

(D) समूहों के मध्य में वर्गों का योग (Sum of Squares within Groups)

$$= SS_{tot} - SS_{bg}$$

$$= 78.14 - 3.7 = 75.43$$

Sources of Variation	d.f	Sum of Squares	Mean Square or (Variance)
Between Groups	2	3.71	1.85
Within Groups	18	75.44	4.19
Total	20	79.15	

$$F = \frac{\text{Mean Square between Groups}}{\text{Mean Square within Groups}}$$

$$= \frac{1.85}{4.19} = 0.44$$

d.f Between Groups = $(K - 1) = (3 - 1) = 2$

d.f Within Groups $(N_{tot} - K) = (21 - 3) = 18$

5% स्तर पर सार्थकता के लिए F का मान = 3.55

1% स्तर पर सार्थकता के लिए F का मान = 6.01

प्रस्तुत समस्या में F का मान ऊपर दिये गये दोनों स्तरों पर सार्थकता के लिए आवश्यक मानों से बहुत कम है अतएव प्रस्तुत समस्या में निराकरणीय परिकल्पना सत्य है, अर्थात् तीनों समूहों A, B तथा C के बालकों में सार्थक अन्तर नहीं है तथा सब बालक एक ही समष्टि का प्रतिनिधित्व कर रहे हैं।

उदाहरण 8-

बुद्धि-लब्धि (I.Q.) के आधार पर विभाजित समूहों A, B, C तथा D को ध्यान-विस्तार (Span of Apprehension) का एक परीक्षण दिया गया। चारों समूहों के प्राप्तांक नीचे दिये गये हैं। दिये गये प्राप्तांकों के आधार पर यह जाँच कीजिए कि क्या समूहों के मध्यमानों में सार्थक अन्तर है ?

समूह A	समूह B	समूह C	समूह D
9	6	4	5
7	6	5	1
8	9	8	4
9	7	6	2
7	4	2	3
$\sum X_1 = 40$	$\sum X_2 = 32$	$\sum X_3 = 25$	$\sum X_4 = 15$
$\sum X = 112$		$N = 20$	

हल- (A) संशोधन (Correction) = $\frac{(\sum X)^2}{N}$

= $\frac{(112)^2}{20}$

= $\frac{12544}{20} = 627.2$

(B) Total Sum of Squares (SS_{tot})

$$= (X_1^2 + X_1 + \dots + X_2^2 + X_2 + \dots + X_3^2 + X_3 + \dots + X_4^2 + X_4 + \dots + X_n^2 + X_n) - C$$

$$SS_{tot} = (9^2 + 7^2 + \dots + 4^2 + 2^2 + 3^2) - 627.2$$

$$= 742 - 627.2 = 114.8$$

(C) Sum of Squares between Groups

$$= \frac{(\sum X_1)^2}{N_1} + \frac{(\sum X_2)^2}{N_2} + \frac{(\sum X_3)^2}{N_3} + \frac{(\sum X_4)^2}{N_4} - C$$

$$= \frac{(40)^2}{5} + \frac{(32)^2}{5} + \frac{(25)^2}{5} + \frac{(15)^2}{5} - 627.2$$

$$= \frac{1600 + 1024 + 625 + 225}{5} - 627.2$$

$$= \frac{3474}{5} - 627.2 = 694.8 - 627.2 = 67.6$$

(D) Sum of Squares within Groups

$$= SS_{tot} - SS_{bg}$$

$$= 114.8 - 67.6 = 47.2$$

$$\text{d.f Between Groups} = (K - 1) = (4 - 1) = 3$$

$$\text{d.f Within Groups} = (N - K) = (20 - 4) = 16$$

(E) प्रसरण-विश्लेषण (Analysis of Variance) –

Sources of Variation	d.f	Sum of Squares	Mean Square or (Variance)	S.D.
Between Groups	3	67.6	22.53	
Within Groups	16	47.2	2.95	1.72
Total	19	114.8		

$$F = \frac{22.53}{2.95}$$

$$= 7.637 = 7.64 \text{ (Rounded upto two decimal places)}$$

सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशों पर सार्थकता का आवश्यक मान:

$$5\% \text{ स्तर पर} = 3.24$$

$$1\% \text{ स्तर पर} = 5.29$$

प्रस्तुत परीक्षण में हमारा F का मान स्तर 1% पर सार्थकता के लिए आवश्यक मान से भी अधिक है, अतएव ऐसी स्थिति में निराकरणीय परिकल्पना अस्वीकृत (Reject) कर दी जाती है और यहाँ इस परीक्षण से यह स्पष्ट हो जाता है कि बुद्धि-लब्धि के आधार पर विभाजित समूहों में ध्यान-विस्तार में सार्थक रूप से अन्तर देखने में आया है, और हमारे इस कथन में विश्वास का स्तर 1% है।

vi. प्रसरण-विश्लेषण (Analysis of Variance) द्वारा सह-सम्बन्धित आँकड़ों या समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच-

अब तक जिन समूहों के मध्यमानों के अन्तरों की सार्थकता की जाँच की गयी है, वे असह-सम्बन्धित थे। प्रायः दो समूह जब किसी एक आधार पर सह-सम्बन्धित होते हैं, तब उनके मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच F-अनुपात (F-Ratio) द्वारा भी सरलतापूर्वक की जा सकती हैं ऐसी स्थिति में मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच नीचे दिये गये प्रश्न में की गयी है, जिसमें Two way ANOVA का उपयोग किया गया है।

उदाहरण 9-

दस विद्यार्थियों के समूहों को दो स्थितियों के अन्तर्गत श्रवण सम्बन्धी तात्कालिक स्मृति (Auditory Immediate Memory) का एक परीक्षण दिया गया। Condition1 अर्थात् प्रथम स्थिति में उन्हें एक उत्तेजक औषधि दी गयी तथा Condition2 अर्थात् द्वितीय स्थिति में एक अवसादक औषधि दी गयी। दोनों स्थितियों में उनकी तात्कालिक स्मृति का विस्तार नीचे सारणी में दिया गया है। F-अनुपात के आधार पर ज्ञात कीजिए कि क्या औषधियों के प्रभाव के कारण दोनों स्थितियों में सार्थक अन्तर आता है?

तात्कालिक स्मृति का विस्तार (Span of Immediate Memory)

Subjects	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Condition 1 :	7	9	6	9	8	10	5	6	9	11
Condition 2:	5	6	3	2	4	3	5	3	7	2

हल- Conditions

I	II	Total
7	5	12
9	6	15
6	3	9
9	2	11
8	4	12
10	3	13
5	5	10
6	3	9

9	7	16
11	2	13
$\sum X_1 = 80$ $M_1 = 8$	$\sum X_2 = 40$ $M_2 = 4$	$\sum X = 25$ $N = (N_1 + N_2) = 20$

A. संशोधन

$$= \frac{(\sum X)^2}{N} = \frac{(120)^2}{20}$$

$$= \frac{14400}{20} = 720$$

B. समस्त वर्गों का योग (Total Sum of Squares)

$$= (X_1^2 + X_1^2 + \dots + X_2^2 + X_2^2) - C$$

$$= (7^2 + 9^2 + \dots + 7^2 + 2^2) - C$$

$$= 860 - 720 = 140$$

C. औषधियों के मध्यमानों के मध्य वर्गों का योग (Sum of Squares Between Means of Medicines)

$$= (\sum X_1)^2/N_1 + (\sum X_2)^2/N_2 - C$$

$$= (80)^2/10 + (40)^2/10 - \text{Correction}$$

$$= \frac{6400 + 1600}{10} - 720$$

$$= \frac{8000}{10} - 720$$

$$= 800 - 720 = 80$$

D. विद्यार्थियों के मध्य वर्गों का योग (Sum of Squares within Students) –

$$= (X_1+X_2)^2 + (X_1+X_2)^2 \dots \dots \dots (X_1+X_2)^2 - \text{Correction}$$

K

$$= \frac{1}{2} \sum [(12)^2 + (15)^2 + (9)^2 + (11)^2 + (12)^2 + (13)^2 + (10)^2 + (9)^2 + (16)^2 + (13)^2] - \text{Correction}$$

$$= \frac{1}{2} \sum [144+225+81+121+144+169+100+81+256+169] - 720$$

$$= \frac{(1490)}{2} - 720$$

$$= 745 - 720 = 25$$

E. विद्यार्थियों तथा औषधियों की अन्तक्रिया (Interaction)के कारण वर्गों का योग (Sum of Squares due to Interaction) –

$$= 140 - (80 + 25) = 35$$

F. प्रसरण-विश्लेषण (Analysis of Variance) –

Sources of Variation	d.f	Sum of Squares	(Variance)	S.D.
Between Medicines	1	80	80.00	20.56
Between Students	9	25	2.78	0.71
Interaction	9	35	3.89	1.97
Total	10	140	86.67	

9.8 सांख्यिकीय तालिका

टी-तालिका

जबकि d.f. 24 है, तब 2.06 का t का मान .05 विश्वास के स्तर पर सार्थक है, तथा 2.80 का मान 0.01 विश्वास के स्तर पर सार्थक है।

Degrees of Freedom	Probability (P)			
	0.1	0.05	0.05	0.01
1	t=6.34	t=12.71	t=31.82	t=63.66
2	2.92	4.30	6.96	9.92
3	2.35	3.18	4.54	5.84
4	2.13	2.78	3.75	4.60
5	2.02	2.57	3.36	4.03
6	1.94	2.45	3.14	3.71
7	1.90	2.36	3.00	3.50
8	1.86	2.31	2.90	3.36
9	1.83	2.26	2.82	3.25
10	1.81	2.23	2.76	3.17
11	1.80	2.20	2.72	3.11
12	1.78	2.18	2.68	3.06
13	1.77	2.16	2.65	3.01
14	1.76	2.14	2.62	2.98
15	1.75	2.13	2.60	2.95
16	1.75	2.12	2.58	2.92
17	1.74	2.11	2.57	2.90
18	1.73	2.10	2.55	2.88
19	1.73	2.09	2.54	2.86

20	1.72	2.09	2.53	2.84
21	1.72	2.08	2.52	2.83
22	1.72	2.07	2.51	2.82
23	1.71	2.07	2.50	2.81
24	1.71	2.06	2.49	2.80
25	1.71	2.06	2.48	2.79
26	1.71	2.06	2.48	2.78
27	1.70	2.05	2.47	2.77
28	1.70	2.05	2.47	2.76
29	1.70	2.04	2.46	2.76
30	1.70	2.04	2.46	2.75
35	1.69	2.03	2.44	2.72
40	1.68	2.02	2.42	2.71
45	1.68	2.02	2.41	2.69
50	1.68	2.01	2.40	2.68
60	1.67	2.00	2.39	2.66
70	1.67	2.00	2.38	2.65
80	1.66	1.99	2.38	2.64
90	1.66	1.99	2.37	2.63
100	1.66	1.98	2.36	2.63
125	1.66	1.98	2.36	2.62

150	1.66	1.97	2.35	2.61
200	1.65	1.97	2.35	2.60
300	1.65	1.97	2.34	2.59
400	1.65	1.96	2.34	2.59
500	1.65	1.96	2.33	2.59
1000	1.65	1.96	2.33	2.58
∞	1.65	1.96	2.33	2.58

9.9 सारांश

क्रान्तिक अनुपात परीक्षण का उपयोग उस समय किया जाता है जब दो बड़े समूहों के मध्यमानों के बीच की सार्थकता की जाँच करनी होती है। जिस प्रकार एक मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच उसकी SD संख्या (N), तथा SE पर निर्भर करता है, ठीक उसी प्रकार से दो मध्यमानों की विश्वसनीयता की जाँच उनके मध्यमान अन्तर (Md) तथा सम्बन्धित अन्तर की मानक त्रुटि पर आधारित होती है। क्रान्तिक अनुपात के मान की विवेचना ठीक उसी प्रकार होती है जिस प्रकार से अन्तर त्रुटि के मान भी होती है। टी-परीक्षण का उपयोग प्रायः छोटे आकड़ों के बीच मध्यमानों की सार्थकता की जाँच के लिए किया जाता है। इस परीक्षण का प्रतिपादन डब्लू0एम0 गैसेट (W.M. Gosset) द्वारा किया गया। प्रायः इस प्रकार के परीक्षण का उपयोग विद्यार्थियों द्वारा ही किया जाता है, इसी कारण से इसे विद्यार्थी का परीक्षण भी कहा जाता है। प्रसरण विश्लेषण का प्रतिपादन प्राफेसर आर0ए0फिशर द्वारा किया गया। प्रसरण विश्लेषण एक ऐसा सांख्यिकीय विधि है जिसके द्वारा शोधकर्ता दो या दो से अधिक समूहों के माध्यों के अन्तर की सार्थकता की जाँच करता है। यह मुख्यतः दो प्रकार का होता है- पहला, सरल प्रसरण विश्लेषण एवं दूसरा जटिल प्रसरण विश्लेषण।

9.10 शब्दावली

- **क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio):** इस परीक्षण के अन्तर्गत दो बड़े समूहों के मध्यमानों के अन्तर को दोनों समूहों की मानक त्रुटि से विभाजित करने पर जो मान प्राप्त होता है, वह क्रान्तिक अनुपात कहलाता है।
- **टी-परीक्षण (t-test):** टी-परीक्षण या टी- अनुपात वास्तव में दो माध्यों के अन्तर तथा इस अन्तर के मानक त्रुटि का एक अनुपात होता है।
- **एफ. अनुपात:** बाह्य प्रसरण (between variance) तथा आन्तरिक प्रसरण (within variance) के अनुपात को एफ अनुपात (F-ratio) कहाँ जाता है।

- **बाह्य प्रसरण (between variance):** इस प्रसरण के अन्तर्गत सभी समूहों के प्राप्तांकों के आधार पर प्राप्त माध्य से प्रत्येक समूह के माध्य की भिन्नता का पता चलता है।
- **आन्तरिक प्रसरण (within variance):** प्रत्येक समूह में पाये जाने वाले प्राप्तांकों की औसत विभिन्नता को आन्तरिक प्रसरण कहा जाता है।

9.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) मनोवैज्ञानिक अध्ययनों में प्रायोगिक समूह कितने प्रकार के होते हैं?
- 2) किस प्रकार के प्रतिदर्शों के मध्यमानों के अन्तर की जाँच के लिए क्रान्तिक अनुपात का प्रयोग किया जाता है।
- 3) क्रान्तिक अनुपात का सूत्र क्या है?
- 4) टी-परीक्षण का प्रयोग कब करना चाहिए।
- 5) टी-परीक्षण के किसी एक सूत्र को लिखिए।
- 6) टी-परीक्षण का प्रयोग सर्व प्रथम किसने किया।
- 7) समस्त वर्गों के योग का सूत्र क्या है?
- 8) समूहों में व्याप्त मध्यमानों के वर्गों के योग का सूत्र क्या है?
- 9) प्रसरण विश्लेषण विधि के प्रतिपादक कौन है?

उत्तर: 1) मनोवैज्ञानिक प्रयोगों में प्रायोगिक समूह मुख्यतः तीन प्रकार के होती है-

- a) बड़े समूह तथा छोटे समूह
- b) प्रायोगिक समूह तथा नियन्त्रित समूह
- c) सह-सम्बन्धित समूह तथा असह सम्बन्धित समूह।

2) बड़े समूह के प्रतिदर्शों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता के जाँच के लिए क्रान्तिक अनुपात का प्रयोग किया जाता है।

3) क्रान्तिक अनुपात का सूत्र-

$$\frac{CR = M_1 - M_2 - 0}{\sigma_d \text{ or } SE_d}$$

4) टी-परीक्षण का प्रयोग उस समय किया जाता है जब प्रतिदर्श का आकार छोटा होता है।

5) टी- परीक्षण का सूत्र-

$$t = \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{\sum d_1^2 + \sum d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}}$$

6) टी- परीक्षण का सर्व प्रथम प्रयोग डब्लू-एम गोसेट (W.M. Gosset) ने सन् 1908 में किया।

7) समस्त वर्गों के योग का सूत्र-

$$SS_{tot} = (X_1^2 + X_1^2 + \dots + X_2^2 + X_2^2 \dots + X_3^2 \dots) - C$$

8) समूहों में व्याप्त मध्यमानों के वर्गों के योग का सूत्र-

$$SS_{bg} = \frac{\sum X_1^2}{N_1} + \frac{\sum X_2^2}{N_2} \dots - C$$

9) प्रसरण विश्लेषण विधि के प्रति पादक एफ-डब्लू फिशर है।

9.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Anastasi, Anne, Psychological Testing, New York : The MacMillan Co., 1954.
- Garrett, H.E., Statistics in Psychology and Education, Bombay : Vakils, Feffer and Sinons P.Ltd., 1967.
- भार्गव एम0 (1999) आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं मापन, हरप्रसाद भार्गव, आगरा।
- सिंह, अरूण कुमार (2002) मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में सांख्यिकी, नोवेल्टी एण्ड कम्पनी, पटना-8।
- कपिल, एच. के. (1994) सांख्यिकी के मूलतत्त्व, विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा।
- रामजी श्रीवास्तव (2003), मनोविज्ञान, शिक्षा तथा समाजशास्त्र में सांख्यिकीय विधियाँ, मोतीलाल बनारसीदास बंगलोरुड, दिल्ली।

9.13 निबन्धात्मक प्रश्न

1. प्रसरण विश्लेषण किसे कहते हैं। टी-परीक्षण तथा प्रसरण विश्लेषण के बीच सम्बन्धों का वर्जन कीजिए।
2. एक कक्षा के 10 लड़कों तथा 10 लड़कियों पर एक परीक्षण किया गया, जिसका परिणाम नीचे दिया गया है, यहाँ पर शोधकर्ता ने शून्य उपकल्पना बनाई है। टी-परीक्षण का प्रयोग करके बताइये कि शोधकर्ता की उपकल्पना यहाँ सत्य है।

लड़को का प्राप्तांक	12	15	14	11	10	6	7	13	9	10
लड़कियों का प्राप्तांक	12	14	16	18	20	6	8	9	10	11

- टी-परीक्षण का उपयोग कब करते हैं। टी-परीक्षण तथा क्रान्तिक अनुपात परीक्षण के बीच अन्तर को स्पष्ट कीजिए।
- एफ परीक्षण के तीन स्थितियों के अन्तर्गत तीन तुल्यात्मक समूहों के प्राप्तांक नीचे दिये गये हैं। यहाँपर शोधकर्ता ने तीनों स्थितियों के प्राप्तांकों के विषय में शून्य उपकल्पना की रचना की है बताइये क्या शोधकर्ता की उपकल्पना यहाँ पर सत्य है।

समूह	समूह	समूह
4	3	6
5	2	7
7	6	10
8	9	11
4	1	13

इकाई-10 काई-वर्ग परीक्षण एवं मध्यांक परीक्षण (Chi-Square and Median Test)

इकाई संरचना

- 10.1 प्रस्तावना
- 10.2 उद्देश्य
- 10.3 काई वर्ग परीक्षण
- 10.4 मध्यांक परीक्षण
- 10.5 सांख्यिकीय तालिका
- 10.6 सारांश
- 10.7 शब्दावली
- 10.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 10.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 10.10 निबन्धात्मक प्रश्न

10.1 प्रस्तावना

अभी तक इसके पूर्व की इकाई में प्रसरण विश्लेषण (ANOVA), टी-परीक्षण (T-Test) और क्रान्तिक अनुपात के विषय में बताया गया है। इस प्रकार की सांख्यिकी विधियों को प्राचलिक सांख्यिकी के नाम से जाना जाता है। प्राचलिक सांख्यिकी वे सांख्यिकी है जिसका सम्बन्ध- एक समष्टि (Universe) के किसी एक विशेष प्राचल (Parameter) से होता है। अभी तक जिस प्रकार के आँकड़ों का अध्ययन टी-परीक्षण, क्रान्तिक अनुपात और प्रसरण विश्लेषण (ANOVA) के आधार पर किया गया है, वह आँकड़ों प्रायः प्रतिदर्श के रूप में रहे हैं, तथा उनका सम्बन्ध सम्पूर्ण समष्टि तथा प्रसामान्य वितरण से रहा है, लेकिन कुछ प्रदत्त ऐसे भी होते हैं जिनका सम्बन्ध ऐसी संख्याओं से होता है जो कि दो या दो से अधिक संवर्गों जैसे-हाँ, नहीं, अनिश्चित या सफल-असफल अथवा very unfavourable, unfavourable, indifferent favourable, very favourable आदि में विभाजित रहते हैं। ऐसे आँकड़ों का स्वरूप प्रायः वर्गित संख्याओं अथवा वर्गित आवृत्तियों में ही रहता है इस प्रकार के आँकड़ों को अप्राचल (Non-Parameter) कहते हैं, और इस प्रकार के आँकड़ों के विश्लेषण के लिए सांख्यिकी के जिन विधियों का प्रयोग किया जाता है वे अप्राचल सांख्यिकी के अन्तर्गत आते हैं, जैसे- χ^2 काई-वर्ग परीक्षण, मध्यांक परीक्षण, Median test, Sign test आदि।

10.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अन्तर्गत ऐसे आँकड़ों का सांख्यिकीय विश्लेषण किया जायेगा जिनका सम्बन्ध प्रायः समाज के विभिन्न वर्गों तथा व्यक्तियों के अधिमानात्क मूल्यों, किसी एक साजिक समस्या के प्रति समाज के व्यक्तियों की

अभिवृत्तियों के मापन, विज्ञापनों की तुलनात्मक प्रभावशीलता, प्रौढ़ व्यक्तियों के मानसिक स्वास्थ्य पर पड़ने वाले प्रभावों या किसी विशेष वस्तु या व्यक्ति के प्रति पसन्द-नापसन्द आदि से होता है। ऐसे आँकड़ों का स्वरूप प्रतिचयन (Sampling) जैसे आँकड़ों से भिन्न होता है। इस इकाई के अन्तर्गत ऐसे आँकड़ों के विश्लेषण हेतु काई-वर्ग और मध्यांक परीक्षण (Median test) का प्रयोग किया जायेगा।

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप जान पायेंगे कि-

- काई वर्ग परीक्षण की सामान्य विशेषताएँ क्या-क्या होती है।
- काई वर्ग परीक्षण की उपयोगिता क्या है।
- काई वर्ग परीक्षण का आधार क्या है।
- काई वर्ग की गणना के विभिन्न चरण कौन-कौन से होते हैं।
- काई वर्ग की गणना विधि
- मध्यांक परीक्षण क्या होता है, तथा उसका उपयोग कब करते हैं।
- मध्यांक परीक्षण की गणना विधि।

10.3 काई वर्ग परीक्षण

काई-वर्ग परीक्षण एक ऐसा प्राचलिक सांख्यिकी (Non-Parametric Statistics) है जिसका प्रयोग बहुत सी दशाओं में पूर्व निर्धारित तथ्य और उपकल्पना में पायी जाने वाली सहमति या भिन्नता के अध्ययन के लिए किया जाता है। इस सांख्यिकी विधि का आविष्कार हल्मर्ट (Helmert, 1876) तथा कार्ल पीयरसन (Kal Pearson, 1900) ने किया जिसका वास्तविक और अवलोकित आवृत्तियों में विद्यमान भिन्नता के लिए किया जाता है। कार्ल पीयरसन ने ग्रीक अक्षर काई-वर्ग का सर्वप्रथम प्रयोग सन् 1900 ई० में किया। उनका उद्देश्य प्रेक्षित घटना (Observed Phenomena) तथा सिद्धान्त आधारित प्रत्याशित घटना (Expected Phenomenon) के अन्तर की व्याख्या करना था।

काई-वर्ग परीक्षण को गिलफोर्ड (1956) ने सामान्य- उद्देश्य सांख्यिकी (general purpose statistics) कहाँ है। कर्टज तथा मेयो के अनुसार, काई- वर्ग का प्रयोग प्रायः यह निश्चित करने के लिए किया जाता है कि क्या प्रेक्षित आवृत्तियों का सेट ऐसा है जो मात्र संयोग परिवर्तनों के कारण उन आवृत्तियों से भिन्न है जो किसी तरह के सिद्धान्त के आधार पर प्रत्याशित है।

1) काई-वर्ग परीक्षण की सामान्य विशेषताएँ-

काई-वर्ग परीक्षण की सामान्य विशेषताएँ निम्न हैं-

- काई-वर्ग के प्रयोग के लिए यह आवश्यक है कि आँकड़े आवृत्तियों या अनुपात अथवा प्रतिशत के रूप में व्यक्त किये गये हों।
- काई-वर्ग की एक विशेषता यह है कि परीक्षण द्वारा एक ही समय में एक ही उपकल्पना के अन्तर्गत एक से अधिक चरों की सार्थकता की जाँच की जा सकती है।
- काई वर्ग ऐसे अनुपातों का योग होता है, जो कि एक परीक्षण में प्रेक्षित आवृत्तियों तथा किसी एक सिद्धान्त अथवा उपकल्पना के आधार पर प्रत्याशित आवृत्तियों के बीच पाये जाने वाले अन्तर पर आधारित होता है।

2) काई-वर्ग (χ^2) की उपयोगिता-

काई-वर्ग परीक्षण का अनुसन्धान कार्य में उपकल्पनाओं के परीक्षण हेतु महत्वपूर्ण उपयोग है। जिनमें निम्नलिखित प्रमुख हैं-

- काई-वर्ग का प्रयोग वितरण की सामान्यता की जाँच करने में की जाती है। काई-वर्ग के इस प्रयोग को समानुकता (Goodness-of-fit)की संज्ञा दी जाती है।
- इसका उपयोग प्रेक्षित आवृत्तियों तथा प्रत्याशित घटनाओं की व्याख्या करना होता है।
- काई-वर्ग परीक्षण द्वारा एक समय पर एक से अधिक चरों का, अन्य चरों पर प्रभाव का अध्ययन एक ही उपकल्पना के अन्तर्गत एक साथ किया जा सकता है।
- काई-वर्ग परीक्षण का प्रयोग ऐसी स्थितियों में विशेषतः उपयोगी रहता है, जहाँकि परीक्षण के प्रतिदर्श (Sample) की संख्या छोटी रहती है।
- काई-वर्ग का प्रयोग समान प्रायिकता प्राकल्पना (equal probability hypothesis) पर प्रत्याशित आवृत्तियों की तुलना प्रेक्षित आवृत्तियों से करने में की जाती है।
- काई-वर्ग परीक्षण का प्रयोग कई महत्त्वपूर्ण सांख्यिकी की सार्थकता की जाँच करने में किया जाता है, जैसे फाई-गुणांक (Phi-coefficient), केण्डाल संगति गुणांक (Kendall's Coefficient of Concordance), क्रुस्कल-वालिस एच परीक्षण (Kruskal-Wallis H Test), असंगत गुणांक (Coefficient of contingency) आदि की सार्थकता की जाँच करने में सफलता पूर्वक प्रयोग किया जाता है।
- काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग चिकित्सा क्षेत्र में विशेषतः उल्लेखनीय है, क्योंकि वहाँ पर प्रायः एक ही समय पर एक से अधिक चिकित्सा पद्धतियों के प्रभाव का अध्ययन किया जाता है।
- मनोविज्ञान के क्षेत्र में भी प्रायः मुख्य अनुसन्धान से पूर्व इसका प्रयोग अग्रगामी अध्ययन (Pilot Study) में किया जाता है।

3) काई-वर्ग परीक्षण के लाभ एवं परिसीमायें-

(क) लाभ- काई-वर्ग परीक्षण के निम्न लाभ हैं-

- i) यदि आँकड़े आवृत्ति में हो तो काई-वर्गका प्रयोग किया जाता है।
 ii) काई-वर्ग परीक्षण द्वारा यह पता आसानी से चल जाता है कि प्राप्त आवृत्तियाँ (Obtained Frequencies) किसी प्राकल्पना (Hypothesis) या सिद्धान्त पर आधारित आवृत्तियों के आकार में अच्छी तरह फिट बैठता है या नहीं।

(ख) काई-वर्ग परीक्षण की कुछ परिसीमाएँ (Limitations) भी हैं जो निम्न हैं-

- i) काई-वर्ग परीक्षण द्वारा मात्र यह पता चलता है कि किसी एक चर पर वर्गीकरण दूसरे चर पर वर्गीकरण से असंयोगवश सम्बन्धित है या नहीं।
 ii) काई-वर्ग परीक्षण ऐसे सम्बन्ध की शक्ति के बारे में कुछ नहीं कहता है।
 iii) काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग उन आँकड़ों पर नहीं हो सकता है जिनकी अभिव्यक्ति प्राप्तांकों के रूप में व्यक्त हुई है, तथा जिन्हें आवृत्ति या प्रतिशत समानुपात में बदलना संभव नहीं है।
 iv) काई-वर्ग परीक्षण एक अत्यन्त ही सरल प्रकार की सांख्यिकी है इसकी सरलता एवं सुगमता का लाभ उठाकर इसका प्रयोग प्रायः शोधकर्ता वैसी परिस्थिति में भी कर देते हैं, जहाँ पर इसे नहीं करना चाहिए।

4) काई-वर्ग परीक्षण की गणना के विभिन्न चरण-

काई-वर्ग परीक्षण के अन्तर्गत निम्नलिखित चरणों का प्रयोग करते हैं-

- प्रेक्षित आवृत्तियों को उनके उपयुक्त कोष्ठकों (Cells) में लिखना।
- इसके बाद प्रत्याशित आवृत्तियों को उनके उपयुक्त कोष्ठकों (Cells) में लिखते हैं।
- प्रेक्षित आवृत्तियों में से प्रत्याशित आवृत्तियों को घटाकर अलग-अलग अन्तर ज्ञात करते हैं।
- प्रत्येक $f_o - f_c$ के मान को वर्गित (Square) करना अथवा $(f_o - f_c)^2$ ज्ञात करते हैं।
- प्रत्येक वर्गित मान को उससे सम्बन्धित प्रत्याशित आवृत्तियों के मान से विभाजित करते हैं।
- इस प्रकार प्राप्त प्रत्येक संवर्ग के मान का योग ज्ञात करते हैं।
- इसके पश्चात् स्वतन्त्रता के अंशों (d.f.) को ज्ञात करते हैं।
- प्राप्त काई-वर्ग परीक्षण के मान की सार्थकता की जाँच दिये गये स्वतन्त्रता के अंशों पर सम्बन्धित सारणी में सार्थकता के विभिन्न स्तरों (0.05 अथवा 0.01) पर देखते हैं।

5) काई-वर्ग परीक्षण की गणना-

काई-वर्ग परीक्षण में प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना के लिए प्रायः तीन निम्नलिखित परिकल्पनाओं का प्रयोग किया जाता है-

(क) समान वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution)

(ख) प्रसामान्य वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution)

(ग) स्वतन्त्र वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Independent Distribution)

(क) समान वितरण की परिकल्पना- इस विधि के अन्तर्गत एक तालिका बनाई जाती है। तालिका की पहली पंक्ति में प्रेक्षित आवृत्तियाँ होती हैं तथा दूसरी पंक्ति में प्रत्याशित आवृत्तियाँ होती हैं जोकि शून्य उपकल्पना पर निर्भर करती है। इसके अन्तर्गत यह शून्य परिकल्पना बना ली जाती है कि प्रत्याशित आवृत्तियाँ सभी वर्गों में समान होती है।

उदाहरण 1-

एक परीक्षण में व्यक्तियों से राजनीति के सम्बन्ध में प्रश्न पूछा गया कि क्या आप वर्तमान राजनैतिक नेताओं की प्रतिष्ठा को दृष्टिगत रखते हुए राजनीति में प्रवेश करना पसन्द करेंगे। परीक्षण के आधार पर व्यक्तियों के आंकन की आवृत्तियाँ नीचे दी गई हैं, अब यदि यह मान लिया जाता है कि समस्त व्यक्तियों की पसन्द समान है, तब उस स्थिति में क्या प्रेक्षित आवृत्तियों में यहाँपर सार्थक अन्तर देखने में आता है।

	पक्ष	तटस्थ	विपक्ष	योग
प्रेक्षित (f_o)	40	25	25	90
प्रत्याशित (f_e)	30	30	30	90
$(f_o - f_e)$	10	-5	-5	
$(f_o - f_e)^2$	100	25	25	

$$(f_o - f_e)^2 / f_e$$

$$\text{or } x^2 = \quad 3.33 \quad 0.833 \quad 0.833$$

$$x^2 = (3.33 + 0.833 + 0.833)$$

$$= 4.999$$

$$\text{d.f.} = (\text{Columns} - 1) (\text{Rows} - 1)$$

$$\text{or } (r - 1) (C - 1) = (3 - 1) (2 - 1) = 2$$

x^2 की सारणी को 2d.f. पर देखने से ज्ञात होता है कि 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर यह मान 5.99 तथा 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर यह मान =9.21 होना चाहिए। परन्तु प्रस्तुत उदाहरण में x^2 का मान इन दोनों स्तरों से नीचे है अतः एवं यहाँ यह विश्वास हो जाता है कि व्यक्तियों के पसन्दों में किसी भी विश्वास के स्तर पर सार्थक अन्तर देखने में नहीं आता है अतः यहाँ पर शून्य उपकल्पना को किसी भी स्तर पर अस्वीकृत नहीं किया जा सकता है।

(ख) प्रसामान्य वितरण की परिकल्पना के आधार पर काई.वर्ग की गणना - समान वितरण के अतिरिक्त एक स्थिति ऐसी भी हो सकती है, जबकि हमारी परिकल्पना प्रसामान्य वितरण पर आधारित हो। ऐसी स्थिति में

प्रत्याशित आवृत्तियों (f_0) को ज्ञात करने का आधार प्रसामान्य वितरण के सिद्धान्त पर आधारित होते हैं। इस विधि में हम इस परिकल्पना का निर्माण करते हैं कि प्रेक्षित आवृत्तियों में सामान्य वितरण पाया जाता है।

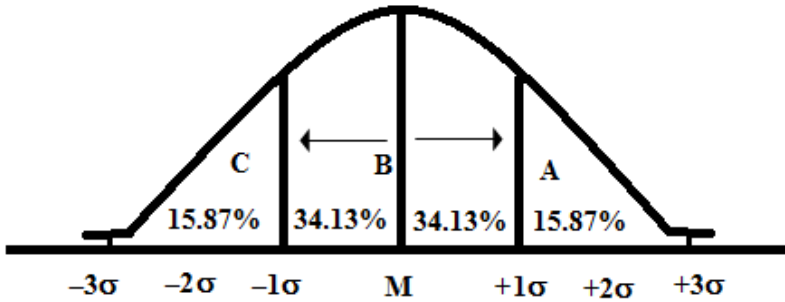
उदाहरण 2-

एक समायोजन सूची के परिणाम के आधार पर 50 विद्यार्थियों को समायोजन स्तर पर निम्न तीन श्रेणियों में विभाजित किया गया है। यदि समायोजन के स्तर पर विद्यार्थियों के वितरण का आधार प्रसामान्य वितरण मान लिया जाये, तब बताइये कि क्या इस आधार पर तथा परीक्षण के आधार पर प्राप्त विभिन्न श्रेणियों में विद्यार्थियों की संख्याओं में सार्थक अन्तर देखने में आते हैं।

समायोजन के आधार पर 50 विद्यार्थियों की तीन श्रेणियाँ				
समायोजन स्तर	असन्तोष जनक	सन्तोष जनक	अधिक सन्तोष जनक	योग
प्रेक्षित संख्या (f_0)	16	24	10	50

हल-

प्रसामान्य वितरण के सिद्धान्त के अनुसार एक वितरण अपने मध्यमान से $\pm 3\sigma$ के अन्तर्गत वितरित रहता है, प्रस्तुत उदाहरण में सभी विद्यार्थियों की संख्या तीन श्रेणियों में विभाजित है अतएव प्रत्येक श्रेणी $6/2 = 3$ की दूरी तक फैली है। और अधिक समझने के लिए नीचे दिये गये प्रसामान्य वितरण में तीन श्रेणियों की स्थिति दी गई है।



- A) श्रेणी में विद्यार्थियों की संख्या = $50 - 34.13 = 15.87$ प्रतिशत
- B) श्रेणी में विद्यार्थियों की संख्या = $34.13 + 34.13 = 68.25$ प्रतिशत
- C) श्रेणी में विद्यार्थियों की संख्या = $50 - 34.13 = 15.87$ प्रतिशत

चूँकि प्रस्तुत उदाहरण में विद्यार्थियों की कुल संख्या 50 है। अतः प्रसामान्य वितरण के आधार पर प्रत्येक श्रेणी में प्रत्याशित विद्यार्थियों की संख्या निम्न होगी।

A) श्रेणी $15.87/2 = 7.935$ अथवा 8

B) श्रेणी 68.25/2 = 34.13 अथवा 34

C) श्रेणी 15.87/2 = 7.935 अथवा 8

x^2 का मान-

समायोजन स्तर	असन्तोष जनक	सन्तोष जनक	अधिक सन्तोष जनक	योग
f_o	16	24	10	50
f_e	8	34	8	50
$f_o - f_e$	8	-10	2	
$(f_o - f_e)^2$	64	100	4	
$(f_o - f_e)^2/f_e$	8	2-94	-5	

$$x^2 = 8 + 2-94 + -5 = 11.44$$

सार्थकता के लिए x^2 की आवश्यक मान-

5% स्तर पर 5.99

1% स्तर पर 9.21

प्राप्त x^2 का मान उपरोक्त दोनों मानों से अधिक अर्थात् 11.44 है, अतः यहाँ पर शून्य उपकल्पना को अस्वीकृत किया जायेगा, और 1% विश्वास के स्तर पर कहाँ जा सकता है कि विद्यार्थियों में समायोजन के स्तर पर सार्थक अन्तर होता है।

- **कम आवृत्तियाँ तथा काई-वर्ग परीक्षण-** जब किसी अध्ययन में प्रेक्षित आवृत्तियाँ कम रहती है तब ऐसी स्थिति में प्रत्याशित आवृत्तियों के मानों में कुछ संशोधन की आवश्यकता पड़ती है। इस तरह के संशोधन को येट्स संशोधन (Yates Correction) कहते हैं तथा इसका मान -0.5 होता है। इस प्रकार के संशोधन के अन्तर्गत $f_o - f_e$ के मान में से 0.5 की संख्या घटा दी जाती है जिससे काई वर्ग परीक्षण के परिणाम के सार्थकता स्तर में वृद्धि हो जाती है। इस संशोधन को एक उदाहरण के द्वारा समझा जा सकता है।

उदाहरण 3- एक विद्यार्थी ने 16 प्रश्नों में से 12 सही उत्तर दिये। काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग करके यह ज्ञात किजिए कि प्राप्त परिणाम शून्य परिकल्पना के अनुरूप है।

	सही उत्तर	गलत उत्तर	योग

f_o	12	4	16
f_e	8	8	16
$f_o - f_e$	4	-4	2

संशोधन (.5) 3.5 3.5

$$(f_o - f_e)^2 = 12.25 \quad 12.25$$

$$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = \frac{12.25}{8} \quad \frac{12.25}{8}$$

$$f_e \quad 8 \quad 8$$

$$x^2 = 1.53 + 1.53 = 3.06$$

d.f. = 1 पर काई वर्ग का मान-

5% स्तर पर 2.76

1% स्तर पर 5.412

प्राप्त काई वर्ग का मान 5 प्रतिशत स्तर पर सार्थकता के लिए आवश्यक मान से अधिक है जबकि 1 प्रतिशत स्तर पर सार्थकता के मान से कम है अतएवं अध्ययनकर्ता की शून्य परिकल्पना 5 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृत की जाती है।

- 2x2 की आसंग सारणी में काई-वर्ग की गणना-

$$\text{इस विधि का सूत्र निम्न है- } x^2 = \frac{N (AD - BC)^2}{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}$$

उदाहरण 4-

एक कक्षा में लड़को तथा लड़कियों को एक चित्र दिखाया गया और सौन्दर्यात्मक आधार पर उसका आंकन सुन्दर तथा असुन्दर दो श्रेणियों में किया गया। शून्य परिकल्पना के आधार पर बताइयें कि क्या लड़कों तथा लड़कियों के आंकन में सार्थक अन्तर है।

लिंग	सुन्दर	असुन्दर	योग
लड़के	16	10	26

लड़किया	10	20	30
योग	26	30	56

2x2 आसंग सारणी-

A	B	A+B
16	10	16+10= 26
C	D	C+D
10	20	10+20= 30
A+C	B+D	A+B+C+D
26	30	56

सारणी के अनुसार-

$$A + B = 26$$

$$B + D = 30$$

$$C + D = 30$$

$$A + C = 26$$

$$AD = 16 \times 20 = 320$$

$$BC = 10 \times 10 = 100$$

$$N = 16 + 10 + 10 + 20 = 56$$

सूत्र के अनुसार-

$$x^2 = \frac{56 (320 - 100)^2}{26 \times 30 \times 30 \times 26}$$

$$x^2 = \frac{56 (220)^2}{26 \times 30 \times 30 \times 26}$$

$$x^2 = \frac{2710400}{608400} = 4.454$$

$$\text{d.f.} = (r - 1) (C - 1)$$

$$= (2 - 1) (2 - 1) = 1$$

1 d.f. पर सार्थकता के लिए आवश्यक x^2 का मान-

5 प्रतिशत स्तर पर 3.84

1 प्रतिशत स्तर पर 6.635

प्रस्तुत उदाहरण में प्राप्त काई-वर्ग का मान 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक है परन्तु 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक नहीं है।

• काई वर्ग तथा प्रेक्षित आवृत्तियों की प्रतिशत के आधार पर गणना -

वैसे तो प्रेक्षित आँकड़ों को प्रतिशत में परिवर्तित करके काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग करना गलत होता है फिर भी यदि ऐसा करना पड़ता है तब उस स्थिति में प्राप्त काई-वर्ग के प्रतिशत के मान को मूल आँकड़ों के अनुपात में कम करना पड़ता है अर्थात् इसमें भी येट्स संशोधन (5%) करना पड़ता है।

(ग) स्वतन्त्र वितरण की परिकल्पना- काई-वर्ग परीक्षण के अन्तर्गत अभी तक हम इस उद्देश्य को लेकर अध्ययन किये कि क्या दो घटनाओं के मध्य प्रेक्षित आवृत्तियों (F_o) तथा प्रत्याशित आवृत्तियों (F_e) में समानता है या कोई सार्थक विचलन है। इसके अतिरिक्त अभी तक के अध्ययन में प्रेक्षित आवृत्तियों का आधार प्रायः एक चर ही रहा है, लेकिन ऐसे चर के आधार एक से अधिक भी हो सकते हैं, ऐसी स्थिति में, चर के स्वरूप पर कोई प्रतिबन्ध नहीं रहता है और इस प्रकार की परिकल्पना को स्वतन्त्रता की परिकल्पना कहाँ जाता है। इसके अन्तर्गत एक चर के कई भाग हो सकते हैं तथा उन भागों के समरूप दूसरे प्रेक्षित चर भी हो सकते हैं। इस प्रकार के चरों के प्रयोग हेतु बनने वाली सारणी को आसंग सारणी (Contingency Table) कहते हैं।

उदाहरण 5- एक कक्षा में लड़के तथा लड़कियों की तीन पर्यटन स्थलों के बारे में पसन्द जानने के लिए अध्ययन किया गया। अध्ययन के परिणाम नीचे दिये गये हैं। क्या लड़के और लड़कियों की पर्यटन स्थलों के पसन्द में सार्थक अन्तर है।

लिंग/पर्यटन स्थल	पचमढ़ी	शिमला	नैनीताल	योग
लड़के	25	35	30	90
लड़कियाँ	15	50	25	90
योग	40	85	55	180

ऐसी स्थिति में प्रत्याशित आवृत्तियाँ ज्ञात करने के लिए हमें लड़कों तथा लड़कियों का योग करना होता है उसके बाद प्रत्येक पर्यटन स्थलों के लिए लड़के और लड़कियों के संयुक्त पसन्द के आधार पर दोनों के लिए अलग-

अलग प्रत्याशित आवृत्तियाँ निकालते हैं। लड़के तथा लड़कियों का योग = 90+90 = 180 है। इस संख्या में 25+15 = 40 पंचमढ़ी के लिए, 35+50 = 85 शिमला के लिए तथा 30+25 = 55 नैनीताल के लिए पसन्द करते हैं। अतः यहाँ पर प्रत्येक लिंग के लिए प्रत्याशित आवृत्तियाँ ज्ञात करने के लिए निम्न प्रकार से गणना करते हैं-

जबकि 180 की संख्या में पंचमढ़ी की पसन्द 40 है।

$$\text{तब 90 की संख्या में } \frac{40 \times 90}{180} = 20$$

180 की संख्या में शिमला की पसन्द 85 है

$$\text{तब 90 की संख्या में शिमला } \frac{85 \times 90}{180} = 42.5$$

इसी तरह से 180 की संख्या में नैनीताल की पसन्द 55 है

$$\text{तब 90 की संख्या में नैनीताल } \frac{55 \times 90}{180} = 27.5$$

लड़के तथा लड़कियों की संख्या समान होने के कारण दोनों की पसन्द की प्रत्याशित आवृत्तियाँ निम्न हुई-

लिंग/पसन्द	पंचमढ़ी	शिमला	नैनीताल	योग
लड़के	20	42.5	27.5	90
लड़कियाँ	20	42.5	27.5	90
योग	40	85	55	180

χ^2 की गणना-

लड़के f_o	25	35	30	90
f_c	20	42.5	27.5	90
$f_o - f_c$	5	7.5	2.5	
$(f_o - f_c)^2$	25	56.25	6.25	

$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$	1	1-61	-08	
लड़कियाँ f_o	15	50	25	90
f_e	20	42-5	27-5	90
$f_o - f_e$	-5	7-5	2-5	
$(f_o - f_e)^2$	25	56-25	6-25	
$\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$	1	1-61	-08	

$$x^2 = 1 + 1.61 + .08 + 1 + 1.61 + .08 = 5.38$$

$$\begin{aligned} \text{d.f} &= (r - 1) (C - 1) = (2 - 1) (3 - 1) \\ &= 1 \times 2 = 2 \end{aligned}$$

2 d.f. पर सार्थकता के लिए ग2 की आवश्यक मान-

5% विश्वास के स्तर पर = 5.99

1% विश्वास के स्तर पर = 9.21

उपरोक्त उदाहरणमें प्राप्त x^2 का मान 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक है। परन्तु 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक नहीं है। अतः यहाँ पर 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर शून्य उपकल्पना को अस्वीकृत किया जाता है।

10.4 मध्यांक परीक्षण

मध्यांक परीक्षण के अन्तर्गत दो स्वतन्त्र प्रतिदर्शों के मध्यांको की तुलना की जाती है। दूसरे शब्दों में किसी एक स्वतन्त्रचर के प्रभाव का अध्ययन करने के लिए दो समूहों- एक प्रायोगिक तथा दूसरा नियन्त्रित समूह का तुलनात्मक अध्ययन किया जाता है। इसके लिए सबसे पहले दो समूहों को किसी एक दिये गये परीक्षण में प्राप्तांकों को एक समूह में मिला लिया जाता है और इस तरह से दोनों समूहों के प्राप्तांकों का एक संयुक्त मध्यांक ज्ञात कर लिया जाता है। अनुसन्धानकर्ता को यह ध्यान में रखना चाहिए कि कोटि सूचक मापनी (Ordinal Scale) प्राप्त प्रदत्त (data) पर ही मध्यांक परीक्षण का प्रयोग करना चाहिए। मध्यांक परीक्षण से यह ज्ञात किया

जाता है कि दोनों स्वतन्त्र प्रतिदर्शों, जिनकी जनसंख्या भिन्न-भिन्न हो सकती है, के मध्यांक एक समान है, जिसके सम्बन्ध में यह शून्य उपकल्पना होगी कि दोनों प्रतिदर्शों के मध्यांक एक समान है।

संयुक्त मध्यांक निकालने के पश्चात, दोनों समूहों के प्राप्तांकों को दो श्रेणियों में विभाजित किया जाता है। वे प्राप्तांक जिनका मान संयुक्त मध्यांक (Common Median) से अधिक रहता है, उसके पहले धनात्मक चिन्ह (+) लगा दिया जाता है तथा जिन प्राप्तांकों का मान संयुक्त मध्यांक से कम रहता है, उनके पहले ऋणात्मक चिन्ह (-) लगा देते हैं। इसके पश्चात दोनों समूहों के धनात्मक (+) तथा ऋणात्मक (-) चिन्ह वाले प्राप्तांकों का अलग-अलग योग कर लिया जाता है। इस तरह से इस परीक्षण के लिए 2×2 की सारणी तैयार हो जाती है।

मध्यांक परीक्षण की गणना-

मध्यांक परीक्षण में प्रदत्त को व्यवस्थित करने के लिए निम्न प्रकार के प्रारूप का प्रयोग करते हैं।

	प्रथम समूह	द्वितीय समूह	योग
संयुक्त मध्यांक से ऊपर प्राप्तांकों की संख्या	A	B	A + B
संयुक्त मध्यांक से नीचे प्राप्तांकों की संख्या	C	D	C + D
$N = n_1 + n_2$	A+C	B+D	A+B+C+D

यदि प्रदत्त को मध्यांक से ऊपर और नीचे दो भागों में बाँटकर गणना किया जा रहा है तब अनुसन्धनकर्ता को उस स्थिति में फिशर परीक्षण तथा χ^2 परीक्षण में से किसी एक का चयन करते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना चाहिए-

- जब N 40 से अधिक हो तब ऐसी स्थिति में संशोधन के साथ ग² परीक्षण का प्रयोग करना चाहिए-

$$\chi^2 = \frac{N[(AD-BC) N/2]^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

- जब N = 20 से 40 के बीच हो तब ऐसी स्थिति में कोष्ठिकाओं को ध्यान में रखकर परीक्षण का चयन करना चाहिए। जैसे जब किसी कोष्ठिका (cell) का fe⁵ से कम नहीं है तो χ^2 का प्रयोग करना चाहिए लेकिन जब से कम हो तो ऐसी स्थिति में फिशर परीक्षण का प्रयोग करना चाहिए।
- जब N = 20 से कम होंगे फिशर परीक्षण का ही प्रयोग करना चाहिए।

उदाहरण 6-

एक कक्षा के 15 छात्रों तथा 15 छात्राओं पर एक परीक्षण प्रशासित किया गया। क्या दोनों समूह समान मध्यांक वाली जन संख्या से लिए गये हैं।

छात्र-छात्राओं का प्राप्तांक			
छात्र	चिन्ह	छात्राएँ	चिन्ह
15	-	18	-
18	-	20	-
14	-	25	-
20	-	27	+
28	+	29	+
16	-	31	+
17	-	33	+
19	-	32	+
30	+	34	+
32	+	36	+
28	+	38	+
26	-	30	+
25	-	28	+
27	+	26	-

29	+	24	-
----	---	----	---

उपरोक्त प्रासांकों का Common Median इस प्रकार ज्ञात किया जाता है-

वर्गान्तर	आवृत्तियाँ
34-38	3
29-33	8
24-28	10
19-23	3
14-18	6

$$\text{Mdn} = U + [N/2 - F/f_m] \times i$$

$$x^2 = 23.5 + [30/2 - 9/10] \times 5$$

$$= 26.5$$

$$\text{Mdn} = U - [N/2 - F/f_m] \times i$$

$$x^2 = 28.5 - [30/2 - 11/10] \times 5$$

$$= 26.5$$

मध्यांक ज्ञात करने के पश्चात मध्यांक के ऊपर और उसके नीचे के प्रासांक को ज्ञात किया जाता है। उसके पश्चात 2x2 आंसग सारणी का निर्माण करते हैं।

	मध्यांक से ऊपर A	मध्यांक से नीचे B	योग
छात्र	6	9	A+B =15
छात्राएँ	10	5	C+D =15
योग	16	14	30

$$x^2 = \frac{N[(AD-BC)^2]}{}$$

$$(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)$$

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{30(30 - 90)^2}{15+15+16+14} \\ &= 2.14 \end{aligned}$$

$$d.f. = (r - 1)(c - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$$

5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर = 3.841

1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर = 6.635

x^2 परीक्षण का प्राप्त मान सार्थकता स्तर के दोनों ही मानों से कम है अतः यहाँ पर शून्य उपकल्पना स्वीकृत होती है अर्थात् दोनों ही प्रतिदर्शों का मध्यांक समान है।

10.5 सांख्यिकीय तालिका

काई-वर्ग के मान की सार्थकता की जाँच की तालिका

उदाहरणार्थ यदि 2d.f. पर x^2 का मान 6.01 है, (और हमारी निराकरणिय परिकल्पना द्विपक्षीय है) तब यह मान .05 विश्वास के स्तर पर सार्थक है, क्योंकि यह मान यहाँ दिये गये आवश्यक मान 5.991 से अधिक है, परन्तु यह मान (6.01) विश्वास के .01 स्तर पर सार्थक नहीं है, क्योंकि यह Table में दिये आवश्यक मान 9.210 से कम है।

d.f.	0.10	0.05	0.02	0.01
1	2.706	3.841	5.412	6.635
2	4.605	5.991	7.824	9.210
3	6.251	7.815	9.837	11.345
4	7.779	9.488	11.668	13.277
5	9.236	11.070	13.388	15.086
6	10.645	12.592	16.033	16.812
7	12.017	14.067	15.622	18.475

8	13.362	15.507	18.168	20.090
9	14.684	16.919	19.679	21.666
10	15.987	18.307	21.161	23.209
11	17.275	19.675	22.618	24.725
12	18.549	21.026	24.054	26.217
13	19.812	22.362	25.472	27.688
14	21.064	23.685	26.873	29.141
15	22.307	24.996	28.259	30.578
16	23.542	26.296	29.633	32.000
17	24.769	27.587	30.995	33.409
18	25.989	28.869	32.346	34.805
19	27.204	30.144	33.687	36.191
20	28.412	31.410	35.020	27.566
21	29.615	32.671	36.343	38.932
22	30.813	33.924	37.659	40.289
23	32.007	35.172	38.968	41.638
24	33.196	36.415	40.270	41.980
25	34.382	37.652	41.566	44.314
26	35.563	38.885	42.856	45.642
27	36.741	40.113	44.140	46.963
28	37.916	41.337	45.419	48.278

29	39.087	42.557	46.693	49.588
30	40.256	43.773	47.962	50.892

10.6 सारांश

काई-वर्ग परीक्षण का सामाजिक विज्ञानों में विशेष महत्त्व है। इस परीक्षण का आविष्कार Helmert (1876) और कार्ल पियरसन (1900) ने किया। इस परीक्षण को हम परिमाणात्मक तथा गुणात्मक दोनों प्रकार के प्रदत्तों पर उस समय प्रयोग कर सकते हैं जब हम दो तरह की आवृत्तियों में पायी जाने वाले सम्बन्धों की सार्थकता का मापन करना चाहते हैं। काई-वर्ग में प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना के लिए प्रायः तीन प्रकार की परिकल्पनाओं का प्रयोग किया जाता है- समान वितरण की परिकल्पना, प्रसामान्य वितरण की परिकल्पना और स्वतन्त्र वितरण की परिकल्पना। मध्यांक परीक्षण के अन्तर्गत एक स्वतन्त्र चर का अध्ययन करने के लिए दो समूहों- एक प्रायोगिक समूह तथा दूसरा नियन्त्रित समूह का तुलनात्मक अध्ययन करते हैं। इस परीक्षण में भी शून्य उपकपना को आधार बनाया जाता है। इस परीक्षण के अन्तर्गत सर्वप्रथम संयुक्त मध्यांक निकाला जाता है तत्पश्चात् 2×2 आसंग सारणी का निर्माण करते हैं और उसके बाद आवश्यकतानुसार फिशर परीक्षण या χ^2 परीक्षण का उपयोग करते हैं।

10.7 शब्दावली

- **काई-वर्ग परीक्षण (χ^2):** काई-वर्ग परीक्षण प्रेक्षित और प्रत्याशित आवृत्तियों के भिन्नताओं की मात्रा का वर्णानात्मक माप है।
- **प्रेक्षित आवृत्ति (Observed frequency):** काई-वर्ग परीक्षण में प्रेक्षित आवृत्तियाँ वह होती हैं जो अनुसन्धानकर्ता अपने अध्ययन के आधार पर प्राप्त आकड़े को आवृत्ति के रूप में प्राप्त करता है।
- **प्रत्याशित आवृत्ति (Expected Frequencies):** प्रत्याशित आवृत्ति इस प्रकार की आवृत्ति होती है जो किसी सिद्धान्त पर आधारित होती है।
- **मध्यांक परीक्षण (Median test):** मध्यांक परीक्षण एक अप्राचल सांख्यिकी है जिसके द्वारा यह जाँच की जाती है कि दो स्वतन्त्र समूहों में माध्यिका के रूप में अन्तर है या नहीं।
- **येट्स संशोधन (Yates Correction):** जिन अध्ययनों में प्रेक्षित आवृत्तिया कम रहती हैं, उनमें χ^2 परीक्षण में प्रत्याशित आवृत्तियों के मानों में कुछ संशोधन किया जाता है। इस संशोधन को ही येट्स संशोधन कहाँ जाता है।

10.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) χ^2 शब्द का प्रयोग सर्वप्रथम किस सन् में किया गया।
- 2) काई वर्ग परीक्षण का आविष्कार सर्व प्रथम किसने किया।
- 3) काई-वर्ग परीक्षण को सामान्य उद्देश्य सांख्यिकी किसने कहाँ है।

- 4) मध्यांक परीक्षण अप्राचल सांख्यिकी है या प्राचल सांख्यिकी।
- 5) मध्यांक परीक्षण से क्या ज्ञात किया जाता है।

उत्तर:

- 1) काई-वर्ग शब्द का प्रयोग सर्व प्रथम सन् 1900 में किया गया।
- 2) काई-वर्ग परीक्षण का आविष्कार हेल्मर्ट (1876) और कार्ल पियरसन (1900) ने किया।
- 3) काई-वर्ग परीक्षण को गिलफोर्ड (1956) ने सामान्य उद्देश्य सांख्यिकी कहाँ है।
- 4) मध्यांक परीक्षण एक अप्राचल सांख्यिकी है।
- 5) मध्यांक परीक्षण के द्वारा दो स्वतन्त्र प्रतिदर्शों में केन्द्रिय प्रवृत्ति के रूप में विशेषतः माध्यिका के रूप में अन्तर है या नहीं, की जाँच की जाती है।

10.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Anastasi, Anne, Psychological Testing, New York : The MacMillan Co., 1954.
- Garrett, H.E., Statistics in Psychology and Education, Bombay : Vakils, Feffer and Sinons P.Ltd., 1967.
- भागवत एम0 (1999) आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं मापन, हरप्रसाद भागवत, आगरा।
- सिंह, अरूण कुमार (2002) मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में सांख्यिकी, नोवेल्टी एण्ड कम्पनी, पटना-8।
- कपिल, एच. के. (1994) सांख्यिकी के मूलतत्त्व, विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा।
- रामजी श्रीवास्तव (2003), मनोविज्ञान, शिक्षा तथा समाजशास्त्र में सांख्यिकीय विधियाँ, मोतीलाल बनारसीदास बंगलोरुड, दिल्ली।

10.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. काई-वर्ग परीक्षण से आप क्या समझते हैं इसकी उपयोगिता तथा विभिन्न चरणों के विषय में सविस्तार वर्णन कीजिए।
2. मध्यांक परीक्षण से आप क्या समझते हैं। इस परीक्षण के अन्तर्गत कौन-कौन सी सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग किया जाता है सविस्तार वर्णन कीजिए।
3. एक परीक्षण में तीन रंगों के विषय में विद्यार्थियों की पसन्द को नीचे दिया गया है, बताइयें क्या रंग-पसन्द के आधार पर विद्यार्थियों में सार्थक अन्तर है।

रंग	गुलाबी	हरा	नीला	योग
विद्यार्थियों की संख्या	20	10	12	42

4. आर्थिक स्तर के आधार पर एक चिकित्सालय में मानसिक रोगियों की विभिन्न रोगों से पीड़ित होने की संख्या निम्न है, क्या यहाँ विभिन्न आर्थिक स्तरों के आधार पर रोगों के होने में सार्थक अन्तर है।

स्तर/रोग	Psychotic	Neurotic	Organic	Total
Upper	80	60	10	150
Middle	60	30	20	110
Lower	50	40	30	120
योग	190	130	60	380

ईकाई-11 सार्थकता स्तर, स्वतन्त्रता के अंश तथा प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Level of Significance, Degree of Freedom and Type I & Type II Error)

इकाई संरचना

- 11.1 प्रस्तावना
- 11.2 उद्देश्य
- 11.3 सार्थकता स्तर
- 11.4 स्वतन्त्रता के अंश
- 11.5 प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि
- 11.6 सारांश
- 11.7 शब्दावली
- 11.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 11.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 11.10 निबन्धात्मक प्रश्न

11.1 प्रस्तावना

सांख्यिकीय तकनीक एवं प्राकल्पनाओं की परख के अन्तर्गत यह 11 वीं इकाई है। इससे पहले की इकाईयों के अध्ययन के पश्चात् आप को ज्ञात हो गया होगा कि विभिन्न स्रोतों से प्राप्त प्रदत्तों का विश्लेषण विभिन्न सांख्यिकीय विधियों के द्वारा कैसे ज्ञात किया जाता है। किसी मनोवैज्ञानिक या शैक्षिक शोध का उद्देश्य कुछ विशेष परिकल्पनाओं की जाँच करना होता है। जिन सांख्यिकीय विधियों के माध्यम से जो परिणाम प्राप्त किये हैं उनके आधार पर हम आगे का अनुमान लगा सकते हैं। इसके अतिरिक्त यह भी अनुमान लगाने का प्रयत्न करते हैं कि प्रतिदर्श का मध्यमान कहाँ तक सम्पूर्ण जनसंख्या के मध्यमान का प्रतिनिधित्व करता है। अन्य शब्दों में उसके कितना निकट है, या फिर उससे कितना दूर है तथा हम कितने विश्वास के साथ कह सकते हैं कि हमारे प्रयोग के अन्तर्गत प्राप्त मध्यमान सम्पूर्ण जनसंख्या के मध्यमान से मिलता-जुलता है कि नहीं।

11.2 उद्देश्य

जब अनुसन्धानकर्ता किसी जनसंख्या का अध्ययन करना चाहता है तब वह सम्पूर्ण जनसंख्या से एक प्रतिनिधि भाग जिसे प्रतिदर्श कहते हैं, का चयन कर लेता है और यह कल्पना करके उस प्रतिदर्श का अध्ययन करता है कि जनसंख्या के सभी गुण प्रतिदर्श में विद्यमान हैं। प्रतिदर्श से प्राप्त प्रदत्त के आधार पर जनसंख्या के बारे में अनुमान लगाया जाता है। इस इकाई का प्रमुख उद्देश्य है कि हम किस प्रकार प्रतिदर्श विशेषताओं के आधार पर जनसंख्या

की विशेषताओं का अनुमान करने के लिए किस प्रकार विभिन्न विश्वास के स्तरों, स्वतन्त्रता के अंशों एवं प्रथम प्रकार तथा द्वितीय प्रकार में त्रुटियों के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकते हैं।

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप जान सकेंगे-

- सार्थकता एवं विश्वास के विभिन्न स्तरों का अर्थ।
- स्वतन्त्रता की मात्रा का अर्थ
- सांख्यिकीय विश्लेषण की प्रमुख त्रुटियों (प्रथम एवं द्वितीय) के विषय में जानकारी।

11.3 सार्थकता या विश्वास के विभिन्न स्तर

मनोवैज्ञानिक अध्ययनों में शून्य उपकल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए अनुसन्धानकर्ता प्रायः सार्थकता के दो स्तरों प्रथम 0.05 तथा द्वितीय 0.01 का उपयोग करते हैं। शून्य उपकल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए जिस कसौटी का चुनाव किया जाता है उसे ही सार्थकता का स्तर (Level of Significance) कहा जाता है। किसी शून्य उपकल्पना को अस्वीकृत होने के लिए यह आवश्यक है कि प्राप्त सांख्यिकीय मान 5 प्रतिशत या 1 प्रतिशत पर दिये गये सांख्यिकीय मान के बराबर या अधिक हो। यदि किसी शून्य उपकल्पनाओं को 1 प्रतिशत या 0.01 स्तर पर अस्वीकृत कर दिया जाता है तब ऐसी स्थिति में वह स्वयं ही 0.05 या 5 प्रतिशत पर अस्वीकृत हो जाता है। लेकिन यदि कोई शून्य उपकल्पना (Null hypothesis) 5 प्रतिशत या 0.05 स्तर पर अस्वीकृत होती है, तब ऐसी स्थिति में वह 1 प्रतिशत या 0.01 स्तर पर भी अस्वीकृत होगी ही ऐसा नहीं कहा जा सकता है। वह शून्य उपकल्पना 0.01 स्तर पर अस्वीकृत हो भी सकती है और नहीं भी हो सकती है। शून्य उपकल्पना 0.05 स्तर पर जब अस्वीकृत होती है तब इसका अर्थ यह हुआ कि यदि संबन्धित प्रयोग या परीक्षण जिनसे आकड़े प्राप्त हुए हैं उसको 100 बार दोहराया जाय, तो उसमें से 5 बार शून्य उपकल्पना सत्य होगी और 95 बार असत्य होगी। इसी प्रकार से जब शून्य उपकल्पना को 0.01 स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है तब इसका अर्थ यह हुआ कि यदि प्रयोग या परीक्षण जिसके द्वारा प्रदत्त प्राप्त हुए हैं को 100 बार दोहराया जाये तो उसमें से एक बार शून्य उपकल्पना सत्य होगी और 100 में से 99 बार असत्य होगी। शोधकर्ता 100 बार में से मात्र 1 बार सही होने की स्थिति में इसे और अधिक विश्वास के साथ अस्वीकृत करने में सक्षम हो जाता है। सार्थकता का यह स्तर उच्चकोटि का माना जाता है और इसका उपयोग विशेषतः प्रायोगिक अध्ययनों में किया जाता है, क्योंकि प्रायोगिक अध्ययनों में स्वतन्त्र चर तथा आश्रित चर के सम्बन्ध में सार्थकता का स्तर प्रायः उच्चश्रेणी का ही होना चाहिए। सामान्य अध्ययनों में, जिनमें मनोवैज्ञानिक, शैक्षिक तथा समाज वैज्ञानिक अध्ययन सम्मिलित हैं, और इसके अतिरिक्त साधारण प्रायोगिक अध्ययन भी सम्मिलित हैं, उस स्थिति में 5 प्रतिशत विश्वास या सार्थकता का स्तर सन्तोषजनक रहता है, क्योंकि यहाँ पर प्रायः उच्च कोटि की परिशुद्धता के स्तर की इतनी अधिक आवश्यकता नहीं रहती है। उपरोक्त सभी क्षेत्रों में अध्ययन व अनुसन्धानों में 5 प्रतिशत विश्वास या सार्थकता का स्तर व्यावहारिक व वैज्ञानिक मानदण्ड से स्वीकृत रहता है।

विश्वास के एक और स्तर 0.001 का उपयोग किया जाता है इस सार्थकता के स्तर का उपयोग प्रायः ऐसे अनुसन्धानों में किया जाता है जिनमें वैज्ञानिक परिशुद्धता की अत्यन्त कठोरतम स्तर की आवश्यकता होती है। जब एक नई औषधि के बड़े पैमाने पर निर्माण की आवश्यकता हो तब उसकी प्रभावशीलता की विश्वास का स्तर

प्रायः 0.001 होना अत्यन्त आवश्यक होता है। विश्वास के इस स्तर के अनुसार किसी एक औषधि का प्रभाव 1000 में से 999 स्थितियों में प्रायः होकर रहेगा, केवल 1000 में से एक संयोग ऐसा आ सकता है, जबकि औषधि का अपेक्षित प्रभाव न देखने में आयें। स्पष्टतः विश्वास का यह स्तर अत्यन्त उच्च कोटि का होता है।

सिग्मा दूरियों से हमें विश्वास के विभिन्न स्तरों का ज्ञान होता है जैसे $M \pm 1.96\sigma$ के अन्तर्गत किसी एक वितरण की 95 प्रतिशत स्थितियाँ आ जाती है। इसका अर्थ है कि 95 प्रतिशत स्थितियों में हमारा मध्यमान $M \pm 1.96\sigma$ की सीमाओं के अन्तर्गत रहेगा और हमारे विश्वास की सीमायें $M \pm 1.96\sigma$ के अन्तर्गत रहेगी और इस सम्बन्ध में हमारे विश्वास का स्तर 5 प्रतिशत (0.05) होगा। इसी प्रकार से $M \pm 2.58\sigma$ की सीमाओं के अन्तर्गत किसी एक वितरण की 99 प्रतिशत स्थितियाँ (Cases) आ जाती है, जिसका अर्थ यह है कि हमारा वास्तविक मध्यमान 99 प्रतिशत स्थितियों में $M \pm 2.58\sigma$ की सीमाओं के अन्तर्गत रहेगा।

उदाहरणार्थ यदि हमारे प्रतिदर्श का मध्यमान 105 है एवं $\sigma = m_1$ है तब 99 प्रतिशत दशाओं में हमारा वास्तविक मध्यमान-

$$= 105 + 2.58 (1) = \text{अर्थात् } 105 + 2.58 \times 1 = 107.58$$

$$\text{तथा } = 105 - 2.58 (1) = \text{अर्थात् } 105 - 2.58 \times 1 = 102.42$$

अर्थात् 102 एवं 108 (107.58) की विश्वास आश्रित सीमाओं के अन्तर्गत रहेगा। दूसरे शब्दों में 1 प्रतिशत सार्थकता के स्तर पर हम यहाँ यह अनुमान निकाल सकते हैं कि सम्बन्धित जनसंख्या का वास्तविक मध्यमान 102.42 तथा 107.58 के अन्तर्गत रहेगा।

प्रसम्भाव्यता सिद्धान्त एवं विश्वास के विभिन्न स्तरों की विवेचना-

किसी एक घटना के घटित होने की प्रसम्भाव्यता (Probability) की व्याख्या विभिन्न स्तरों के आधार पर ही की जाती है। एक उदाहरण के द्वारा इसको स्पष्ट किया जा सकता है। कल्पना कीजिए कि हमारे पास एक डिब्बे में 100 गोलियाँ हैं, उनमें से 90 गोलियाँ सफेद रंग की हैं, और 10 गोलियाँ काली रंग की हैं। सभी गोलियों का आकार, भार और गोलाई एक समान है। अब यदि हम सभी गोलियों को अच्छी तरह से मिला देते हैं। अब यदि आँख बंद करके बारी-बारी से एक-एक करके डिब्बे में से गोली निकालते हैं तब प्रश्न यह उठता है कि प्रत्येक बार निकाले जाने वाली गोली का रंग सफेद है या काला है। मान लीजिए कि प्रत्येक बार गोली के रंग के बारे में हमारा उत्तर सफेद होता है तब ऐसी स्थिति में प्रश्न यह उठता है कि गोली के सफेद रंग की होने की क्या प्रायिकता है। चूँकि डिब्बे में 100 गोलियाँ में से 90 गोली सफेद है तथा शेष 10 काले रंग की है तब 10 में से 9 बार हमारा ठीक उत्तर हो सकता है गोली का रंग सफेद होगा। अब मान लीजिए कि डिब्बे में से एक-एक करके 100 गोली निकाली जाय और प्रत्येक बार हमारा उत्तर सफेद गोली का हो तब हमारा यह उत्तर 90% स्थितियों में सही होगा और 10% स्थितियों में गलत भी हो सकते हैं। दूसरे शब्दों में सफेद रंग की प्रसम्भाव्यता यहाँ पर 90

होगी अर्थात् $P = .90$ और गलत होने की प्रसम्भाव्यता 10 प्रतिशत अर्थात् $P = .10$ होगी। 100 में से जितने प्रतिशत हमारे गलत रहने की प्रसम्भाव्यता रहती है उसे हम विश्वास का स्तर कहते हैं। उपरोक्त उदाहरण में 100 में से 10 बार गलत रहने की प्रसम्भाव्यता है अतः यहाँ पर हमारे विश्वास का स्तर 10 प्रतिशत है अर्थात् 0.1 के स्तर पर है।

इसी प्रकार से 100 में से 95 गोली का रंग सफेद और 5 गोली का रंग काला है और यदि उपरोक्त प्रक्रियाँ को यहाँ पर अपनाया जाय तब सफेद रंग की गोली के निकलने की प्रसम्भाव्यता 95 प्रतिशत अर्थात् $P = .95$ और उसके सफेद रंग न होने की प्रसम्भाव्यता 100 में से 5 है अर्थात् $P = .05$ होगी। ऐसी स्थिति में सांख्यिकी भाषा में हम कह सकते हैं कि यहाँ पर हमारे विश्वास का स्तर 5 है अर्थात् .05 है।

उपरोक्त उदाहरण की तरह हम 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर (.01) तथा 0.1 प्रतिशत विश्वास के स्तर (.001) की व्याख्या भी कर सकते हैं।

11.4 स्वतन्त्रता के अंश

प्रायः एक प्रतिदर्श की संख्या जितनी अधिक होती है, उसका मध्यमान भी अपने प्राचल (True mean) से उतना ही निकट रहता है, और उतना ही अपेक्षाकृत अधिक विश्वसनीय रहता है। इस आधार पर एक प्रतिदर्श के मध्यमान की मानक त्रुटि का मान ही प्रतिदर्श की विश्वसनीयता की कसौटी बन जाता है, और यहाँ हमें प्रसम्भाव्यता सिद्धान्त के आधार पर प्रतिदर्श के मध्यमान की मात्रा की विवेचना प्रायः विश्वास के मानक स्तरों 5 प्रतिशत तथा 1 प्रतिशत पर की जाती है तथा स्वतन्त्रता के अंशों (Degree of Freedom) को भी ध्यान में रखना पड़ता है। इस तर्क के आधार पर यदि एक बड़े प्रतिदर्श की मानक त्रुटि का मान 1.96 रहता है तब इससे यह पता लगता है कि प्रतिदर्श का मानक विचलन का मान एक ऐसी क्रान्तिक स्थिति पर पहुँच गया है कि जहाँ पर इतना मानक विचलन का मान 95 प्रतिशत स्थितियों में अवश्य आयेगा। अतः ऐसा मध्यमान अपनी जनसंख्या का प्रतिनिध्यात्मक नहीं है, और वह इस कारण अविश्वसनीय है। अतः मानक त्रुटि का मान जैसे-जैसे बढ़ता जाता है वैसे ही अधिक विश्वास के स्तर पर प्रतिदर्श के मध्यमान को अस्वीकृत करना पड़ता है। छोटे प्रतिदर्शों के मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच करने के लिए स्वतन्त्रता के अंशों को अवश्य देखना पड़ता है। वैसे बड़े प्रतिदर्शों में भी स्वतन्त्रता के अंशों पर मानक त्रुटि के सार्थक मान को ज्ञात करना परिशुद्धता के दृष्टिकोण से आवश्यक रहता है लेकिन बहुत आवश्यक नहीं होता है। परन्तु छोटे आकार वाले प्रतिदर्शों में ये मानक मान स्वतन्त्रता के अंशों पर दिये गये आवश्यक तथा सार्थक मानों से अपेक्षाकृत बहुत भिन्न होते हैं और उनका प्रभाव अन्तिम गणना पर बहुत अधिक पड़ता है। इस कारण छोटे प्रतिदर्शों में मानक त्रुटि के सार्थक मान को सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशों पर ही देखा जाता है।

स्वतन्त्रता के अंश से तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतन्त्र रूप से परिवर्तित होने से होता है। उदाहरण के लिए मान लीजिए कि 6 प्राप्तांक है और इन सभी 6 प्राप्तांकों का माध्य (Mean) 10 होता है। ऐसी स्थिति में 6th प्राप्तांक शेष 5 प्राप्तांकों के साथ मिलकर इस प्रकार का समायोजन करेगा कि माध्य हमेशा 10 ही होगा। मान

लिजिए कि 5 प्राप्तांक इस प्रकार है- 10, 12, 18, 13 तथा 3 है। अब ऐसी स्थिति में माध्य को 10 होने के लिए 6th प्राप्तांक को अवश्य ही 4 होना होगा। एक दूसरा उदाहरण लिजिए- यदि प्रथम पाँच प्राप्तांक 2, 8, 4, 10 तथा 10 है तो ऐसी स्थिति में 6th को 2 होगा। कहने का अर्थ यह है कि प्रथम पांच प्राप्तांक तो कुछ भी हो सकता है किन्तु 6जी प्राप्तांक का अंक अपने आप पूर्व निश्चित हो जाता है क्योंकि उपरोक्त उदाहरण में माध्य प्रत्येक में 10 है। अतः यहाँ स्वतन्त्रता के अंश $N - 1$ यानि $6 - 1 = 5$ के बराबर है।

iii) मानक त्रुटि की सार्थकता के निर्धारण में स्वतन्त्रता के अंशों का महत्त्व-

किसी प्रतिदर्श के मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच उसकी मानक त्रुटि के मान के आधार पर की जाती है, और मानक त्रुटि की सार्थकता की जाँच प्रतिदर्श की संख्या (N) अथवा स्वतन्त्रता के अंशों के आधार पर भी जाती है, कम से कम छोटे प्रतिदर्शों द्वारा अध्ययन में स्वतन्त्रता के अंशों का विशेष महत्त्व रहता है। अतः छोटे प्रतिदर्शों की गणना में स्वतन्त्रता के अंशों का महत्त्व बढ़ जाता है।

यह माना जाता है कि जब किसी एक वितरण की संख्या (N) 30 से कम होती है, तब वह एक प्रसामान्य वितरण (Normal Distribution) नहीं होता। यही कारण है कि छोटे प्रतिदर्श में मध्यमान से विचलन की दूरियों पर प्रसामान्य वितरण के सामान्य नियम पूरी तरह लागू नहीं होते हैं। जैसे- प्रसामान्य वितरण में $M \pm 1.96\sigma$ के अन्तर्गत एक वितरण की 95.44 प्रतिशत संख्या आ जाती है, लेकिन यदि हमारा प्रतिदर्श छोटा है, और मान लिजिए कि उसकी संख्या 25 है तब t (टी) सारणी के अनुसार उस स्थिति में मध्यमान से सिग्मा (σ) दूरी $M \pm 1.96\sigma$ न होकर $M \pm 2.06\sigma$ हो जाती है। इसी तरह से प्रसामान्य वितरण में एक वितरण की $M \pm 2.58\sigma$ के अन्तर्गत 99 प्रतिशत संख्या आ जाती है, परन्तु छोटे प्रतिदर्श के लिए यह दूरी $M \pm 2.58\sigma$ न रहकर $M \pm 2.80\sigma$ हो जाती है। इसका मुख्य कारण यह है कि जब एक प्रतिदर्श की संख्या छोटी रहती है तब प्रतिदर्श की इकाईयों का विक्षेपण अपने मध्यमान से अपेक्षाकृत दूर-दूर रहता है परन्तु प्रसामान्य वितरण में अधिकतर इकाईयाँ अपने मध्यमान के आस-पास ही रहती हैं। यही कारण है कि छोटे प्रतिदर्श में वितरण वक्र मध्य में चपटा रहता है।

जैसा कि यह हमें मालूम है कि प्रसामान्य वितरण में वितरण वक्र (distribution Curve) घंटाकार रहता है, तथा उसमें मध्यमान से थोड़ी ही सिग्मा दूरी पर काफी संख्या आ जाती है। यही कारण है कि बड़े प्रतिदर्शों में विश्वास के विभिन्न स्वीकृत स्तरों पर- जैसे 5%, 2% तथा 1% विश्वास के स्तरों पर प्रायः जहाँ मानक त्रुटि के मान क्रमशः 1.96, 2.33 तथा 2.58 निश्चित से ही रहते हैं, इसके विपरीत छोटे प्रतिदर्शों के लिए ये मान (Value) विभिन्न स्वतन्त्रता के अंशों पर बहुत भिन्न-भिन्न होते हैं। इसीलिए परिशुद्धता के लिए मानक त्रुटि की सार्थकता की जाँच सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशों पर ही की जानी चाहिए छोटे प्रतिदर्शों में करना तो बहुत ही आवश्यक है।

iv) सह-सम्बन्धित समूह में स्वतन्त्रता के अंशों की गणना-

जब एक ही समूह को एक परीक्षण दो बार दिया जाता है, तब उस स्थिति में स्वतन्त्रता के अंशो (d.f.) की गणना दोनों समूहों की संख्या, प्रथम स्थिति वाले समूह की संख्या तथा द्वितीय स्थिति वाले समूह की संख्या के आधार पर गणना नहीं की जाती है। ऐसी स्थिति में केवल एक ही समूह की संख्या के आधार पर स्वतन्त्रता के अंशो (d.f.) की गणना की जाती है। जैसे- यदि प्रथम स्थिति में संख्या 20 है तब यहाँ पर d.f. का सूत्र निम्न होगा।

$$d.f. = (N - 1)$$

इसके अतिरिक्त, यदि 40 व्यक्तियों को किसी एक विशेष आधार पर सह-सम्बन्धित करके दो समतुल्यात्मक समूहो (Matched groups) में विभाजित कर दिया जाता है, उस स्थिति में भी d.f. का सूत्र दोनों समूहों के लिए $n-1$ ही रहेगा जैसे- $20-1= 19$ होगा। ऐसा प्रायः उस स्थिति में भी होता है, जब कि दो समूहों को समरूप युग्मों के आधार पर तुल्यात्मक किया जाता है।

लेकिन, यदि एक समूह को किसी एक आधार पर तुल्यात्मक (Match) न करके संयोग (Random) के आधार पर दो समान समूहों में विभाजित करते हैं तब ऐसी स्थिति में d.f. की गणना के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करते है:-

$$d.f. = (N_1 - 1) + (N_2 - 1) - 1$$

यदि 40 व्यक्तियों को दो समान समूहो में संयोग के आधार पर विभाजित किया जाता है तब $d.f. = (20 - 1) + (20 - 1) - 1 = 37$ होगा।

जब दो समूह किसी एक आधार पर समरूप रहते है, उससे उनकी विचलनशीलता कम हो जाती है, इससे उनकी मध्यमान की मानक त्रुटि (SEm) तथा उसके अनुसार, अन्तर की मानक त्रुटि (SEd)का मान भी कम हो जाता है। SEd के मान के कम हो जाने से क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) का मान बढ़ जाता है, ऐसी स्थिति में दो मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता को निश्चित करने के लिए कठोर माप दण्ड अपनाया जाता है और d.f. की मात्रा को कम करना पड़ता है, क्योंकि d.f. का मान जितना कम होगा, सार्थकता के लिए उतना ही अधिक C.R. के मान की आवश्यकता पड़ती है। यही कारण है कि सह-सम्बन्धित समूहों में d.f. की संख्या को सामान्यतः कम रखा जाता है।

उदाहरण 1-

एक तात्कालिक स्मृति (Immediate memory) के परीक्षण में 21 बालकों को आयु के आधार पर तीन समूहों A, B तथा C में विभाजित किया गया। परीक्षण में प्राप्त उनके अंक नीचे दिये गये हैं। बताइये क्या यहाँ आयु के आधार पर तीनों समूह एक-दूसरे से सार्थक रूप से भिन्न हैं ?

समूह A	समूह B	समूह C
--------	--------	--------

3	4	5	
5	5	5	
3	3	5	
1	4	1	
7	9	7	$\sum X = 96$
3	5	3	$N = 21$
6	5	7	
<hr/>			
$\sum X_1 = 28$	$\sum X_2 = 35$	$\sum X_3 = 33$	
$N_1 = 7$	$N_2 = 7$	$N_3 = 7$	
<hr/>			

हल- (A) संशोधन = $(\sum X)^2/N$

$$= (96)^2/21$$

$$= 9216/21$$

$$= 438.86$$

(B) समस्त वर्गों का योग (Total Sum of Squares)

$$= (X_1^2 + X_1^2 + \dots + X_2^2 + X_2^2 + \dots + X_3^2 + X_3^2) - C$$

$$= 3^2 + 5^2 + 3^2 + 1^2 + 7^2 + 3^2 + 6^2 + 4^2 + 5^2 + 3^2 + 4^2 + 9^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2 + 1^2 + 7^2 + 3^2 + 7^2 - C$$

$$= 9 + 25 + 9 + 1 + 49 + 9 + 36 + 16 + 25 + 9 + 16 + 81 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 1 + 49 + 9 + 49 - C$$

$$= 518 - 438.86$$

$$= 79.14$$

(C) समूहों के मध्य में वर्गों का योग (Sum of Squares between Groups)

$$= (\sum X_1)^2/N_1 + (\sum X_2)^2/N_2 + (\sum X_3)^2/N_3 - C$$

$$\begin{aligned}
 &= (28)^2/7 + (35)^2/7 + (33)^2/7 - 438.86 \\
 &= 784/7 + 1225/7 + 1089/7 - 438.86 \\
 &= 3098/7 - 438.86 \\
 &= 442.57 - 438.86 \\
 &= 3.71
 \end{aligned}$$

(D) समूहों के मध्य में वर्गों का योग (Sum of Squares within Groups)

$$\begin{aligned}
 &= SS_{\text{tot}} - SS_{\text{bg}} \\
 &= 78.14 - 3.7 = 75.43
 \end{aligned}$$

Sources of Variation	d.f	Sum of Squares	Mean Square or (Variance)
Between Groups	2	3.71	1.85
Within Groups	18	75.44	4.19
Total	20	79.15	

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{\text{Mean Square between Groups}}{\text{Mean Square within Groups}} \\
 &= \frac{1.85}{4.19} = 0.44
 \end{aligned}$$

d.f Between Groups = (K - 1) = (3 - 1) = 2

d.f Within Groups (N_{tot} - K) = (21 - 3) = 18

5% स्तर पर सार्थकता के लिए Fका मान = 3.55

1% स्तर पर सार्थकता के लिए F का मान = 6.01

प्रस्तुत समस्या में F का मान ऊपर दिये गये दोनों स्तरों पर सार्थकता के लिए आवश्यक मानों से बहुत कम है अतएव प्रस्तुत समस्या में निराकरणिय परिकल्पना सत्य है, अर्थात् तीनों समूहों A,B तथा C के बालकों में सार्थक अन्तर नहीं है तथा सब बालक एक ही समष्टि ;च्चनसंजपवदद्ध का प्रतिनिधित्व कर रहे हैं।

उदाहरण 2-

तात्कालिक स्मृति (Immediate Memory) का एक परीक्षण एक कक्षा के 10 लड़कों व 10 लड़कियों को दिया गया। उनके परिणाम नीचे दिये गये हैं।

लड़कों की तात्कालिक स्मृति का विस्तार	लड़कियों की तात्कालिक स्मृति का विस्तार
7	7
5	6
6	5
5	8
6	9
6	8
7	8
9	9
8	6
6	9

यहाँ अध्ययनकर्ता ने निराकरणिय परिकल्पना (Null hypothesis) की रचना की है। बताइये क्या अध्ययनकर्ता की परिकल्पना यहाँ सत्य है?

हल-

Group	Group				
A	B	d_1	d_2	d_1^2	d_2^2
7	7	+0.5	-0.5	.25	.25
5	6	-0.5	-1.5	2.25	2.25
6	5	-0.5	-2.5	.25	2.25
5	8	-1.5	+0.5	2.25	.25
6	9	-0.5	+1.5	.25	2.25
6	8	-0.5	+0.5	.25	.25
7	8	+0.5	+0.5	.25	.25
9	9	+2.5	+1.5	6.25	2.25
8	6	+1.5	-1.5	2.25	2.25
6	9	-0.5	+1.5	.25	2.25
$\Sigma X_2=65$	$\Sigma X_2=75$			$\Sigma d_1^2=14.50$	$\Sigma d_2^2=18.50$

$$M_1 = \frac{65}{10} = 6.5$$

$$M_2 = \frac{75}{10} = 7.5$$

t-अनुपात (t-ratio) का सूत्र:-

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{M_1 - M_2}{\sqrt{\left(\frac{\sum d_1^2 + \sum d_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\right) \left(\frac{N_1 + N_2}{N_1 N_2}\right)}} \\
 \text{यहाँ } t &= \frac{6.5 - 7.5}{\sqrt{\left(\frac{14.50 + 18.50}{10 + 10 - 2}\right) \left(\frac{10 + 10}{10 \times 10}\right)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{33}{18}\right) \left(\frac{20}{100}\right)}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1.8333 \times .2}} \\
 &= \frac{1}{1.354 \times .447} \\
 &= \frac{1}{.605} \\
 &= 1.66 \text{ (दो दशमलव तक)}
 \end{aligned}$$

यहाँ, Degrees of Freedom = $(N_1 - 1) + (N_2 - 1)$
 $= (10 - 1) + (10 - 1) = 18$

18 d.f. पर सार्थकता के लिए ज का आवश्यक मान:

5% विश्वास के स्तर पर = 2.10

1% विश्वास के स्तर पर = 2.88

प्रस्तुत उदाहरण में प्राप्त t का मान उपरोक्त दानों मानों से बहुत कम है, अतएव यहाँ निराकरणीय परिकल्पना सत्य है, और यह मानना पड़ेगा कि लड़कों व लड़कियों के तात्कालिक स्मृति के विस्तार में सार्थक अन्तर नहीं है।

11.5 प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि

सांख्यिकीय विश्लेषण में कई प्रकार की त्रुटियाँ पाई जाती हैं जिसमें प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि प्रमुख हैं। इन दोनों प्रकार की त्रुटियों के कारण प्रायः शोधकर्ता के मनमाने विश्वास के स्तर होते हैं। मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता के परीक्षण के लिए अध्ययनकर्ता अपने अध्ययनों में विश्वास के दो स्तरों क्रमशः 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर तथा 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर का प्रयोग करता है। कभी-कभी शोधकर्ता निराकरणिय (शून्य) परिकल्पना (Hypothesis) को गलत सिद्ध करने के लिए अपने विश्वास के स्तर को अपनी इच्छा से ही नीचा कर देता है। सामान्यतः शून्य उपकल्पना को 5 प्रतिशत विश्वास के नीचे के स्तर पर अस्वीकृत नहीं किया जाता है परन्तु यदि शोधकर्ता अपने आकड़ों के आधार पर यह देखता है कि शून्य उपकल्पना को 10 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर अस्वीकृत किया जा सकता है और वह यदि ऐसा करता है तब वह शून्य उपकल्पना को अस्वीकृत करने में प्रथम प्रकार की त्रुटि (Type I error) करता है दूसरे शब्दों में शोधकर्ता जब शून्य उपकल्पना को सत्य रहने पर भी उसे अस्वीकृत कर देता है या उसे अस्वीकृत कर देना पड़ता है तो इसे प्रथम प्रकार की त्रुटि कहा जाता है। इस प्रकार की त्रुटि को अल्फा त्रुटि (Alfa error) भी कहा जाता है। स्पष्टतः ऐसा करना एक त्रुटि है, क्योंकि विश्वास के स्तर की स्थापना उपकल्पना की रचना के समय ही हो जाती है, इस कारण से उसमें परिवर्तन करना उचित नहीं होता है फिर भी यदि ऐसा किया जा रहा है तब यह उस अध्ययन में प्रथम प्रकार की त्रुटि मानी जाती है। गैरट (1967) के शब्दों में, “Type I errors are made when we reject a nul hypothesis, by making a difference significant although no true difference exists.” इसमें शून्य परिकल्पना सत्य होती है, लेकिन अस्वीकृत कर दी जाती है।

इसके ठीक विपरीत द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type II error) उस समय होती है जब अनुसंधानकर्ता गलत उपकल्पना को अस्वीकार नहीं करता है। ऐसी स्थिति में अनुसंधानकर्ता अनावश्यक रूप से अपने विश्वास स्तर को इतना ऊँचा कर देता है कि शून्य उपकल्पना 0.05 और 0.01 विश्वास स्तर पर असत्य होते हुए भी सत्यमान ली जाती है। दूसरे शब्दों में जहाँ शोधकर्ता शून्य उपकल्पना को गलत रहने पर भी उसे स्वीकार करता है या स्वीकार करने के लिए बाध्य होता है। इस तरह की त्रुटि को द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type II error) कहा जाता है। इसको बीटा त्रुटि (Beta error) भी कहा जाता है। उदाहरण के लिए, टी की गणना मूल्य 0.05 तथा 0.01 स्तर पर सार्थक है परिणाम स्वरूप शून्य उपकल्पना अस्वीकृत हो जायेगी। परन्तु जब अनुसंधानकर्ता विश्वास स्तर को 0.05 तथा 0.01 से बढ़ाकर 0.001 कर देता है तब ऐसी स्थिति में टी (t) का मूल्य निरर्थक हो जायेगा और शून्य उपकल्पना सत्य सिद्ध हो जायेगी। यहाँ स्पष्ट रूप से सार्थक अन्तर देखने में आ रहा है, परन्तु फिर भी शोधकर्ता शून्य उपकल्पना को अस्वीकृत नहीं करता।

गैरट के शब्दों में, “Type II errors made when we accept a null hypothesis by making a difference not significant, when a true difference actually exists.”

प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि को दूर करने के उपाय-

उपरोक्त दोनों प्रकार की त्रुटियों को यथा संभव नियन्त्रित करने का प्रयास करना चाहिए। वैज्ञानिक अध्ययनों में दोनों प्रकार की त्रुटियों के भ्रामक परिणाम हो सकते हैं। अतः प्रथम प्रकार की त्रुटि को दूर करने के लिए अध्ययनकर्ता को चाहिए कि वह अपने विश्वास के स्तर को नीचा न करे, बल्कि अपने अध्ययन की पुनरावृत्ति करे या फिर अपने निरीक्षणों की संख्या (N) में वृद्धि करें। निरीक्षणों की संख्या में वृद्धि करने से प्रतिदर्श की मानक त्रुटि घट जाती है, तथा प्रतिदर्श की विश्वसनीयता बढ़ जाती है। ऐसा करने से उसे अपने परिणामों को कम से कम 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक बनाने में सहायता मिलेगी और वह अपने अध्ययन में प्रथम प्रकार की त्रुटि से बच जायेगा। प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने का एक तरीका यह भी है कि अल्फा स्तर को 0.01 या 0.001 पर रखा जाए। ऐसी स्थिति में स्वभावतः प्रथम प्रकार की त्रुटि की संभावना क्रमशः 100 में से 1 बार तथा 1000 में 1 बार होगी जोकि न गण्य है, परन्तु इस प्रकार से जब हम प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने का प्रयास करते हैं तो साथ ही साथ द्वितीय प्रकार की त्रुटि के अधिक हो जाने की संभावना में वृद्धि हो जाती है।

द्वितीय प्रकार की त्रुटि प्रायः कम प्रभावशील होती है। परन्तु यदि किसी एक रोग के इलाज के लिए कोई गुणकारी औषधि उपलब्ध न हो, और नई औषधि के निर्माण को इस आधार पर अस्वीकृत कर दिया कि इसके उपयोग द्वारा परिणाम केवल 0.01 विश्वास के स्तर पर ही सार्थक है परन्तु 0.001 विश्वास के स्तर पर सार्थक नहीं है, तब यहाँ पर द्वितीय प्रकार की त्रुटि अवष्य हानिकारक होगी। क्योंकि इससे एक अच्छी प्रभावशाली औषधि का उपयोग सम्भवतः न हो सकेगा। जबकि व्यवहारिक रूप से उसका उपयोग होना चाहिए था। इसके विपरीत ऐसी परिस्थितियों में विश्वास के स्तर को उच्च श्रेणी का अवश्य होना चाहिए जब कि शून्य उपकल्पना के अस्वीकृत हो जाने के दुष्परिणाम निकलते हो।

सामान्यतः सामाजिक अध्ययनों में 5 प्रतिशत विश्वास का स्तर सन्तोषजनक रहता है, जबकि उच्च श्रेणी के वैज्ञानिक अध्ययनों में 1 प्रतिशत विश्वास का स्तर आवश्यक होता है। 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर को अधिक ऊँचा-जैसे 0.005 अथवा 0.001 उसी स्थिति में उठाना चाहिए जबकि शून्य उपकल्पना के अस्वीकृत किये जाने के परिणाम अत्यन्त गंभीर होने की संभावना अधिक हो।

11.6 सारांश

किसी भी शून्य उपकल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए शोधकर्ता प्रायः दो विश्वास के स्तरों का चयन करता है। मनोविज्ञान तथा शिक्षा के क्षेत्र में अनुसंधानकर्ता 0.05 तथा 0.01 सार्थकता स्तर पर ही उपकल्पनाओं का परीक्षण करते हैं 0.05 तथा 0.01 सार्थकता स्तरों के लिए क्रमशः 95 प्रतिशत वर्गान्तर सीमा तथा 99 प्रतिशत वर्गान्तर सीमा जैसे शब्दों का प्रयोग किया जाता है। 0.01 सार्थकता स्तर का अर्थ है कि मध्यमान प्राचल का मान 99 प्रतिशत इस सीमा के अन्तर्गत है तथा शेष 1 प्रतिशत के इस सीमा से बाहर होने की संभावना है। इसी तरह से 0.05 सार्थकता स्तर से तात्पर्य है कि मध्यमान प्राचल का मान 95 प्रतिशत इस सीमा के अन्तर्गत है तथा शेष 5 प्रतिशत इसके बाहर होने की संभावना है। प्रसामान्य वितरण के अन्तर्गत $M \pm 1.96\sigma$ के बीच 95 प्रतिशत तथा $M \pm 2.58\sigma$ के बीच 99 प्रतिशत प्राप्तांक पड़ते हैं। इस प्रकार कहाँ जा सकता है कि

प्रसामान्य संभावना वक्र (Normal Probability Curve) में 95 प्रतिशत तथा 99 प्रतिशत क्षेत्र क्रमशः $M \pm 1.96\sigma$ तथा $M \pm 2.58\sigma$ के अन्तर्गत पड़ते हैं। सार्थकता का स्तर वह स्तर होता है जिस पर शोधकर्ता किसी निराकरणीय प्राकल्पना को स्वीकृत अथवा अस्वीकृत करता है।

स्वतन्त्रता के अंश से तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतन्त्र रूप से परिवर्तित होने से होता है। छोटे प्रतिदर्शों के मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच करने के लिए स्वतन्त्रता के अंशों को अवश्य देखना पड़ता है। जबकि बड़े प्रतिदर्शों की स्थिति में यह बहुत आवश्यक नहीं होता है, क्योंकि बड़े प्रतिदर्शों में ये मानक मान स्वतन्त्रता के अंशों पर दिये गये आवश्यक तथा सार्थक मानों से अपेक्षाकृत बहुत अधिक भिन्न नहीं होते, और उनका प्रभाव अन्तिम गणना पर बहुत कम ही रहता है, फिर भी परिशुद्धता के दृष्टिकोण से देख लेना आवश्यक रहता है।

सांख्यिकीय विश्लेषण में कई प्रकार की त्रुटियाँ पाई जाती हैं जिसमें प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि मुख्य है। जब अनुसंधानकर्ता शून्य उपकल्पना को असत्य सिद्ध करने के लिए विश्वास स्तर को इच्छा अनुसार नीचाकर देता है तब शून्य परिकल्पना के अस्वीकृति में प्रथम प्रकार की त्रुटि पाई जाती है। इसमें शून्य परिकल्पना सत्य होती है लेकिन अस्वीकृत कर दी जाती है। इसके विपरीत जब अनुसंधानकर्ता गलत उपकल्पना को अस्वीकार नहीं करता है और ऐसी स्थिति में शोधकर्ता अनावश्यक रूप से अपने विश्वास स्तर को इतना ऊँचा कर देता है कि शून्य उपकल्पना 0.05 ओर 0.01 विश्वास स्तर पर असत्य होते हुए भी सत्यमान ली जाती है। प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने का सबसे अच्छा तरीका यह है कि जहाँ तक हो सके प्रतिदर्श की संख्या को और अधिक बढ़ाकर ही अध्ययन करना चाहिए।

द्वितीय प्रकार की त्रुटि को कम करने का तरीका यह है कि अपने अध्ययन के सार्थकता, महत्त्व और उपयोगिता को ध्यान में रखकर ही विश्वास के स्तर को ऊँचा उठाना चाहिए, अनावश्यक रूप से विश्वास के स्तर को ऊँचा नहीं उठाना चाहिए।

11.7 शब्दावली

- **प्रथम प्रकार की त्रुटि (Type I error):** शोधकर्ता जब शून्य उपकल्पना को सत्य रहने पर भी उसे अस्वीकृत कर देता है या उसे अस्वीकृत (Reject) कर देना पड़ता है, तो इसे प्रथम प्रकार की त्रुटि कहाँ जाता है।
- **द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type II error):** जब शोधकर्ता शून्य उपकल्पना को गलत या असत्य रहने पर भी उसे स्वीकार करता है या स्वीकार करने की लिए बाध्य होता है, तब इस तरह की त्रुटि को द्वितीय प्रकार की त्रुटि कहाँ जाता है।
- **प्रतिदर्श (Sample):** प्रतिदर्श एक निश्चित संख्या में समष्टि या जीवसंख्या से चयन किया गया सदस्यों का एक समूह होता है।
- **प्रसामान्य वितरण (Normal Distribution):** प्रसामान्य वितरण वह वितरण होता है जिसमें बहुत सारी संख्या मापनी के बीच में आते हैं तथा बहुत कम संख्या मापनी की ऊपरी छोर तथा निचली छोर पर आते हैं।

- **प्रसामान्य वितरण वक्र (Normal Distribution Curve):** प्रसामान्य वितरण के आकड़ों के आधार पर जो वक्र बनता है उसे प्रसामान्य वितरण वक्र कहाँ जाता है।
- **प्रसम्भाव्यता (Probability):** प्रसम्भव्यता का अर्थ किसी एक घटना के घटित होने के पूर्वानुमान से होता है।
- **शून्य उपकल्पना (Null hypothesis):** शून्य उपकल्पना वह उपकल्पना है जिसके द्वारा हम चरों के बीच कोई अन्तर नहीं होने के सम्बन्ध का उल्लेख करते हैं।
- **स्वतन्त्रता के अंश (Degree of Freedom):** स्वतन्त्रता के अंश से तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतन्त्र रूप से परिवर्तित होने से होता है।
- **सार्थकता स्तर (Level of Significance):** शून्य उपकल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए जिस कसौटी को चुना जाता है, उसे सार्थकता के स्तर कहाँ जाता है।

11.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) 0.05 सार्थकता के स्तर क्या अर्थ होता है?
- 2) सार्थकता के स्तर से आप क्या समझते हैं?
- 3) 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थकता का मान कितना होता है।
- 4) 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थकता का मान कितना होता है।
- 5) यदि 10 संख्याओं का माध्य 12 है और उनमें से 9 संख्याएँ क्रमशः 11, 13, 14, 12, 9, 8, 7, 10 व 18 है तब अन्तिम संख्या कितनी होगी?
- 6) अल्फा त्रुटि किस प्रकार की त्रुटि को कहते हैं?
- 7) बीटा त्रुटि किस प्रकार की त्रुटि को कहते हैं?
- 8) अध्ययनकर्ता अपने निरीक्षणों (N) में वृद्धि करके किस प्रकार की त्रुटि को कम कर सकता है?

उत्तर:

- 1) जब कोई शून्य उपकल्पना 0.05 सार्थकता के स्तर पर अस्वीकृत होती है, तब इसका अर्थ यह हुआ कि यदि संबंधित प्रयोग या परीक्षण जिनसे आँकड़े प्राप्त किये गये हैं, को 100 बार दोहराया जाय, तो उसमें से पांच बार शून्य उपकल्पना सत्य होगी और 95 बार असत्य होगी।
- 2) जब शून्य उपकल्पना को 0.01 सार्थकता के स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है, तब इसका अर्थ यह हुआ कि यदि सम्बन्धित प्रयोग या परीक्षण जिनसे आँकड़े प्राप्त हुए हैं, उसे 1000 बार दोहराया जाय तो उसमें से 1 बार शून्य उपकल्पना सत्य होगी और 999 बार असत्य होंगी।
- 3) 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थकता का मान $M \pm 1.96\sigma$ होता है जिसके अन्तर्गत 95 प्रतिशत प्राप्तांक आते हैं।
- 4) 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थकता का मान $M \pm 2.58\sigma$ होता है जिसके अन्तर्गत 99 प्रतिशत प्राप्तांक आते हैं।

5) 10 संख्याओं को 12 माध्य होने के लिए कुल योग 120 होना आवश्यक है। इसलिए अन्तिम संख्या का मान ज्ञात करने के लिए शेष 9 संख्याओं को पहले जोड़ करेगें। जैसे-
 $(11+13+14+12+9+8+7+10+18)=102$

12 माध्य होने के लिए कुल योग 120 होना आवश्यक है अतः $120-102 = 18$

- 6) प्रथम प्रकार की त्रुटि को अल्फा त्रुटि कहाँ जाता है।
- 7) द्वितीय प्रकार की त्रुटि को बीटा त्रुटि कहाँ जाता है।
- 8) अध्ययनकर्ता अपने निरीक्षणों में वृद्धि करके प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम कर सकता है।

11.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Anastasi, Anne, Psychological Testing, New York : The MacMillan Co., 1954.
- Garrett, H.E., Statistics in Psychology and Education, Bombay : Vakils, Feffer and Sinons P.Ltd., 1967.
- भार्गव एम0 (1999) आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं मापन, हरप्रसाद भार्गव, आगरा।
- सिंह, अरूण कुमार (2002) मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में सांख्यिकी, नोवेल्टी एण्ड कम्पनी, पटना-8।
- कपिल, एच. के. (1994) सांख्यिकी के मूलतत्त्व, विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा।
- रामजी श्रीवास्तव (2003), मनोविज्ञान, शिक्षा तथा समाजशास्त्र में सांख्यिकीय विधियाँ, मोतीलाल बनारसीदास बंगलोरुड, दिल्ली।

11.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. प्रथम प्रकार की त्रुटि एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि से आप क्या समझते हैं तथा इस प्रकार की त्रुटियों को कैसे कम कर सकते हैं?
2. सार्थकता के स्तर से क्या अभिप्राय है तथा शोधकार्य में इसके महत्त्व को स्पष्ट कीजिए।
3. सांख्यिकीय विश्लेषण में स्वतन्त्रता के अंश की उपयोगिता को स्पष्ट कीजिए?

इकाई-12 मापन: अर्थ एवं उद्देश्य; मूल्यांकन एवं मापन में अन्तर
(Measurement:- Meaning and Objectives; Difference between Evaluation and Measurement)

इकाई संरचना

- 12.1 प्रस्तावना
- 12.2 उद्देश्य
- 12.3 मापन का अर्थ
- 12.4 मनोवैज्ञानिक मापन के प्रकार
- 12.5 मापन के आवश्यक तत्व
- 12.6 मापन के कार्य या उद्देश्य एवं विशेषताएँ
- 12.7 मूल्यांकन का अर्थ
- 12.8 मूल्यांकन एवं मापन में अन्तर
- 12.9 सारांश
- 12.10 शब्दावली
- 12.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 12.12 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 12.13 निबन्धात्मक प्रश्न

12.1 प्रस्तावना

प्रयोगात्मक पद्धति के साथ-साथ मनोविज्ञान में विभिन्न मानवीय व्यवहार एवं मानसिक क्रियाओं के मापन का प्रारम्भ हुआ। थार्नडाइक ने 1904 में शैक्षिक मापन पर प्रथम पुस्तक प्रकाशित किया। 1908 में स्टेन ने एक प्रमाणीकृत परीक्षण प्रकाशित किया। ओडेल ने 1930 में शैक्षिक मापन पर एक पुस्तक प्रकाशित किया। 1927 के बाद तो अनेक परीक्षणों का निर्माण हुआ। आगे चलकर अनेक मापन विधियों का विकास हुआ। मापन का क्षेत्र अत्यधिक विस्तृत है। रास स्ट्रेन्स के अनुसार - मापन जैसे निरपेक्ष शब्द की व्याख्या करना एक कठिन प्रश्न है। मापन किसी वस्तु का शुद्ध तथा वस्तुनिष्ठ वर्णन है। स्टीवेंस के विचार से मापन किसी निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है। वास्तव में मापन किसी वस्तु या व्यक्ति का नहीं बल्कि वस्तु या व्यक्ति की विशेषताओं का किया जाता है। मनो वैज्ञानिक मापन हमें स्वयं आपने बारे में सही निर्णय लेने में सहायता प्रदान करते हैं। मनोवैज्ञानिक मापन दो प्रकार के होते हैं - मानसिक एवं भौतिक, मूल्यांकन का कार्य व्यापक है। इस शब्द का प्रयोग शिक्षा तथा मनोविज्ञान में होता है। मूल्यांकन में हम गुणात्मक निर्णय लेते हैं।

मापन मात्राकरण के नियमों को उपलब्ध कराता है। मापन का किसी गुण से संबंधित होना भी आवश्यक होता है।

12.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप यह जान सकेंगे कि-

- मापन किसे कहते हैं।
- मापन कितने प्रकार का होता है।
- मापन में कौन-कौन से आवश्यक तत्व होते हैं।
- मापन के कार्य।
- मापन की विशेषताएँ।
- मूल्यांकन एवं मापन में क्या अन्तर होता है?

12.3 मापन का अर्थ

मनोविज्ञान तथा अन्य सामाजिक विज्ञानों में मापन का बड़ा महत्वपूर्ण स्थान है। मनोविज्ञान के विकास के प्रारम्भिक काल में कैटिल ने व्यक्तित्व मापन बिने तथा टर्मन ने बुद्धिमापन, थॉर्नडाइक ने अधिगम मापन, एबिंगहास ने स्मृति मापन, स्पीयरमैन ने सांख्यिकीय मापनियों के क्षेत्र में महत्वपूर्ण योगदान दिया। विज्ञान की किसी शाखा की वैज्ञानिकता बहुत सीमा तक संख्याओं तथा गणितीय संक्रियाओं के उपयोग पर निर्भर करती है। इस रूप में मनोविज्ञान की वैज्ञानिकता भी संदेह से परे है, क्योंकि मनोवैज्ञानिक व्यवहार के निरीक्षण तथा परीक्षण द्वारा जो भी तथ्य प्राप्त करता है उसे संख्याओं एवं गणितीय संक्रियाओं द्वारा व्यक्त करने में पूर्ण रूप से सक्षम है। मनोवैज्ञानिक संख्याओं तथा गणितीय संक्रियाओं के द्वारा व्यवहार के विभिन्न आयामों को गुणात्मक या मात्रात्मक रूप से व्यक्त करता है। प्रयोगों तथा परीक्षणों के द्वारा प्राप्त किये गये आंकड़ों के मात्रात्मक वर्णन को ही मापन कहा जाता है।

मापन का क्षेत्र अत्यधिक विस्तृत है। सामान्यतः नियमों के अनुसार अंको के आवंटन या अंकों के निर्धारण को मापन कहा जाता है। थॉर्नडाइक के अनुसार- “प्रत्येक वस्तु यदि थोड़ा भी अस्तित्व रखती है, तब वह किसी न किसी मात्रा में अस्तित्व रखती है तथा कोई भी वस्तु जिसका किसी मात्रा में अस्तित्व है वह मापन के योग्य है।”

टाइलर के अनुसार, “मापन की सबसे सामान्य परिभाषा इस रूप में दे सकते हैं- “साधारण मापन का अर्थ नियमों के अनुरूप संख्याओं का आवंटन है।”

रॉस स्ट्रेन्ज के अनुसार, “मापन जैसे निरपेक्ष शब्द की व्याख्या करना एक कठिन प्रश्न है। प्रायः मापन का अर्थ प्रदत्तों का उनके रूप में वर्णन करना है। मापन किसी वस्तु का शुद्ध तथा वस्तुनिष्ठ वर्णन है।”

सटीवेन्स के अनुसार, “मापन किसी निश्चित नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है।”

हेल्मस्टेडटर के अनुसार, "मापन को एक प्रक्रिया के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसके अन्तर्गत किसी व्यक्ति या वस्तु में स्थित विशेषताओं का आंकिक वर्णन होता है।"

गिलफोर्ड के अनुसार, "मापन का अर्थ आंकड़ों का संख्याओं के रूप में वर्णन है और घूमकर इसका अर्थ उन बहुत से लाभों से लाभान्वित होना है जो संख्याओं और गणितीय चिन्तन की संक्रियाएँ मुहैया करती हैं।"

रेमर्स आदि ने मापन को परिभाषित करते हुए लिखा है कि "मापन उन निरीक्षणों को इंगित करता है जिन्हें मात्रात्मक ढंग से अभिव्यक्त किया जा सकता है तथा जो प्रश्न "कितना का अन्तर देता है।"

चूँकि मापन में गणितीय संक्रियाओं का उपयोग होता है इसलिए वह स्वतः परिशुद्ध और सुस्पष्ट होता है। मापन की भाषा ऐसी होती है जिसे सुस्पष्ट और अपरिवर्तित रूप में दूसरों तक पहुँचाया जा सकता है। गिलफोर्ड का मत है कि, "मापन ऐसा सही, वस्तुनिष्ठ एवं कथनीय वर्णन प्रस्तुत करता है जिसे चिन्तन में आसानी से हस्तचालित किया जा सकता है।"

मनोवैज्ञानिक मापन के द्वारा व्यवहार सम्बन्धी निरीक्षणों और आंकड़ों का मात्रात्मक तथा संख्यात्मक लय से वर्णन सम्भव है। ये मात्रात्मक तथा संख्यात्मक वर्णन मनोवैज्ञानिक निरीक्षणों को परिशुद्धता, वस्तुनिष्ठता तथा कथनीयता प्रदान करते हैं। अर्थात् हम मापन के अन्तर्गत विभिन्न निरीक्षणों, वस्तुओं एवं घटनाओं का मात्रात्मक रूप से वर्णन करते हैं। इसमें अंक प्रदान करने के लिए मापन के विभिन्न स्तरों के अनुकूल विशिष्ट नियमों एवं सिद्धान्तों को प्रतिपादित किया जाता है। इस प्रकार निष्कर्ष रूप में कहा जा सकता है कि मापन किसी वस्तु या व्यक्ति की विशेषताओं को वस्तुनिष्ठ रूप में निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार आंकिक संकेत चिह्न प्रदान करने की प्रक्रिया है।

12.4 मनोवैज्ञानिक मापन के प्रकार

मनोवैज्ञानिक मापन मुख्य रूप से दो प्रकार के होते हैं -

- 1) **मानसिक मापन-** मानसिक मापन का प्रारम्भ बुद्धि के मापन के लिए अल्फ्रेड बिन के द्वारा हुआ विशेष रूप से मानसिक मापन के अन्तर्गत विभिन्न मानसिक क्रियाओं एवं शीलगुणों जैसे- बुद्धि, अभिक्षमता, उपलब्धि, रूचि, योग्यता आदि का मापन किया जाता है। मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है। मानसिक मापन में अंकों का स्वयं कोई अस्तित्व नहीं होता है। जैसे- यदि मानसिक मापन के अन्तर्गत हम कहें कि अमुक व्यक्ति ने किसी बुद्धि परीक्षण में 50 अंक प्राप्त किये हैं तब इसके द्वारा किसी वास्तविक तथ्य की सूचना प्राप्त नहीं होती, क्योंकि इस 50 अंक का स्वयं अपना कोई अस्तित्व नहीं है। मानसिक मापन में कोई निश्चितता नहीं होती है। मानसिक मापन परिवर्तनीय होते हैं। मानसिक मापन वस्तु के किसी आंशिक गुण के मात्रा से ही सम्बन्धित होता है।
- 2) **भौतिक मापन-** भौतिक मापन का आरम्भ प्रयोगात्मक मनोविज्ञान में किये गये प्रयासों के परिणाम स्वरूप हुआ। भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष होती है, इतना ही नहीं भौतिक मापन निश्चित होता है। इसमें

यादृच्छ शून्य बिन्दु होता है। भौतिक मापनों की व्याख्या मानसिक मापनों की अपेक्षा सरल होती है। इसमें सम्पूर्णता एवं वस्तुनिष्ठता पायी जाती है। भौतिक मापन स्थिर होता है।

मानसिक एवं भौतिक मापन में अन्तर

मानसिक मापन	भौतिक मापन
1. मानसिक मापन के अन्तर्गत विभिन्न मानसिक क्रियाओं एवं शीलगुणों का मापन होता।	1. भौतिक मापन के अंतर्गत भौतिक गुणों एवं विशेषताओं का मापन होता है।
2. मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है।	2. भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष प्रकार की होती है।
3. मानसिक मापन में अंकों का स्वयं कोई अस्तित्व नहीं होता है।	3. भौतिक मापन में अंक अत्यधिक महत्वपूर्ण होते हैं।
4. मानसिक मापन में ऐसा कोई भी यादृच्छ शून्य बिन्दु नहीं होता है।	4. भौतिक मापन के अन्तर्गत एक यादृच्छ शून्य बिन्दु होता है।
5. मानसिक मापन भौतिक मापनों की अपेक्षा अधिक परिवर्तनीय होते हैं।	5. भौतिक मापन स्थिर होते हैं।
6. मानसिक मापनों में आत्मनिष्ठता पायी जाती है।	6. भौतिक मापन में वस्तुनिष्ठता पायी जाती है।
7. मानसिक मापन वस्तु के किसी आंशिक गुण के मापन से ही सम्बन्धित होते हैं।	7. भौतिक मापनों में सम्पूर्णता पायी जाती है।
8. मानसिक मापन का विवेचन करना कठिन है।	8. भौतिक मापनों का विवेचन सरलता पूर्वक किया जा सकता है।

12.5 मापन के आवश्यक तत्व

मापन का मुख्य उद्देश्य व्यक्ति का मात्रात्मक रूप से अध्ययन करना है लेकिन हम किसी विशेष समय में व्यक्ति के समस्त गुणों का मापन नहीं कर सकते। इसलिए हमें उसके कुछ गुणों के चयन की आवश्यकता होती है। हम व्यक्ति के उन गुणों का चयन एवं मापन करते हैं जिनका सम्बन्ध उसके वर्तमान अवस्था से होता है। व्यक्ति के किन्हीं भी विशेषताओं के मापन के लिए हम निम्नलिखित तीन सोपानों में मापन करते हैं।

1- गुण को पहचानना एवं परिभाषित करना -

मापन का कार्य प्रारम्भ करने से पूर्व उसके गुणों की पहचान करना तथा परिभाषित करना सर्वप्रथम आवश्यक होता है, इसके बाद उसे परिभाषित करना चाहिए। जैसे-मेज की लम्बाई, कार के टायर के टिकाऊपन, शरीर का तापक्रम, किशोर के संवेगात्मक परिपक्वता आदि। इसके अतिरिक्त किसी गुण की पहचान करने के पश्चात ही उसे परिभाषित किया जाता है।

2- गुणों को अभिव्यक्त या जानने वाले संक्रिया विन्यास को निश्चित करना -

जब मापन किए जाने वाले गुणों को निर्धारित एवं परिभाषित कर लेते हैं तब उन संक्रियाविन्यासों का निर्धारण किया जाता है जिससे गुण विशेष का मापन किया जाता है। मापन की प्रक्रिया के पक्ष में उन संक्रियाओं का वर्णन किया जाता है जिससे मापन किए जाने वाले गुणों की अभिव्यक्ति की जा सके। इस प्रकार मापन के लिए संक्रियाओं की उपयोगिता तथा प्रासंगिकता को निर्धारित करना आवश्यक होता है।

3- गुणों को मात्रात्मक रूप में व्यक्त करना -

मापन के इस तीसरे चरण में संक्रियाओं के निष्कर्षों को मात्रात्मक रूप में व्यक्त किया जाता है। इससे हमें यह सूचना प्राप्त होती है कि व्यक्ति विशेष में कितनी मात्रा पायी जाती है। अर्थात् गुणों को मात्रांकित इकाइयों के रूप में प्रस्तुत किया जाता है।

12.6 मापन के कार्य या उद्देश्य एवं विशेषताएँ

मापन के अनेक कार्य या उद्देश्य हैं-

- 1- मापन का मुख्य उद्देश्य व्यक्ति का मात्रात्मक रूप से अध्ययन करना है।
- 2- पूर्वकथन करना
- 3- तुलना करना
- 4- सामान्य एवं विशिष्ट कठिनाइयों का निदान करना
- 5- चुनाव एवं वर्गीकरण करना
- 6- अनुसंधान कार्य करना

मापन की विशेषताएँ -

- 1- मापन किसी भी वस्तु का आंशिक वर्णन बिल्कुल शुद्ध रूप से करता है।
- 2- इसके द्वारा हम सरलतापूर्वक परिणामों को दूसरों को संचारित कर सकते हैं।
- 3- यह व्यक्ति के मूल्यांकन में सहायक होता है।
- 4- आत्मनिष्ठ मूल्यांकन की अपेक्षा मापन का उपयोग अधिक मितव्ययी है।
- 5- मनोवैज्ञानिक मापन व्यवहार सम्बन्धी निरीक्षणों को अर्थ प्रदान करते हैं।
- 6- मनोवैज्ञानिक मापन व्यक्तियों की योग्यता तथा शीलगुण आदि के बारे में जानकारी प्रदान करते हैं

12.7 मूल्यांकन का अर्थ

मूल्यांकन शब्द का अर्थ व्यापक है। इस शब्द का प्रयोग शिक्षा तथा मनोविज्ञान में किया जाता है। मूल्यांकन एक विस्तृत एवं निरन्तर चलने वाली प्रक्रिया है, जहाँ किसी माप की उपयोगिता के सम्बन्ध में निर्णय एवं मूल्य प्रदान किया जाता है। मूल्यांकन में हम गुणात्मक निर्णय लेते हैं। इसमें मूल्यांकन का आधार गुणात्मक होता है। विद्यालयों में छात्रों के व्यवहार परिवर्तनों के सम्बन्ध में प्रदत्तों का संकलन किया जाता है तथा उन्हें अर्थ प्रदान किया जाता है। इसी प्रक्रिया को मूल्यांकन कहते हैं। मूल्यांकन प्रक्रिया का उपयोग शिक्षण एवं रुचि के उद्देश्यों की प्राप्ति है। जैसे-एक विद्यार्थी तीन घण्टे में 5 प्रश्नों का उत्तर देता है तथा 100 में 50 अंक प्राप्त करता है। यह

मापन का उदाहरण है। लेकिन जब हम इस प्राप्तांक की तुलना कक्षा के समस्त विद्यार्थियों से करके इसी विद्यार्थी को औसत की श्रेणी में वर्गीकृत करते हैं तो यह मूल्यांकन कहा जाएगा। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि मूल्यांकन में किसी मापित मूल्य का अवलोकन कर उसकी उपयोगिता तथा उसके मूल्य का निर्माण किया जाता है।

यंगेर्सन एवं एडम्स के अनुसार-“मूल्यांकन का अर्थ है किसी वस्तु या प्रक्रिया का मूल्या निर्धारित करना”। रेमर्स एवं गेज के अनुसार - “मूल्यांकन के अन्तर्गत व्यक्ति या समाज या दोनों की दृष्टि से जो उत्तम या वांछनीय होता है उसका ही प्रयोग किया जाता है।” मूल्यांकन एक अनवरत प्रक्रिया है जो सम्पूर्ण शिक्षा प्रणाली का एक अभिन्न अंग है तथा इसका मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक उद्देश्य से घनिष्ठ सम्बन्ध रहता है। मूल्यांकन की प्रक्रिया में निर्णय एवं मूल्य अत्यन्त आवश्यक होते हैं। मूल्यांकन की यह विशेषता होती है कि इससे शिक्षार्थियों को पुर्नबलित किया जा सकता है।

मूल्यांकन के उद्देश्य -

- 1- यह शिक्षा के विस्तृत उद्देश्यों को स्पष्ट करता है।
- 2- यह पाठ्यक्रम या विषयवस्तु में परिमार्जन कर उनमें सुधार लाता है।
- 3- यह वैज्ञानिक ढंग से मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक उद्देश्यों, पाठ्यक्रम, कक्षा अध्ययन तथा परीक्षण पद्धतियों को समन्वित करता है।
- 4- यह समस्त विद्यालय कार्यक्रम का मूल्यांकन करता है।
- 5- इसके द्वारा बालक को सीखने के लिए प्रेरित किया जाता है।
- 6- यह उन बिन्दुओं या क्षेत्र की ओर इंगित करता है जहाँ कि उपचारात्मक शिक्षण वांछनीय हो।
- 7- मूल्यांकन बालक, शिक्षक, प्रधानाचार्य, विद्यालय प्रबन्धक, शैक्षिक अधिकारी सभी को सहायता प्रदान करता है।

12.8 मूल्यांकन एवं मापन में अन्तर

शिक्षा एवं मनोविज्ञान दोनों ही क्षेत्रों में मापन एवं मूल्यांकन का व्यापक रूप से प्रयोग किया जाता है। यद्यपि ये दोनों एक दूसरे से पारस्परिक रूप से सम्बन्धित हैं फिर भी दोनों में स्पष्ट भिन्नताएँ दिखाई देती हैं। मूल्यांकन की अपेक्षा मापन का क्षेत्र संकुचित होता है। मापन में हम किसी शीलगुण को मात्रात्मक रूप से ही मापते हैं। जबकि मूल्यांकन के अन्तर्गत हम उसका मात्रात्मक या गुणात्मक दोनों ही प्रकार से विवेचन करते हैं। मूल्यांकन प्रक्रिया का उपयोग शिक्षण एवं अधिगम के उद्देश्यों की प्राप्ति है। ब्राडफील्ड एवं मर्डाक ने मापन एवं मूल्यांकन में अन्तर स्पष्ट करते हुए कहा है कि किसी गोचर के स्थिति का यथासम्भव परिशुद्ध ढंग से विशेषीकृत करने के लिए गोचर के विमाओं के प्रतीक निर्दिष्ट करने की प्रक्रिया को मापन कहते हैं। जबकि मूल्यांकन प्रक्रिया में गोचर को उसके गुणों के आधार पर किसी सामाजिक, सांस्कृतिक या वैज्ञानिक प्रतिमान के सन्दर्भ में प्रतीक निर्दिष्ट किया जाता है। इस प्रकार कहा जा सकता है कि -

- 1- मापन मात्राकरण के लिए नियमों को उपलब्ध कराता है।
- 2- इसमें अमूर्तिकरण की आवश्यकता होती है।
- 3- मापन का किसी गुण से सम्बन्धित होना आवश्यक है।

- 4- मापन में परिमाणात्मक कथन के लिए अंकों का प्रयोग होता है।
- 5- मापन के पूर्व गोचर की विशेषताओं के बारे में पूर्व अनुभव आवश्यक है।
- 6- मापन के द्वारा मालूम होता है कि अमुक वस्तु या शीलगुण कितना है।
- 7- मापन में समय एवं धन दोनों का ही अपव्यय होता है।
- 8- मापन में व्यक्ति की योग्यताओं एवं व्यवहारों का अंशों में अध्ययन किया जाता है।

मूल्यांकन में निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती हैं -

- 1- मूल्यांकन में मात्रात्मक एवं ऋणात्मक दोनों ही प्रकार से विवेचन किया जाता है।
- 2- मूल्यांकन में व्यक्ति की योग्यताओं एवं व्यवहारों का समग्र रूप से अध्ययन किया जाता है।
- 3- मूल्यांकन यह व्यक्त करता है कि कोई वस्तु या शीलगुण कितना अच्छा या सन्तोषजनक है अथवा उसे क्या या कितना अंक दिया जाना चाहिए।
- 4- इससे शिक्षार्थियों को पुनर्बलित किया जा सकता है।
- 5- मूल्यांकन से यह ज्ञात होता है कि किन उद्देश्यों की प्राप्ति हो सकी है तथा कहाँ तक?
- 6- मूल्यांकन से अधिकतम उद्देश्यों की प्राप्ति के आधार पर शिक्षण विधियों एवं प्रतिनिधियों का मूल्यांकन होता है।

12.9 सारांश

इस इकाई के अध्ययन के बाद आप यह जान चुके हैं कि मापन क्या होता है। मापन किन्हीं निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है। मनोवैज्ञानिक मापन में हम विभिन्न व्यवहार परिवर्त्यों का मापन करते हैं। मापन के अन्तर्गत विभिन्न निरीक्षणों, वस्तुओं एवं घटनाओं का मात्रात्मक रूप से अध्ययन करते हैं। मनोवैज्ञानिक मापन मुख्य रूप से दो प्रकार के होते हैं- मानसिक मापन एवं भौतिक मापन। मानसिक मापन के अन्तर्गत विभिन्न मानसिक क्रियाओं एवं शीलगुणों का मापन करते हैं। भौतिक मापन का सम्बन्ध वस्तु तथा पदार्थों के भौतिक गुणों जैसे-भार, लम्बाई, ऊँचाई, आदि के मापन से है। मानसिक तथा भौतिक दोनों प्रकार के मापनों के कुछ निश्चित नियम होते हैं जिनके आधार पर अंक प्रदान किया जाता है। फिर भी प्रकृति से ही दोनों में परस्पर भिन्नताएं दृष्टिगोचर होती हैं। मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है जबकि भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष प्रकार की होती है। अर्थात् मानसिक मापन में अंकों का स्वयं कोई अस्तित्व नहीं होता है, जबकि भौतिक मापन में अंक अत्यधिक महत्वपूर्ण होते हैं। मापन में कुछ आवश्यक तत्व भी होते हैं-

- गुणों को पहचानना एवं परिभाषित करना।
- गुणों की अभिव्यक्ति करने वाले संक्रिया विन्यासों को निर्धारित करना।
- गुणों को मात्रात्मक रूप से व्यक्त करना।

मापन के कुछ अपने कार्य या उद्देश्य होते हैं। जिनमें प्रमुख हैं - पूर्वकथन करना। तुलना करना। सामान्य एवं विशिष्ट कठिनाईयों का निदान करना। चुनाव एवं वर्गीकरण करना। अनुसंधान कार्य करना। मूल्यांकन का अर्थ व्यापक होता है, इस शब्द का प्रयोग शिक्षा तथा मनोविज्ञान में किया जाता है। मूल्यांकन में हम गुणात्मक निर्णय लेते हैं। इसमें मूल्यांकन करने का आधार गुणात्मक होता है। मूल्यांकन एवं मापन में कुछ अन्तर होता है जिसे स्पष्ट करते हुए मर्डाक ने कहा है कि - किसी गोचर की स्थिति को यथासम्भव परिशुद्ध ढंग से विशेषीकृत करने के लिए गोचर के विमाओं को प्रतीक निर्दिष्ट करने की प्रक्रिया को मापन कहते हैं। जबकि मूल्यांकन प्रक्रिया में गोचर को उसके गुणों के आधार पर किसी सामाजिक, सांस्कृतिक या वैज्ञानिक प्रतिमान के सन्दर्भ में प्रतीक निर्दिष्ट किया जाता है।

12.10 शब्दावली

- **मापन:** मापन क्रिया विभिन्न निरीक्षणों, वस्तुओं या घटनाओं को कुछ विशिष्ट नियमों के अनुसार सार्थक एवं संगत रूप से संकेत चिन्ह या आंशिक संकेत प्रदान करने की प्रक्रिया है।
- **मूल्यांकन:** मूल्यांकन गुणात्मक निर्णय करने की एक प्रक्रिया है। यह भी एक प्रकार का मापन है। मूल्यांकन में हम गुणात्मक निर्णय लेते हैं। इसमें मूल्यांकन का आधार गुणात्मक होता है। मूल्यांकन प्रक्रिया का प्रयोग शिक्षण एवं अधिगम के उद्देश्यों की प्राप्ति है।

12.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1- मापन एक ----- शब्द है।
 - 2- मूल्यांकन का अर्थ ----- है।
 - 3- मापन ----- के लिए नियमों को उपलब्ध कराता है।
 - 4- भौतिक मापन में ----- के भौतिक गुणों का मापन होता है।
 - 5- मनोवैज्ञानिक मापन कितने प्रकार का होता है?
अ- तीन ब- चार स-पाँच द-दो
 - 6- मापन में कितने आवश्यक तत्व होते हैं?
अ- तीन ब- चार स-पाँच द-दो
- उत्तर: 1- निरपेक्ष 2-व्यापक 3- मात्राकरण
4- वस्तुओं/व्यक्तियों 5- द (दो) 6- अ (तीन)

12.12 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, डा0 बिपिन एवं अस्थाना, श्वेता (2009): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2।
- भार्गव, डॉ0 महेश (2007): आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण \$ मापन, एच0 पी0 भार्गव बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।

- भाटिया, डा0 तारेश (2003): आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उत्तर प्रदेश)।
- सिंह, डा0 लाभ एवं अन्य (2008): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, एच0पी0 भागर्व बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।
- श्रीवास्तव, डा0 रामजी एवं अन्य (प्रथम संस्करण 1999): मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन, मोती लाल-बनारसी दास, पटना एवं वाराणसी।
- हसनैन, डॉ0 एन0 (नवीनतम संस्करण): मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी एवं मनोभौतिकी, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2।
- Anastasi, Anne. (1988) : Psychological Testing (6th Edn.) London: Mac-Millan Publishing Company
- Garrett. H.E. (1985) : Statistics in Psychology and Education Bombay: Vakils, Feffer and Simons Ltd.
- Ghiselli, E.E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Guilford, J.P. (1954) : Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co..
- Thorndike, R.L. and Hagen, E.P. (1979) : Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.

12.13 निबन्धात्मक प्रश्न

1. मापन के अर्थ को स्पष्ट करते हुए उसके उद्देश्यों का वर्णन कीजिए।
2. मनोवैज्ञानिक मापन कितने प्रकार का होता है। मापन के आवश्यक तत्वों का वर्णन कीजिए।
3. मूल्यांकन के अर्थ को स्पष्ट करते हुए मूल्यांकन एवं मापन में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
4. टिप्पणी लिखिए -

अ- मापन के आवश्यक तत्व ब- मापन की विशेषताएँ

स- मापन के उद्देश्य स- मूल्यांकन

इकाई-13 गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन (Qualitative and Quantitative Measurement)

इकाई सरंचना

- 13.1 प्रस्तावना
- 13.2 उद्देश्य
- 13.3 गुणात्मक मापन
- 13.4 मात्रात्मक या परिमाणात्मक मापन
- 13.5 गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन में अन्तर
- 13.6 सारांश
- 13.7 शब्दावली
- 13.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 13.9 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 13.10 निबन्धात्मक प्रश्न

13.1 प्रस्तावना

मापन का अर्थ है किन्हीं निश्चित इकाइयों में वस्तु या गुण के परिमाण का पता लगाना। थार्नडाइक के अनुसार- प्रत्येक वस्तु जो जरा भी सत्ता रखती है, किसी न किसी परिमाण में सत्ता रखती है और कोई भी वस्तु जिसकी किसी परिमाण में सत्ता है, मापन के योग्य है। मनोवैज्ञानिक मापन भौतिक मापन की अपेक्षा कहीं अधिक जटिल है। मापन का जीवन में अत्यधिक महत्व है। सोते-जागते सभी समयों पर तथा अन्य अनेक अवसरों पर हम मापन का उपयोग करते हैं। मनोविज्ञान एवं शिक्षा के क्षेत्रों में मापन का अत्यधिक महत्व है। इनका सम्बन्ध भौतिक मापन से न होकर मानसिक मापन से है। यह एक अत्यधिक कठिन तथा जटिल कार्य है, क्योंकि मनोवैज्ञानिक मापन में व्यवहार का मापन भी शामिल है। व्यवहार परिस्थिति एवं उद्दीपक के साथ बदलता रहता है। इसलिए मानसिक मापन कभी निश्चित नहीं हो सकता है। भौतिक एवं मनोवैज्ञानिक मापन में मुख्य अन्तर यह है कि भौतिक मापन मुख्यतः परिमाणात्मक होता है जबकि मनोवैज्ञानिक मापन मुख्यतः गुणात्मक होता है। परिमाणात्मक से अर्थ है ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता है। जिसमें आकार, विषयवस्तु, परिमाण आदि गुण हों, जिसे देखा जा सके और जिसकी उपस्थिति व अनुपस्थिति का अनुभव किया जा सके।

13.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप यह जान सकेंगे कि-

- गुणात्मक मापन क्या है ?
- मात्रात्मक मापन क्या है ?

- गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन में अन्तर क्या है ?

13.3 गुणात्मक मापन

गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ एवं अनिश्चित होता है। जैसे-किसी अध्यापक, अधिकारी या कर्मचारी के कार्य का निर्णय। किसी खिलाँने के गुण के सम्बन्ध में निर्णय करते समय हमें किसी प्रतिमान को आधार बनाना पड़ता है और उन प्रतिमान की तुलना में खिलाँने के सम्बन्ध में निर्णय लेना पड़ता है। इस प्रकार के प्रतिमान की सत्ता मूल्यांकन करने वाले के मन में रहती है। यह आवश्यक नहीं है कि यह प्रतिमान उचित हो। जब भी कोई पर्यवेक्षक या अधिकारी किसी अध्यापक या अपने किसी अधीनस्थ के बारे में निर्णय लेता है तो वह उसके सारे कार्य को नहीं देखता है। वह उसके किसी एक गुण को ले लेता है, वह उसके बारे में इस प्रकार से निर्णय लेता है कि वह श्रेष्ठ, मध्यम या निम्न है। किन्तु इन प्रतीकों का कोई निश्चित मूल्य नहीं होता है। ऐसे ही जब कोई अध्यापक किसी छात्र द्वारा लिखे प्रश्न को मूल्यांकित करता है तो वह उसके सम्पूर्ण विशेषताओं या सम्पूर्ण घटकों को न लेते हुए कुछ प्रतिमानों को आधार मानकर उसे अंक दे सकता है। यह केवल अध्यापक के मान में स्थित प्रतिमान पर निर्भर है। इस प्रकार गुणात्मक मापन की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं -

- 1- इसमें कोई शून्य बिन्दु नहीं होता है।
- 2- मानसिक या गुणात्मक मापन की इकाइयाँ आपस में समान नहीं हैं।
- 3- भौतिक मापन जैसे-60 पौण्ड या 10 इंच निश्चित परिमाण की ओर संकेत करते हैं।
परन्तु मनोवैज्ञानिक मापन में ऐसा नहीं है।
- 4- गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्रायः मानक होते हैं, जो सामान्य वितरण में औसत निष्पादन के आधार पर बनाए जाते हैं।

13.4 मात्रात्मक या परिमाणात्मक मापन

मनोवैज्ञानिक मापन में भौतिक मापन मुख्य रूप से परिमाणात्मक या मात्रात्मक होता है। मात्रात्मक से तात्पर्य है ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो, जिसमें आकार, विषयवस्तु, परिमाण आदि गुण हो, जिसे देखा जा सके और जिसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति को अनुभव किया जा सके। इन अर्थों में भौतिक मापन मात्रात्मक हुआ जैसे - दूरी, लम्बाई, क्षेत्रफल, भार, आयतन आदि का मापन हुआ। इन मापनों के लिए कुछ इकाइयों की आवश्यकता पड़ती है। मात्रात्मक मापन में निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती हैं-

1. इन सभी इकाइयों का सम्बन्ध एक शून्य बिन्दु से होता है। इकाई का अर्थ होता है शून्य बिन्दु से ऊपर एक निश्चित मूल्य जैसे-5 फीट का अर्थ है 0 से ऊपर 5 फीट।
2. परिमाणात्मक मापन में किसी यन्त्र पर समान इकाइयाँ समान परिमाण की होती हैं। जैसे - 1 फीट के सभी इंच बराबर दूरी के होते हैं।
3. परिमाणात्मक मापन अपने आप में सम्पूर्ण होता है।
4. किसी वस्तु का मापन स्थिर या निरपेक्ष होता है। परिमाणात्मक मापन वस्तुनिष्ठ होता है। यह आत्मनिष्ठ मूल्यांकन से प्रभावित नहीं होता है।

13.5 गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन में अन्तर

गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन में निम्नलिखित अन्तर पाए जाते हैं -

1. परिमाणात्मक मापन में एक शून्य बिन्दु होता है जबकि गुणात्मक मापन में कोई शून्य बिन्दु नहीं होता बल्कि एक प्रतिमान या मानक होता है।
2. परिमाणात्मक मापन एक निश्चित तथा निरपेक्ष मूल्य की इकाइयां होती है जबकि गुणात्मक मापन में अनिश्चित तथा केवल सापेक्ष मूल्य की इकाइयां होती हैं।
3. परिमाणात्मक मापन में वस्तु की सम्पूर्ण मात्रा या परिमाण का मापन सम्भव है। गुणात्मक मापन में किसी वस्तु के आंशिक गुण का ही मापन सम्भव है।
4. परिमाणात्मक मापन वस्तुनिष्ठ होता है जबकि गुणात्मक मापन प्रायः आत्मनिष्ठ होते हैं।

13.6 सारांश

मनोवैज्ञानिक मापन दो प्रकार का होता है भौतिक मापन एवं मानसिक मापन। भौतिक मापन मुख्यतः परिमाणात्मक होता है और मानसिक मापन मुख्यतः गुणात्मक होता है। परिमाणात्मक मापन वस्तुनिष्ठ होता है जबकि गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ होता है। परिमाणात्मक मापन में एक शून्य बिन्दु होता है। जबकि परिमाणात्मक मापन में निश्चित तथा निरपेक्ष मूल्य की इकाई होती है। गुणात्मक मापन में अनिश्चित तथा केवल सापेक्ष मूल्य की इकाइयां होती हैं। गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्रायः मानक होते हैं जो सामान्य वितरण में औसत निष्पादन के आधार पर बनाए जाते हैं।

13.7 शब्दावली

- **परिमाणात्मक या मात्रात्मक मापन:** ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो, जिसमें आकार, विषयवस्तु, परिमाण आदि गुण हो, जिसे देखा जा सके, जिसकी उपस्थिति तथा अनुपस्थिति को अनुभव किया जा सके।
- **गुणात्मक मापन:** गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ एवं अनिश्चित होता है। इसमें कोई शून्य बिन्दु नहीं होता है बल्कि एक प्रतिमान या मानक के आधार पर किसी वस्तु या व्यक्ति का मापन या मूल्यांकन किया जाता है।

13.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1- परिमाणात्मक मापन में ----- होता है।
- 2- परिमाणात्मक मापन वस्तुनिष्ठ होता है। सत्य/असत्य
- 3- गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ होता है। सत्य/असत्य
- 4- गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्रायः -----होते हैं।

उत्तर: 1- शून्य बिन्दु 2- सत्य 3-सत्य 4-मानक

13.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, डा० बिपिन एवं अस्थाना, श्वेता (2009): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2।
- भार्गव, डॉ० महेश (2007): आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण \$ मापन, एच० पी० भार्गव बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।
- भाटिया, डा० तारेण (2003): आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उत्तर प्रदेश)।
- सिंह, डा० लाभ एवं अन्य (2008): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, एच०पी० भार्गव बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।
- श्रीवास्तव, डा० रामजी एवं अन्य (प्रथम संस्करण 1999): मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन, मोती लाल-बनारसी दास, पटना एवं वाराणसी।
- हस्नैन, डॉ० एन० (नवीनतम संस्करण): मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी एवं मनोभौतिकी, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2।
- Anastasi, Anne. (1988) : Psychological Testing (6th Edn.) London: Mac-Millan Publishing Company
- Garrett. H.E. (1985) : Statistics in Psychology and Education Bombay: Vakils, Feffer and Simons Ltd.
- Ghiselli, E.E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Guilford, J.P. (1954) : Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co..
- Thorndike, R.L. and Hagen, E.P. (1979) : Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.

13.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. गुणात्मक मानक का वर्णन कीजिए।
2. परिमाणात्मक या मात्रात्मक मापन का वर्णन कीजिए।
3. गुणात्मक एवं मात्रात्मक मापन का वर्णन करते हुए दोनों के बीच अन्तर स्पष्ट कीजिए।

इकाई-14 मनोवैज्ञानिक मापन के विभिन्न स्तर : (शाब्दिक स्तर, क्रमिक स्तर, अंतराल स्तर एवं अनुपात स्तर)

(Different Levels of Psychological Measurement (Nominal, Ordinal, Ratio and Internal))

इकाई सरंचना

- 14.1 प्रस्तावना
- 14.2 उद्देश्य
- 14.3 मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर या मापनियाँ
- 14.4 मनोवैज्ञानिक मापनी विधियाँ
- 14.5 सारांश
- 14.6 शब्दावली
- 14.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 14.8 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 14.9 निबन्धात्मक प्रश्न

14.1 प्रस्तावना

जब कोई शोधकर्ता किसी प्रकार का अध्ययन करना चाहता है तो उसके लिए आवश्यक है कि वह चर का मापन परिमाणात्मक रूप से करे। वैज्ञानिकों का मत है कि परिमाणात्मक मापन के आधार पर ही शुद्ध जॉच की जा सकती है। यह मापन कई प्रकार का होता है जिसे परिशुद्ध के विभिन्न अंशों तक ले जाया जा सकता है। जब किसी व्यक्ति या उद्देश्य को गुण या लक्षण के सम्बन्ध में क्रमसूचक में कोटिबद्ध या व्यवस्थित किया जाता है तो इसके लिए सरलतम मापन की आवश्यकता होती है। इस कार्य में परिणामों की विशेषताओं के अनुसार अंक दिया जाता है। मनोवैज्ञानिकों ने मापन के विभिन्न प्रकारों या स्तरों का अधिकतम उपयोग किया है। वे स्टीवेन्स (195-1) द्वारा बताई गयी प्रणाली पर आधारित हैं। स्टीवेन्स के प्रणाली के अनुसार 4 प्रकार से अंक प्रदान कर सकते हैं। मापन के चारों स्तरों में निहित अंक प्रदान करने के नियम तथा गणितीय संक्रियाएँ भिन्न हैं। आज 4 प्रकार की मापनियाँ उपलब्ध हैं। इन चारों मापनियों में वस्तुओं तथा घटनाओं को अंक प्रदान करने के नियम भिन्न हैं तथा सरलता से जटिलता की ओर बढ़ते हैं।

मापनी वह साधन है जिसके द्वारा किसी वस्तु या व्यक्ति की विशेषताओं को वस्तुनिष्ठ रूप से, निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार चिन्ह प्रदान कर मापन करना सम्भव होता है। किसी वस्तु की लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई का मापन इंच, फीट या मीटर में किया जा सकता है। दूरी का मापन किलोमीटर में, भार का मापन किलोग्राम में, विद्युत धारा का मापन एम्पीयर में या फिर अन्य पदार्थों का शुद्ध तथा वैज्ञानिक विधि द्वारा मापन

किया जाता है। इसी प्रकार सामाजिक तथा वैज्ञानिक घटनाओं का भी मापन विभिन्न विधियों द्वारा सम्भव है। इस प्रकार की विधियों को भी मनोवैज्ञानिक मापनी विधियाँ कहते हैं। मनोवैज्ञानिक विधियाँ चार प्रकार की हैं जो अधिक प्रचलित हैं - श्रेणी मूल्यांकन विधि, कोटिक्रम निर्धारण विधि युग्म तुलना विधि एवं क्रमिक वर्ग विधि। इनका वर्णन आगे किया जाएगा।

14.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप यह जान सकेंगे कि-

- मापन के कितने स्तर हैं।
- कौन-कौन सी मनोवैज्ञानिक मापनी विधियाँ हैं।

14.3 मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर या मापनियाँ

यद्यपि मापन को विभिन्न दृष्टिकोणों से समझा जाता है फिर भी सामान्य रूप से किसी विशेष नियम के अनुसार वस्तुओं को संख्यात्मक मूल्य देना ही मापन कहा जाता है। जब किसी स्थिति, व्यवहार, व्यक्ति, वस्तु या घटना को विशेष संकेत या संख्या देकर उसकी विशेषताओं को व्यक्त किया जाता है तो इस प्रक्रिया को मात्राकरण, मात्रात्मक वर्णन या मापन कहा जाता है।

मनोवैज्ञानिक मापन में विभिन्न प्रदत्तों को चार स्तरों के अन्तर्गत रखा जाता है। विषयवस्तु भौतिक हो या सामाजिक या मनोवैज्ञानिक उसका मापन कई स्तरों से हो सकता है। निम्न स्तर के मापन में सुगमता होती है। किन्तु परिशुद्धता बहुत कम मात्रा में पायी जाएगी जबकि उच्चतम स्तर के मापन में जटिलता होगी, किन्तु मापन अधिक परिशुद्ध होगा। स्टीवेन्स ने मापन के चार सामान्य स्तरों का उल्लेख किया है। ये चार स्तर हैं - 1- नामित या शाब्दिक स्तर 2- क्रमिक स्तर या मापनी 3-अन्तराल स्तर या मापनी एवं 4- अनुपात स्तर या मापनी

1) नामित (शाब्दिक) स्तर या मापनी- केवल नामित मापनी को ही गुणात्मक चरों के मापन के लिए प्रयोग किया जा सकता है। यह मापनी मापन का सबसे निचला स्तर है। इसमें विभिन्न वस्तुओं या घटनाओं को संख्याएँ आवंटित करने का नियम यह है कि उन्हें मात्र नाम प्रदान किया जाता है। अंकों का आवंटन केवल क्रम संख्या के रूप में किया जाता है। यह क्रम संख्या वस्तुओं तथा घटनाओं को केवल एक दूसरे से अलग करने के लिए दी जाती है। इस मापनी में आवंटन विभिन्न संख्याएँ केवल एक चिह्न या निशान होते हैं जो एक दूसरे को अलग करते हैं। इसीलिए इसे चिह्न मापनी भी कहते हैं। मापन की इस सरलतम मापनी में वस्तुओं या घटनाओं को किसी गुण या विशेषताओं के आधार पर अलग-अलग समूहों में रख दिया जाता है तथा प्रत्येक व्यक्ति या समूह की पहचान के लिए उसे कोई अमुक नाम संख्या या चिह्न दे दिया जाता है। जैसे- खिलाड़ियों के चेस्ट नं0 या जर्सी नं0, विभिन्न प्रकार के रसायनों पर दिये गये नं0 केवल खिलाड़ियों एवं रसायनों की पहचान के लिए दिये जाते हैं ये किसी मापित विशेषता के सूचक नहीं होते हैं। व्यवसाय के आधार पर व्यक्तियों को डॉक्टर, इंजिनियर, अध्यापक, वकील, लिपिक आदि वर्गों में रखा जाता है इनमें किन्हीं निश्चित प्रकार का मात्रात्मक सम्बन्ध नहीं होता है। इस स्तर या मापनी में हमेशा किसी विशेष पक्ष के

आधार पर वर्गों की रचना होती है, इसीलिए उनमें आंतरिक सजातीयता पायी जाती है। शाब्दिक या नामिक स्तर के मापन में समूहों में वस्तुएँ किसी न किसी रूप में मिलती-जुलती होनी चाहिए।

इस प्रकार नामिक स्तर का मापन पूर्णतः गुणात्मक मापन है जिसमें गुणों के आधार पर अलग-अलग वर्गों में किसी विशेष नाम संख्या या संकेत के रूप में रखा जाता है। यह सभी परस्पर समान होते हुए भी एक दूसरे से भिन्न होते हैं।

2) **क्रमिक स्तर या मापनी-** यह मापन का दूसरा स्तर है जो नामिक मापनी से थोड़ा उच्च कोटि का है। इसमें विभिन्न व्यक्तियों, वस्तुओं या घटनाओं को संख्या आवंटित करने का अपेक्षाकृत हल्का सा जटिल नियम अपनाया जाता है। इसमें व्यक्तियों की मापी गयी विशेषता के आधार पर अधिकतम से न्यूनतम मात्रा वाले व्यक्तियों को कोटियाँ या श्रेणियाँ आवंटित की जाती हैं। जैसे- बुद्धिलब्धि की मात्रा के आधार पर अ, ब, स, द, य छात्रों की अधिकतम बुद्धिलब्धि से न्यूनतम बुद्धिलब्धि की ओर या फिर 1, 2, 3, 4, 5 आदि या कोटियों में रखना। इस प्रकार की मापनी के प्रयोग में क्रम देने के लिए प्रायः दो विधियों का प्रयोग होता है। प्रथम है - पंक्तिक्रम विधि जिसमें कि वस्तुओं आदि को कोटिक्रम के अनुसार क्रमबद्ध कर लिया जाता है। जैसे- अपनी रुचि एवं स्वाद के आधार पर मिठाइयों की व्यवस्था इस क्रम में- रसगुल्ला-1, गुलाबजामुन-2, बर्फी-3, लड्डू-4, पेड़ा-5 आदि में करते हैं। इसकी दूसरी विधि युग्म तुलना विधि है जिसमें समूह के समस्त (n) पदार्थों की युग्म या जोड़ों में तुलना की जाती है। किसी समूह में $N(n-1)$

कितने जोड़े बनेंगे उनके लिए ${}^nC_2 = \frac{N(N-1)}{2}$ सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

2

3) **अन्तराल स्तर या मापनी-** मापन का यह तीसरा स्तर है। यह क्रम सूचक मापनी से थोड़ा भिन्न है। अन्तराल मापनी यह बताती है कि व्यक्तियों या वस्तुओं में कितना अन्तर है या दोनों एक-दूसरे से कितनी दूरी पर है या मापित विशेषता में समूह के व्यक्ति एक-दूसरे से कितना भिन्न हैं। इसमें वस्तुएँ या घटनाएँ मापित विशेषता के आधार पर समान अन्तरालों में होती हैं तथा एक दूसरे से समान मात्रा या दूरी पर होती हैं। इसीलिए इसे समान इकाई मापनी भी कहा जाता है।

इस मापनी में मापनी संख्याओं या अन्तराल मूल्यों पर सांख्यिकीय गणनाएँ की जाती हैं, किन्तु उनकी मात्रा की भिन्नता पर नहीं। अन्तराल मापनी मूल्यों पर लगभग सभी समान सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किया जा सकता है। इस मापनी की सबसे बड़ी कमजोरी यह है कि इसमें कोई वास्तविक शून्य बिन्दु नहीं पाया जाता है इसलिए समान दूरी पर व्यवस्थित अंक ही इस मापनी की स्थिर इकाई हैं। इसलिए इस मापनी द्वारा सापेक्षिक मापन तो सम्भव है, लेकिन निरपेक्ष मापन नहीं। इस स्तर की मापनी का सर्वश्रेष्ठ उदाहरण थर्मामीटर है।

4) **अनुपात स्तर या मापनी-** यह मापन की सर्वोच्च स्तर की मापनी है। यह मापनी अन्य मापनियों की अपेक्ष श्रेष्ठ, उच्च स्तरीय तथा वैज्ञानिक है। इसमें अन्तराल मापनी की समस्त विशेषताओं के साथ-साथ एक सत्य शून्य बिन्दु विद्यमान रहता है जो अन्य किसी भी मापनी में नहीं होता है बल्कि इसका तात्पर्य किसी शीलगुण

या विशेषता की शून्य मात्रा से है। भौतिक मापन के अनेक ऐसे उदाहरण हैं जहाँ निरपेक्ष शून्य बिन्दु पाया जाता है। जैसे-मीटर, मिलीमीटर, लीटर, ग्राम आदि। जब हम कपड़े की लम्बाई, वस्तुओं का भार या स्थानों की दूरी का मापन करते हैं तब ऐसी स्थिति में शून्य बिन्दु से ही प्रारम्भ किया जाता है। वास्तव में शून्य इंच की लम्बाई या शून्य किलोमीटर की दूरी कोई लम्बाई या दूरी नहीं होती, इसीलिए अनुपात मापनी में वास्तविक शून्य बिन्दु को ही मापनी का प्रारम्भिक बिन्दु माना जाता है। ऐसा होने के कारण ही हम दो विभिन्न दूरी के स्थानों में अनुपात का पता लगा लेते हैं और निश्चित रूप से कह सकते हैं कि अ स्थान ब स्थान से आधी या तिगुनी दूरी पर है। इसी प्रकार यदि किसी गुण विशेष की मात्रा के आधार पर सुरभ, नेहा तथा अनुमिता को 15, 30 तथा 60 अंक प्रदान किये जाएं तो यह अर्थ होगा कि सुरभ के अन्दर वह गुण जिस मात्रा में विद्यमान है नेहा में उनकी दुगुनी तथा अनुमिता में चौगुनी मात्रा में पाया जाता है। अतः इस मापनी की प्रत्येक इकाई को दी गयी संख्या मापित गुण की विभिन्न मात्राओं के बीच की अनुपात को प्रकट करती है।

14.4 मनोवैज्ञानिक मापनी विधियाँ

मनोवैज्ञानिक प्रक्रियाओं एवं व्यवहार की विशेषताओं के मापन हेतु विद्वानों ने विभिन्न प्रकार की मापनी विधियों को विकसित किया। इन मापनी विधियों को सामान्य रूप से दो वर्गों में बाँटा गया है-

1- कोटिसूचक मापनियाँ 2- सम-अन्तर एवं समानुपात मापनियाँ

कोटिसूचक मापनियाँ किसी भी मनोवैज्ञानिक विशेषता या व्यवहार की मात्रा को श्रेणियों के क्रम से इंगित करती हैं। इस प्रकार की विधियों में युग्मतुलना विधि, कोटि निर्धारण विधि, उद्दीपक मूल्यांकन विधि तथा क्रमिक वर्गों की विधि प्रमुख है। इसका वर्णन नीचे किया जा रहा है।

उपर्युक्त मापनी विधियों के अलावा समान संवेदनान्तर विधि, समअन्तर दृष्टि विधि, प्रभाजन विधि एवं बहुउद्दीपकों की मापन के विधियाँ भी हैं।

1) युग्मतुलना विधि- इस विधि का सर्वप्रथम प्रयोग 1894 में कोन ने किया। इसके बाद 1927 में थर्स्टन ने इसे प्रयुक्त किया। इस विधि के अन्तर्गत समस्त उद्दीपक प्रयोज्यों के समक्ष इस प्रकार प्रस्तुत होते हैं कि उनके अधिकतम जोड़े सम्भव बन सकें अर्थात् इस विधि के प्रयोग की मौलिक विशेषता यह है कि समस्त उद्दीपक अन्य समस्त उद्दीपकों के साथ युगल (जोड़े) रूप में प्रस्तुत किए जाते हैं। प्रयोज्य को प्रत्येक जोड़े में से एक उद्दीपक को अन्य की तुलना में किसी दृष्टिकोण से श्रेष्ठ, पसन्द, अधिक या बड़ा कहना होता है। इसलिए इस विधि में अक्सर प्रयोज्य के समक्ष एक साथ दो उद्दीपक प्रस्तु किए जाते हैं एवं एक जोड़ा उद्दीपकों की तुलना करने के पश्चात दूसरे जोड़े को प्रयोज्य के समक्ष प्रस्तुत किया जाता है। इस विधि की मुख्य विशेषता यह है कि समस्त उद्दीपक एक ही तरह के होते हैं। जैसे- रंगों को उनके पसन्दगी की दृष्टि से, विद्यालय विषयों को रुचि की दृष्टि से तथा व्यवसायों का उपयोगिता की दृष्टि से चयन किया जाता है। इस विधि का प्रयोग प्रायः मूल्य का निर्णय करने तथा रुचि का निर्धारण करने में उपयुक्त किया जाता है। इस विधि में प्रत्येक बार दो उद्दीपक प्रस्तुत किए जाते हैं तथा प्रयोज्य दोनों की तुलना कर यह बताता है कि

किसी विशेष दृष्टिकोण से यह पसन्द किया। इस प्रकार जितने उद्दीपक उत्पन्न होते हैं उनसे बनने वाले समस्त समान युगलों की संख्या निम्नलिखित सूत्रों के आधार पर निर्धारित किया जाता है –

$$\text{युगल संख्या} = \frac{\text{उद्दीपक संख्या (उद्दीपक संख्या-1)}}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$$

$$\text{मान लीजिए 5 उद्दीपक हैं तो उनसे बनने वाले जोड़े} = \frac{\text{पाँच (पाँच-1)}}{2} = 10$$

इस विधि में जोड़े के रूप में उद्दीपकों की तुलना करने के बाद मौलिक रूप से चयनित प्राप्तांकों को अंकित करते हैं, इस आधार पर कि कौन सा उद्दीपक सबसे अधिक या कम बार चुना गया। इसे सी प्राप्तांक कहते हैं। इनका अलग-अलग औसत प्राप्तांक निकाल कर पुनः उन्हें अनुपातलब्धि तथा लब्धि में बदल दिया जाता है। औसत मान निकालने के लिए उद्दीपक की लब्धियों का योग प्राप्त कर उसे छ-1 से विभाजित कर दिया जाता है।

2) कोटि निर्धारण विधि- इस विधि का प्रयोग विभिन्न विषयों के प्रमुख व्यक्तियों का निर्धारण करने में कैटिल ने 1902 में किया, इसके बाद स्पीयरमैन ने 1904 में व्यवहार का सहसम्बन्ध मापने में कोटिक्रम सहसम्बन्ध का प्रयोग किया। इस विधि में प्रयोज्य के समक्ष कुछ उद्दीपक प्रस्तुत किए जाते हैं तथा मापनी विमा के आधार पर वह किसी उद्दीपक समुच्चय को क्रमों में व्यवस्थित करता है। इस विधि में जितने उद्दीपक होते हैं उतने ही कोटियां बनती हैं, क्योंकि प्रयोज्य एक उद्दीपक को एक ही कोटि प्रदान करता है। इस विधि में प्रथम स्थान सबसे अधिक पसन्द वाले व्यक्ति को दिया जाता है। क्रमों का अधिक शुद्ध एवं निश्चित मान ज्ञात करने के लिए क्रम निर्धारण एक ही व्यक्ति द्वारा पुनः-पुनः या कई व्यक्तियों द्वारा किया जाता है।

इस विधि को इस उदाहरण के द्वारा स्पष्ट रूप से समझा जा सकता है। मान लीजिए हमारे समक्ष 5 खूबसूरत स्थान हैं। हम यह जानना चाहते हैं कि सुन्दरता की दृष्टि से इन स्थानों की कौन-कौन सी कोटियां हैं। इसके लिए हम 5 व्यक्तियों से कोटि का निर्धारण करा लेते हैं। प्रत्येक व्यक्ति सबसे खूबसूरत स्थान को 1 कोटि तथा इसी तरह सबसे कम खूबसूरत स्थान को 5वीं कोटि प्रदान करता है। इन 5 व्यक्तियों से प्राप्त कोटि का निर्णय नीचे तालिका में दिया गया है।

निर्णायक	स्थान (शहर)				
	अल्मोड़ा	नैनीताल	बंगलोर	गोवा	दार्जिलिंग
राम	1	2	3	5	4
श्याम	1	2	3	4	5
मोहन	3	1	2	4	5
कृष्ण	2	1	3	5	4
अजीत	3	2	5	4	1
कोटि अंक	10	8	16	22	19
औसत	2.2	1.6	3.2	4.4	3.8

उपर्युक्त तालिका के आधार पर यह पाया गया कि 5 निर्णायकों ने नैनीताल को खूबसूरती की दृष्टि से सबसे श्रेष्ठ शहर फिर अल्मोड़ा, बंगलोर, दार्जिलिंग तथा गोवा को कोटियां प्रदान की

3) **उद्दीपक मूल्यांकन विधि-** इस विधि का सर्वप्रथम प्रयोग गाल्टन ने 1863 में किया तथा उन्होंने प्रतिमाओं की स्पष्टता मापने का प्रयास किया। 1895 में मेजर ने रंगों का अनुभवात्मक मूल्य निर्धारित करने में तथा 1941 में लावनियर ने अनुभवात्मक निर्णय करने में इस विधि का प्रयोग किया।

इस विधि में कई उद्दीपको का चयन कर लिया जाता है तथा कई बार उनके समक्ष एक ही उद्दीपक दिया जाता है। इसमें कोई मानक उद्दीपक नहीं होता है। यह विधि लिफ्ट के मापनी विधि के बहुत कुछ समान है। इस विधि से निर्मित मापनियों के अनेक प्रकार हैं - आंकिक मापनियां, आलेख चित्रण मापनियां, मानक मापनियां, संचित बिन्दु वाली मापनियां एवं बाह्य विकल्प मापनी।

4) **क्रमिक वर्ग विधि-** यह विधि बोगार्डस की समाजिक दूरी मापनी के समान है। इसमें विभिन्न उद्दीपकों में से प्रत्येक को किसी एक मात्रात्मक वर्ग में शामिल किया जाता है। इसमें यह ध्यान नहीं दिया जाता है कि वर्गों के पारस्परिक अन्तराल समान हो। इतना अवश्य मान लिया जाता है कि समस्त वर्ग प्रारम्भ से अंत तक कोटि क्रम में व्यवस्थित है। जैसे मान लिया जाए 5 फिल्मी अभिनेता हमारे समक्ष हैं तथा यह ज्ञात करना है कि लोकप्रियता के आधार पर उन्हें क्रमिक वर्गों में किस प्रकार विभक्त किया जा सकता है। लोकप्रियता यहाँ एक मनोवैज्ञानिक विमा है जिसे 7 वर्गों में विभक्त किया गया है -

क- अत्यधिक लोकप्रिय

ख- अति लोकप्रिय

ग- लोकप्रिय

घ- सामान्य

ङ- अलोकप्रिय

च- अति अलोकप्रिय

छ- अत्यधिक अलोकप्रिय

इस मापनी में कुछ निर्णायकों या प्रयोज्यों द्वारा 5 अभिनेताओं की लोकप्रियता को 7 वर्गों में बॉट दिया जाता है। पुनः इनका वर्गीकरण अनुपात ज्ञात कर संचयी अनुपात ज्ञात कर लिया जाता है। इसके बाद वर्गीकरण में विवेचनशीलता देखी जाती है।

उपर्युक्त मापनी विधियों के अतिरिक्त कुछ अन्तराली मापनियाँ भी हैं। ये अंतराली विधियाँ हैं - समान संवेदनान्तर विधि, समभाषी अंतरालों की विधि, प्रभाजन विधि एवं बहुल उद्दीपकों की विधि।

14.5 सारांश

मनोवैज्ञानिक मापन में विभिन्न प्रदत्तों को चार स्तरों के अन्तर्गत रखा जाता है। मापन की परिशुद्धता, उसके मापन स्तर तथा वैज्ञानिकता को दृष्टि में रखते हुए मापन के चार स्तर या मापनियों का प्रयोग किया जाता है। ये चार स्तर हैं - नामिक या शाब्दिक स्तर, क्रमिक स्तर, अन्तराल स्तर तथा अनुपात स्तर। प्रायः प्रत्येक मापनी या स्तर के अपने-अपने नियम, विशेषताएँ, सीमाएँ तथा उपयुक्त सांख्यिकीय विधियाँ होती हैं।

विद्वानों ने विभिन्न प्रकार की मापनी विधियों को विकसित किया है। सामान्य रूप से इन मापनी विधियों को दो वर्गों में विभक्त किया जाता है - कोटि सूचक मापनियाँ तथा समअन्तर एवं समानुपात मापनियाँ। इन दोनों प्रकार की मापनी विधियों में प्रमुख हैं - युग्म तुलना विधि, कोटि निर्धारण विधि, उद्दीपक मूल्यांकन विधि तथा क्रमिक वर्गों की विधि। गिलफोर्ड ने समानुपातिक एवं अन्तराली निर्णयों के आधार पर चार विधियों का उल्लेख किया है समान संवेदनान्तर विधि समभाषी अन्तरालों की विधि, प्रभाजन विधि एवं बहुल उद्दीपकों की विधि।

14.6 शब्दावली

- **नामिक तथा शाब्दिक स्तर:** यह मापन की सबसे सरलतम मापनी है। इसमें वस्तुओं या घटनाओं को किसी गुण या विशेषताओं के आधार पर अलग-अलग समूहों में रख दिया जाता है तथा प्रत्येक व्यक्ति या समूह की पहचान के लिए उसे कोई अनुक नाम, संख्या या चिन्ह दे दिया जाता है अतएवं एक समूह में शामिल समस्त पदार्थ आपस में समान तथा अन्य समूह के प्रत्येक पदार्थ से भिन्न होते हैं।
- **क्रमिक स्तर:** इस स्तर के मापन में व्यक्तियों, वस्तुओं, घटनाओं विशेषताओं या प्रतिक्रियाओं को किसी गुण या लक्षण के आधार पर उच्चतम से निम्नतम क्रम में व्यवस्थित किया जाता है तथा प्रत्येक वस्तु आदि को एक क्रम सूचक अंक प्रदान किया जाता है।

- **अन्तराल स्तर:** इसमें दो वस्तुओं, व्यक्तियों या वर्गों के बीच की दूरी या अन्तर को एक अंक के माध्यम से ज्ञात किया जाता है तथा प्रत्येक अंक का स्तर या दूरी सम होती है। इसमें कोई वास्तविक शून्य बिन्दु नहीं माना जाता है, इसलिए सम दूरी पर व्यवस्थित अंक ही इस मापनी की स्थिर इकाई हैं।
- **अनुपात स्तर:** यह मनोवैज्ञानिक मापन की सर्वोच्च स्तर मापनी है। इसमें अन्तराल मापनी की समस्त विशेषताएँ पायी जाती है। इसमें सत्य शून्य बिन्दु भी रहता है जो कि अन्य किसी भी मापनी में नहीं रहता है। इसमें समानुपात का निर्धारण किया जाता है।
- **युग्म तुलना विधि:** इस विधि में प्रत्येक बार दो उद्दीपक प्रस्तुत किए जाते हैं तथा प्रयोज्य दोनों की तुलना कर यह बताता है कि किस विशेष दृष्टिकोण से उसने यह पसन्द किया। इसमें अक्सर प्रयोज्य के समक्ष एक जोड़ा उद्दीपकों की तुलना करने के पश्चात दूसरे जोड़े को प्रयोज्य के समक्ष प्रस्तुत किया जाता है।
- **कोटि निर्धारण विधि:** इस विधि में प्रयोज्य के सम्मुख कुछ उद्दीपक प्रस्तुत किये जाते हैं था मापनी विमा के आधार पर वह किसी उद्दीपक समुच्चय को क्रमों में व्यवस्थित करता है।
- **उद्दीपक मूल्यांकन विधि:** इस विधि में कई उद्दीपकों का चयन कर लिया जाता है तथा प्रत्येक बार उनमें से एक ही उद्दीपक प्रयोज्य के समक्ष दिया जाता है। इनमें किसी प्रकार का मानक उद्दीपक न होकर एकाकी उद्दीपक को रखा जाता है।
- **क्रमिक वर्ग विधि:** इस विधि में विभिन्न उद्दीपकों में से प्रत्येक को आवश्यक रूप से किसी एक मात्रात्मक वर्ग में शामिल किया जाता है। इस प्रकार इस मापनी में प्रायः वर्गों की संख्या आवश्यकतानुसार रखी जा सकती है।
- **समान संवेदनान्तर विधि:** इस विधि में प्रयोज्य को बिन्दु का निर्णय देना होता है जहाँ मनोवैज्ञानिक सातत्य दो भागों में विभाजित होता है।
- **समभाषी अन्तरालों की विधि:** इस विधि में प्रयोज्य के समक्ष सभी उद्दीपक प्रस्तुत करते हैं और प्रयोज्य को उन उद्दीपकों का मूल्यांकन करना होता है। मूल्यांकन करने के लिए प्रयोज्य प्रयोगकर्ता द्वारा बताए गए उन सभी उद्दीपकों को विभाजित कर देता है।
- **प्रभाजन विधि:** इस विधि की मुख्य विशेषता यह होती है कि प्रयोज्य को बहुत से उद्दीपकों में से एक तुलनीय उद्दीपक का चयन करना होता है जो मानक उद्दीपक का निश्चित भाग होता है। दूसरे शब्दों में इस विधि से ऐसे उद्दीपकों का निर्णय किया जाता है जो कि मानक उद्दीपक के किसी अंश के समान हों।
- **बहुल उद्दीपकों की विधि:** इसमें व्यक्ति से यह उम्मीद की जाती है कि वह दिये गये उद्दीपकों में से उस उद्दीपक का चयन करे जो मापक उद्दीपक का निश्चित गुणनफल हो जैसे- दुगुना, चौगुना आदि।

14.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1- मापन के ----- स्तर होते हैं।
- 2- शाब्दिक स्तर मापनी मनोवैज्ञानिक मापन का सबसे ----- है।

- 3- अनुपात स्तर मापनी में ----- समस्त विशेषताएँ पायी जाती है।
 4- अन्तराल स्तर मापनी में व्यक्तियों या वर्गों के मध्य की दूरी या अन्तर को --- के माध्यम से ज्ञात किया जाता है।
 5- मापनी विधियों को सामान्य रूप से ----- वर्गों में विभक्त किया जाता है।
 6- युग्मित तुलना विधि का सर्वप्रथम प्रयोग कब ओर किसने किया था?
 1-1894, कोन 2-1902, कैटिल 3- 1904, स्पीयरमैन 4-1863, गाल्टन
 उत्तर: 1- चार 2- निम्न स्तर 3-अन्तराल मापनी 4-अंक 5- दो 6-1894, कोन

14.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, डा0 बिपिन एवं अस्थाना, श्वेता (2009): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2।
- भार्गव, डॉ0 महेश (2007): आधुनिक मनोवैज्ञानिक परीक्षण \$ मापन, एच0 पी0 भार्गव बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।
- भाटिया, डा0 तारेण (2003): आधुनिक मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, लावण्य प्रकाशन, नया पटेल नगर, उरई (उत्तर प्रदेश)।
- सिंह, डा0 लाभ एवं अन्य (2008): मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, एच0पी0 भार्गव बुक हाउस, 4/230, कचहरी घाट, आगरा-4।
- श्रीवास्तव, डा0 रामजी एवं अन्य (प्रथम संस्करण 1999): मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन, मोती लाल-बनारसी दास, पटना एवं वाराणसी।
- हस्नैन, डॉ0 एन0 (नवीनतम संस्करण): मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी एवं मनोभौतिकी, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2।
- Anastasi, Anne. (1988) : Psychological Testing (6th Edn.) London: Mac-Millan Publishing Company
- Garrett. H.E. (1985) : Statistics in Psychology and Education Bombay: Vakils, Feffer and Simons Ltd.
- Ghiselli, E.E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Guilford, J.P. (1954) : Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co..
- Thorndike, R.L. and Hagen, E.P. (1979) : Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.

14.9 निबन्धात्मक प्रश्न

1. मापन के विभिन्न स्तरों का वर्णन कीजिए।
2. विभिन्न मापनी विधियों का वर्णन कीजिए।
3. टिप्पणी लिखिए-

(क) युग्मित तुलना विधि

(ख) शाब्दिक स्तर

(ग) कोटिक्रम निर्धारण विधि

(घ) अनुपात स्तर

ईकाई-15 परीक्षण निर्माण के चरण:- पद का लेखन, चयन एवं पद विश्लेषण (Steps of Test Construction:- Writing, Selection and Analysis of Item)

इकाई संरचना

- 15.1 प्रस्तावना
- 15.2 उद्देश्य
- 15.3 परीक्षण रचना
 - 15.3.1 परीक्षण योजना बनाना
 - 15.3.2 पद लेखन
 - 15.3.3 पदों की जाँच
 - 15.3.4 परीक्षण का मूल्यांकन करना
 - 15.3.5 परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना
- 15.4 सारांश
- 15.5 शब्दावली
- 15.6 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 15.7 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 15.8 निबन्धात्मक प्रश्न

15.1 प्रस्तावना

यह परीक्षण रचना की प्रथम इकाई है। आज मनोविज्ञान और शिक्षा के क्षेत्र में अनेक उद्देश्यों की पूर्ति के लिए विभिन्न प्रकार के परीक्षणों का उपयोग किया जाता है यह परीक्षण प्रायः मानकीकृत परीक्षण होते हैं।

परीक्षण रचना में विभिन्न चरणों द्वारा परीक्षण का निर्माण किया जाता है। अतः इन परीक्षणों का निर्माण किस प्रकार किया जाए, इसका ज्ञान भी अति आवश्यक है।

इस इकाई के अध्ययन के बाद आप परीक्षण रचना से संबन्धित सभी पक्षों के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।

15.2 उद्देश्य

मनोविज्ञान के क्षेत्र में मात्रात्मक मापन हेतु विभिन्न परीक्षणों का निर्माण व विकास समय-समय पर मनोवैज्ञानिकों द्वारा किया जाता रहा है जिसके द्वारा व्यक्ति की अनेक योग्यताओं, क्षमताओं व विशेषताओं का शुद्ध मापन कर उसके व्यवहारों के संबन्ध में पूर्वकथन कर सकना सम्भव हो पाता है। परीक्षण निर्माता को परीक्षण रचना के सामान्य सिद्धान्तों का पर्याप्त ज्ञान होना आवश्यक है।

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप जान सकेंगे -

- परीक्षण रचना किस तरह की जाती है।
- परीक्षण रचना किन-किन चरणों में होती है।
- परीक्षण पदों का चयन व लेखन करना।
- परीक्षण की प्रशासन विधि किस प्रकार होती है।
- परीक्षण के स्वरूप की जाँच करना।
- जाँच के आधार पर पद-विश्लेषण करना
- पद-विश्लेषण के आधार पर पदों का मूल्यांकन व रचना करना।
- परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना करना ।

15.3 परीक्षण रचना

अपने-अपने उद्देश्यों की पूर्ति के लिये स्कूल अध्यापक निर्देशन संस्थान का संदर्शनकर्ता, मनोवैज्ञानिक, शिक्षाशास्त्री, समाजशास्त्री, मानवशास्त्री, औद्योगिक प्रबन्धक, सैन्य अधिकारी, शोधकर्ता आदि विभिन्न परीक्षणों की रचना करते हैं, जिनके माध्यम से वह व्यक्ति की बुद्धि, उसके व्यक्तित्व की विशेषतायें, अभिवृत्तियों, रुचियों, अभिक्षमताएँ तथा, औसत ज्ञान व कौशल आदि का मापन कर उसके व्यवहारों की व्याख्या कर सके। मनोवैज्ञानिक परीक्षणों में अनेक प्रश्न व कथन होते हैं जो मापे जाने वाले गुण से संबन्धित होते हैं उन्हें पद कहा जाता है।

परीक्षण रचना से आशय उन पदों व प्रश्नों का अन्तिम रूप से चयन व मूल्यांकन करने से है जो किसी परीक्षण में सम्मिलित होते हैं। परीक्षण का निर्माण एक तकनीकी प्रक्रिया है और इस संपूर्ण प्रक्रिया को कई चरणों में बाँटा गया है। इसके अन्तर्गत प्रायः योजना बनाना, तैयारी करना, जाँच करना, पद विश्लेषण, मूल्यांकन तथा फिर अन्तिम रूप की रचना करना होता है। इन सभी चरणों से गुजरने के बाद ही कोई परीक्षण उपयोग में लाये जाने योग्य बनता है।

प्रायः परीक्षण रचना में निम्न पाँच चरणों का प्रयोग किया जाता है,

1. परीक्षण योजना बनाना (Planning for the Test)
2. पद लेखन (Items Writing)
3. पदों की जाँच (Experiment try out)
4. परीक्षण का मूल्यांकन करना (Evaluating the test)
5. परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना (Construction of the final draft for the test)

15.3.1 परीक्षण योजना बनाना (Planning for the Test) -

जिस प्रकार किसी भी कार्य को करने से पूर्व उसकी एक योजना बनानी पड़ती है उसी प्रकार परीक्षण रचना के लिए भी एक निश्चित योजना की आवश्यकता होती है। परीक्षण निर्माता का सर्वप्रथम कार्य परीक्षण योजना की रूपरेखा प्रस्तुत करना है। परीक्षण योजना के अन्तर्गत उसके उद्देश्य, विषय-वस्तु, स्वरूप, महत्त्व, माध्यम, प्रशासन विधि, स्तर प्रतिदर्श जनसंख्या आदि को निर्धारित करते समय उसके विभिन्न आयु, लिंग, शैक्षिक स्तर,

मातृभाषा, ग्रामीण/शहरी, सामाजिक-आर्थिक स्तर आदि के संबन्ध में विचार किया जाता है। उद्देश्य स्वयं परीक्षण निर्माता निर्धारित करता है। उद्देश्य के पश्चात परीक्षण की विषय-वस्तु को निश्चित किया जाता है। अतएव हम यह निश्चित करते हैं कि इसमें किन-किन योग्यताओं या तथ्यों, शाब्दिक, आंकिक, तर्क, चित्र-व्यवस्था सादृश्य-विलोम आदि से सम्बन्धित प्रश्नों को सम्मिलित किया जाय। इसके अतिरिक्त परीक्षण निर्माता उन व्यक्तियों की क्षमताओं शैक्षिक स्तर, आयु स्तर आदि का ध्यान रखता है जिनके लिए परीक्षण की रचना करनी होती है। साथ ही परीक्षण का स्वरूप कैसा होगा-शाब्दिक-अशाब्दिक, उसका माध्यम क्या होगा-हिन्दी, अंग्रेजी या अन्य, उसकी प्रशासन विधि कौन सी होगी व्यक्तिगत या सामुहिक, उसमें कितनी धनराशि, एवं समय लगेगा आदि का ध्यान रखा जाता है।

15.3.2 पद लेखन (Items Writing) -

परीक्षण की निश्चित व व्यवस्थित योजना बनाने के पश्चात ही परीक्षण निर्माता परीक्षण के प्रारम्भिक रूप की तैयारी करने लगता है। सर्वप्रथम उद्देश्यों व विषय-वस्तु के अनुसार वह विभिन्न पदों का अन्य स्रोतों से चयन एवं लेखन करता है। वह पदों को अपने अनुभवों के आधार पर उपलब्ध मानकीकृत या निर्मित परीक्षणों में से छाँट कर या अन्य स्रोतों से रचना कर एकत्रित कर लेता है जो उद्देश्यों व विषय-वस्तु के आधार पर लौकिक व व्यवस्थित ढंग से प्रदर्शित किया जाता है।

परीक्षण की रचना हेतु लिखा जाने वाला पद, प्रश्न या कथन के रूप में लिखा जाता है। बीन (Bean, 1953) के अनुसार पद से तात्पर्य एक ऐसा प्रश्न या पाठ से होता है जिसे प्रायः छोटी इकाइयों में नहीं बाँटा जाता है। जैसे क्या आपको अक्सर घबराहट होती है, एक पद का उदाहरण है जिसे अब छोटी इकाइयों में नहीं बाँटा जा सकता है। पदों का लेखन सरल और सीधी भाषा में किया जाना चाहिए। ऐसे शब्दों का प्रयोग नहीं करना चाहिए जिनके एक से अधिक अर्थ हों। जहाँ तक सम्भव हो सके कम से कम शब्दों में पदों की रचना की जानी चाहिए।

परीक्षण पदों को एकत्रित करने के साथ ही परीक्षण निर्माता को पदों के प्रत्युत्तर के प्रकार को भी निर्धारित करना होता है। जैसे कि सत्य/असत्य, हाँ/नहीं, तुलनात्मक, पाँच बिन्दु मापनी या अन्य कोई प्रकार।

सामान्यतः पदों के निर्माण में निम्नांकित बातों का ध्यान रखना चाहिए:-

- i) पदों के निर्माण की प्रारम्भिक प्रारूप में अनेक पदों को सम्मिलित करना चाहिए ताकि प्रारम्भिक प्रारूप रूचिकर बन सके।
- ii) पदों के निर्माण के प्रारम्भिक प्रारूप में पदों की संख्या अन्तिम प्रारूप से अधिक होनी चाहिए। सामान्यतः यह दो गुना रखी जाती है।
- iii) प्रश्नों की भाषा स्पष्ट होनी चाहिए ताकि उसकी विषय-वस्तु के आधार पर उत्तर प्राप्त हो सके, अन्यथा इस बात का खतरा बना रहता है कि प्रश्न के प्रारूप के आधार पर उत्तर प्राप्त हो जायें। सदैव कभी नहीं निश्चित रूप से यदि शब्दों का प्रयोग पदों में जहाँ तक सम्भव हो, नहीं करना चाहिए।
- iv) एक प्रकार के पद एक ही साथ लिए जाने चाहिए। जैसे-सत्य/असत्य तथा वैकल्पिक प्रकार के पद।
- v) अनुक्रियाओं का कोई क्रम नहीं होना चाहिए। उन्हें संयोग के आधार पर लिखा जाना चाहिए जिससे एक अनुक्रिया दूसरी अनुक्रिया के लिए मार्ग प्रशस्त न कर सके।
- vi) स्मृति या प्रत्यावाहन की अपेक्षा अधिगम पर अधिक बल दिया जाना चाहिए।

- vii) कोई भी पद ऐसा नहीं होना चाहिए कि उसका उत्तर किसी अन्य पद या पद समूह के आधार पर दिया जा सके।
- viii) जहाँ तक सम्भव हो, प्रत्येक पद का अंक समान होना चाहिए।
- ix) पदों को कठिनाई के आधार पर आरोही क्रम में रखा जाना चाहिए।
- x) पदों की भाषा इस प्रकार होनी चाहिए कि उत्तर पूरे प्रश्न द्वारा निर्धारित हो, उसके किसी अंश द्वारा नहीं।

1) पदों का व्यवस्थापन (Arrangement of items) :-

पदों को परीक्षण में व्यवस्थित करने के अनेक रूप हैं:-

- i) समान कठिनाई योजना - गति परीक्षण में सभी पदों का कठिनाई स्तर समान रखना चाहिए। अतः उनके किसी क्रम की आवश्यकता नहीं होती है।
- ii) कठिनाई का क्रमोत्तर क्रम - शक्ति परीक्षण में पदों की कठिनाई क्रमशः बढ़ती जाती है, अतः ऐसे परीक्षण में सबसे सरल पदों को पहले, उससे कठिन उसके बाद तथा कठिनतम पदों को सबसे बाद में रखना चाहिए।
- iii) स्पाइरल योजना - यदि परीक्षण में चार प्रकार के पदों को सम्मिलित करना है तो इनका व्यवस्थापन स्पाइरल रूप में होना चाहिए अर्थात् पहले हर प्रकार का एक-एक पद रखना चाहिए। पुनः हर प्रकार के पदों में से एक-एक पद लेकर लिखना चाहिए। इनका क्रम इस प्रकार होना चाहिए कि प्रत्येक प्रकार के पद को प्रत्येक क्रमिक स्थान प्राप्त हो सकें।
- iv) तार्किक योजना - पदों का चयन यदि विभिन्न विषयों से किया गया है तो उनका क्रम तार्किक आधार पर होना चाहिए। क्योंकि इन पदों का यादृच्छिक क्रम मानसिक सेट को विगाड़ देगा।

15.3.3 पदों की जाँच (Experiment try out) -

परीक्षण के पदों का चयन करने तथा उसे लिख लेने के पश्चात् परीक्षण निर्माता के लिए पदों की विषय-वस्तु तथा उपयुक्तता की जाँच पड़ताल करना आवश्यक हो जाता है। इसके लिए वह इस क्षेत्र के दो-तीन विशेषज्ञों से परामर्श लेता है। पदों के शब्दों की शुद्धता, परीक्षण सामग्री की पर्याप्तता, पदों का रूप, पदों की व्यवस्था आदि का भी पुनः अवलोकन किया जाता है। परीक्षार्थी व परीक्षण प्रशासक के लिए अलग-अलग सरल भाषा में निर्देश लिखे जाने चाहिये। पदों की जाँच के द्वारा कमजोर एवं दोषयुक्त पदो-द्विअर्थ वाले पद, अनिश्चित पद, अपर्याप्त पद, सीमित कथन वाले पद, अधिक कठिन एवं सरल पदों को परीक्षण से निरस्कृत कर दिया जाता है। परीक्षण के अन्तिम रूप में पदों की वास्वतविक संख्या इंगित किया जाता है। पदों के चयन करने में आच्छादन (overlap) न हो, अतः विभिन्न पदों के मध्य आपसी सह सम्बन्ध ज्ञात करते हैं। इसके अतिरिक्त परीक्षण के निर्देशों, उसमें प्रयुक्त होने वाली सावधानियों एवं प्रभावित होने वाले समूह आदि को भी निश्चय किया जाता है। साथ ही फलांकन प्रक्रिया व फलांकन कुंजी का भी निर्माण किया जाता है। पदों की जाँच दो चरणों में की जाती है

(i) प्रारम्भिक जाँच (Pre-Try-Out)

(ii) वास्तविक जाँच (Actual-Try-Out)

(i) **प्रारम्भिक जाँच (Pre-Try-Out)**- जाँच की इस प्रक्रिया में, सर्वप्रथम उस प्रतिदर्श का निश्चय किया जाता है जिसके निमित्त परीक्षण की रचना या निर्माण हो रहा है तथा फिर जाँच करने के लिए परीक्षण को

उसी समूह के कुछ प्रतिनिधि व्यक्तियों पर प्रशासित किया जाता है। परीक्षण के प्रशासन में कितना समय लगता है, इसका भी निश्चय किया जाता है। इसी स्तर पर परीक्षण के निर्देशों के संक्षिप्त, संगत एवं एकरूपता के साथ निर्धारित किया जाता है जिससे कि वे परीक्षार्थी को सुगमता एवं स्पष्टतया समझ में आ जाये। प्रारम्भिक जाँच के लिए परीक्षण को मूल जनसंख्या के कम से कम 20 प्रतिशत व्यक्तियों पर प्रशासित कर उसकी कमियों को दूर किया जाता है। परीक्षण को कम से कम तीन बार नये-नये प्रतिदर्शों पर प्रशासित करना चाहिए। यदि परीक्षण पदोंके सही प्रत्युत्तर पाने में अनुमान की अधिक संभावना या अवसर तत्वों का प्रभाव पड़ता हो तो निम्न शुद्धिकरण सूत्र का प्रयोग करना चाहिए:-

$$S = R - \frac{W}{N-1}$$

यहाँ,

S = अनुमान के लिए शुद्ध किया फलांकन

R = सही प्रत्युत्तरों की संख्या

W = गलत प्रत्युत्तरों की संख्या

N = उपस्थित प्रत्युत्तरों की संख्या

(ii) **वास्तविक जाँच (Actual-Try-Out)**- वास्तविक जांच के अन्तर्गत पद-विश्लेषण की तकनीकी प्रक्रिया का प्रयोग किया जाता है। इसमें परीक्षार्थियों की आदर्श संख्या लगभग 400 होनी चाहिए जिसके द्वारा प्रत्येक पद की वैधता व कठिनता स्तर को ज्ञात कर उपयुक्त पदों को परीक्षण में रखा जाता है।

2) पद विश्लेषण (Evaluating the test) -

पदों को लिख लेने व विशेषज्ञों के परामर्श के पश्चात संशोधन कर लेने के बाद पदों का विश्लेषण किया जाता है। परीक्षण को अधिक प्रभावशाली बनाने के लिये परीक्षण के समस्त पदों का अलग-अलग अध्ययन किया जाता है, इसे पद-विश्लेषण कहते हैं। पद-विश्लेषण विधि में सम्मिलित सभी पदों का व्यक्तिगत रूप से अध्ययन किया जाता है जिसके द्वारा यह ज्ञात किया जाता है कि सभी पदों में से प्रत्येक पद को किसी समूह के कितने व्यक्तियों ने हल किया है। कहने का तात्पर्य है कि इस विधि द्वारा पदों की प्रभावशीलता व उपयुक्तता का अध्ययन किया जाता है। गे (Gay, 1980) के अनुसार "पद विश्लेषण मूल रूप में पदों की प्रभावशीलता की माप करने के विचार से प्रत्येक पद के प्रति किये गये अनक्रियाओं के प्रतिरूप का एक परीक्षण है।"

फ्रीमैन (Freeman, 1965) का सुझाव है कि पदों के मूल्यांकन में दो तकनीकी रूप से विचार किया जाना चाहिए-

- प्रत्येक पद का कठिनता स्तर (Difficulty level)

- प्रत्येक पद की विभेदन शक्ति (Discriminating Power)

पदों की कठिनता स्तर से यह पता लगता है कि कौन सा पद कितना कठिन, सरल व मध्य स्तर का है। विभेदन शक्ति से तात्पर्य श्रेष्ठ व्यक्तियों व वैसे व्यक्तियों जिनके पास परीक्षण द्वारा मापे जाने वाले गुण कम हैं, के बीच स्पष्ट अन्तर करने की क्षमता से है। जिन पदों की विभेदन शक्ति अधिक होती है उन्हें पद-विश्लेषण के बाद परीक्षण के अन्तिम रूप में सम्मिलित किया जाता है। पदों को उनके विशय तथा प्रारूप के सन्दर्भ को गुणात्मक रूप से विश्लेषित किया जा सकता है तथा इनका मात्रात्मक विश्लेषण सांख्यिकीय गणना के आधार पर सकता जा सकता है। गुणात्मक विश्लेषण में पद की विशय वस्तु, वैधता तथा उसके प्रारूप या लेखन का मूल्यांकन किया जाता है। मात्रात्मक विश्लेषण विशेष रूप से पद कठिनाई और पद वैधता का ज्ञान कराता है। किसी भी परीक्षण की वैधता और विश्वसनीयता पदों की वैधता और विश्वसनीयता पर निर्भर करती है। परीक्षण की वैधता एवं विश्वसनीयता को पहले से उपयुक्त पद चयन के द्वारा बढ़ाया जा सकता है।

पद विश्लेषण द्वारा परीक्षण की लम्बाई को कम किया जा सकता है। अन्य तथ्यों के समान होने पर एक लम्बा परीक्षण छोटे की तुलना में अधिक विश्वसनीय एवं वैध होता है। परीक्षण को लम्बा या छोटा करने से उसकी विश्वसनीयता पर पड़ने वाले प्रभाव को स्पीयरमैन-ब्राउन सूत्र के द्वारा समझा जा सकता है। परन्तु यह परिवर्तन तभी होते हैं जब निकाले गये पद, रखे गये पदों के समान हों। विश्वसनीयता या वैधता पर परीक्षण की लम्बाई घटाने या बढ़ाने का प्रभाव केवल तभी पड़ता है जब पदों को यादृच्छिक रूप से निकाला या जोड़ा जाये। जब असंतोश जनक पदों को निकाल कर परीक्षण को छोटा किया जाता है तब परीक्षण की विश्वसनीयता और वैधता बढ़ जाती है यदि अन्य सभी तथ्य वैसे ही बने रहें।

स्पष्ट है कि परीक्षण रचना के पद-विश्लेषण करना अत्यन्त आवश्यक है पद-विश्लेषण की प्रमुख तकनीकी पहलुओं पद कठिनता व विभेदन शक्ति का विस्तृत अध्ययन हम इकाई-बीशर्क-कठिनता स्तर एवं विभेदन शक्ति (Difficulty Level and Discrimination Power) के अन्तर्गत करेंगे।

15.3.4 परीक्षण का मूल्यांकन करना (Evaluating the test) -

परीक्षण की जांच के पश्चात उसका मूल्यांकन किया जाता है। परीक्षण के मूल्यांकन में निम्न पहलुओं को ध्यान में रखा जाता है। सर्वप्रथम परीक्षण का कठिनाई-स्तर कैसा है, ज्ञात किया जाता है। परीक्षण के कठिनता स्तर से ही उसकी शुद्धताका पता चलता है। प्रायः 50 प्रतिशत कठिनता स्तर के पदों को सही समझा जाता है। जिन पदों को उच्च व निम्न दोनों समूह हल कर लें उन्हें परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। कठिनाई स्तर की जानकारी के पश्चात पदों की वैधता तथा विभेदन-मूल्य सम्बन्धी अध्ययन किया जाता है। परीक्षण के पद ऐसे होने चाहिये जो उच्च तथा निम्न समूह में अन्तर कर सके। इसके अतिरिक्त परीक्षण में फलांको का अन्य मानकीकृत परीक्षण फलांको से सहसंबन्ध ज्ञात कर विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात किया जाता है तत्पश्चात् परीक्षण का मूल्यांकन किया जाता है। साथ ही परीक्षार्थियों के सुझावों के अनुसार परीक्षण पदों के शब्दों में परिवर्तन किया जाता है।

15.3.5 परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना (Construction of the final draft for the test) -

परीक्षण की प्रारम्भिक व वास्तविक जांच करने के पश्चात एवं सभी दृष्टिकोणों से मूल्यांकन करने के बाद परीक्षण निर्माता उसकी अन्तिम रूप से रचना करता है। प्रायः परीक्षण के अन्तिम रूप में ऐसे पदों का चयन होना चाहिये जो निश्चित विधियों के अनुसार वैध एवं उपयुक्त कठिनता-स्तर के हो। इस रूप में निश्चित निर्देशों को भी अन्तिम रूप से स्पष्ट लिखना चाहिए जिससे परीक्षण का प्रशासन वैज्ञानिक ढंग से किया जा सके। परीक्षण की समय सीमा व अंकन विधि भी निर्धारित हो जानी चाहिए। परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना के उपरान्त परीक्षण की वैधता व विश्वसनीयता का निर्धारण किया जाता है। अतः इस स्तर पर परीक्षण के सभी आन्तरिक पहलुओं का व्यवस्थित ढंग निर्धारण होना चाहिए।

15.4 सारांश

विभिन्न व्यक्तियों की बुद्धि, व्यक्तित्व विशेषताओं, अभिवृत्तियों, रूचियों, अभिक्षमताओं, अर्जित ज्ञान व कौशलों आदि का मापन करके उनके व्यवहारों की व्याख्या करने के लिये परीक्षण रचना की जाती है। परीक्षण में अनेक प्रश्न व कथन होते हैं जो मापे जाने वाले गुण से सम्बन्धित होते हैं। परीक्षण रचना पांच चरणों के माध्यम से की जाती है। जिसमें प्रायः परीक्षण योजना बनाना, पद लेखन, पदों की जांच, परीक्षण का मूल्यांकन व परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना करना होता है। परीक्षण योजना के अन्तर्गत परीक्षण के उद्देश्य, विशय-वस्तु, स्वरूप, माध्यम, प्रशासन-विधि, स्तर प्रतिदर्श, जनसंख्या आदि को निर्धारित किया जाता है। व्यवस्थित योजना निर्धारण के पश्चात परीक्षण पदों को विभिन्न स्रोतों से चयन कर सरल भाषा में लेखन किया जाता है।

पद, प्रश्न या कथन के रूप में लिखा जाता है, लेखन के बाद, विशेषज्ञों द्वारा पदों की उपयुक्तता का प्रारम्भिक व वास्तविक जांच की जाती है जिसके द्वारा पदों की शुद्धता का ज्ञान होता है। शुद्धताके साथ ही फलांकन प्रक्रिया व फलांकन कुंजी का निर्माण हो जाता है। इसके अतिरिक्त परीक्षण को प्रभावशाली बनाने के लिये समस्त पदों का पद-विश्लेषण किया जाता है। पद-विश्लेषण में पदों के कठिनता स्तर व विभेदन शक्ति को ज्ञात किया जा सकता है। जांच के पश्चात कठिनता स्तर के आधार पर परीक्षण का मूल्यांकन किया जाता है। 50 प्रतिशत कठिनता स्तर को ठीक माना जाता है। अर्थात् परीक्षण के पद उच्च व भिन्न समूह में भेद दर्शा सके। परीक्षण का मूल्यांकन करके, वैधता निश्चित करने के बाद परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना की जाती है। अन्तिम रचना के द्वारा परीक्षण का व्यवस्थित ढंग से निर्धारण हो जाता है एवं जिसका वैज्ञानिक ढंग से प्रशासन किया जा सकता है।

15.5 शब्दावली

- **पद विश्लेषण:** वह प्रक्रिया जिसमें किसी परीक्षण के प्रश्न पदों की सापेक्षिक कठिनाई या विभेदकारी शक्ति का पता लगाते हैं।
- **पद कठिनता:** परीक्षार्थियों का वह प्रतिशत, जिन्होंने प्रश्न पद को ठीक से हल किया हो। 50 प्रतिशत कठिनाई का अर्थ है कि प्रश्न पद को प्रतिक्रिया करने वाले परीक्षार्थियों के आधे ने ठीक से हल किया है।

- **पूर्व परीक्षण:** निर्देश या प्रयोग से पूर्व प्रशसित परीक्षण/नियमित पूर्व परीक्षण का उद्देश्य यह ज्ञात करना है कि पूर्व परीक्षण और पुनर्परीक्षण के बीच प्रयोज्य ने कितना सीखा है।
- **मूल्यांकन:** किन्हीं मनोवैज्ञानिक तथ्यों के बारे में प्रतीको द्वारा निर्णय करने की प्रक्रिया।
- **विन्यास पद:** वे प्रश्न पद जिनमें कुछ अक्रमिक शब्द, चित्र आदि दिये जाते हैं और परीक्षार्थी से उन्हें निश्चित अनुविन्यास या क्रम में रखने को कहा जाता है, जैसे इस प्रकार के प्रश्न पदों का बुद्धि, व्यक्तित्व एवं अभियोग्यता परीक्षणों में व्यापक प्रयोग होता है।
- **सत्य-असत्य पद:** कथनों के रूप में प्रस्तुत प्रश्न पद, जिनके बारे में प्रयोज्य को यह निर्णय करना पड़ता है कि वे सत्य है या असत्य।

15.6 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1. पदों को परीक्षण में व्यवस्थित करने के कौन-कौन से तरीके हैं।
2. पद से क्या तात्पर्य है।
3. पदों की जांच कितने चरणों में की जाती है।
4. पद विश्लेषण में किन तकनीकों का उपयोग किया जाता है।

उत्तर: 1) पदों को निम्न तरीकों से व्यवस्थित करना चाहिए-

समान कठिनाई योजना
कठिनाई का क्रमोत्तर क्रम
स्पाइरल योजना

- 2) पद का तात्पर्य एक ऐसा प्रश्न या पाठ से होता है जिसे प्रायः छोटी इकाइयों में नहीं बाँटा जाता है जैसे- क्या आप को अक्सर घबड़ाहट होती है।
- 3) पदों की जाँच दो चरणों में की जाती है- प्रारम्भिक जाँच एवं वास्तविक जाँच
- 4) पद विश्लेषण में पद कठिनता एवं पद विभेदन शक्ति तकनीक का उपयोग किया जाता है।

15.7 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- Bean, K.L. (1953) Construction of educational and personnel Test. New York: Mc Graw Hill Book Co.
- Brown, F.G. (1970), Principles of Educational and Psychological Testing. New York : Dryden Press.
- Dandekar W.N. & Raj Gure, M.S. (1988) An Introduction to Psychological Testing & Statistics, Bombay: Sheth Publisher Pvt. Ltd.

-
- Gay, L.R. (1980). Educational Evaluation & Measurement Competencies for Analysis and Application. Columbus: Charles E. Merrill Publishing Company.
 - Freeman, F.S.: Theory and Fructice of Psychological Testing (1965), P.113. New Delshi: Onford & IBH Publishing Co. Pvt. Ltd.
 - Bhargavw, M. (1997): Msdern Psychological TEst and Measurement Printers Palace, Agra.
 - Srivastava R.J. (1994). Psychological and educational Measurement. Motilal Batwastidass Pvt. Ltd., Delhi.
-

15.8 निबन्धात्मक प्रश्न

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न :

1. परीक्षण रचना के चरणों का विस्तार पूर्वक वर्णन करिये।
2. पद विश्लेषण से आप क्या समझते हैं, प्रारम्भिक व वास्तविक जांच का संक्षिप्त अर्थ स्पष्ट करिये।
3. पदों का लेखन व चयन को समझाइये।

लघु उत्तरीय प्रश्न :

1. परीक्षण रचना के आशय से आप क्या समझते हैं।
2. परीक्षण योजना किस प्रकार बनाई जाती है।
3. परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना किस प्रकार की जाती है।
4. परीक्षण पदों के कठिनता स्तर व वैधता का मूल्यांकन किस चरण के अन्तर्गत व किस प्रकार किया जाता है।

इकाई-16 पदों का कठिनता स्तर एवं विभेदन शक्ति
(Difficulty Level and Discrimination Power of Items)

इकाई सरचना

- | | |
|-------|------------------------------|
| 16.1 | प्रस्तावना |
| 16.2 | उद्देश्य |
| 16.3 | पद कठिनता स्तर |
| 16.4 | पद कठिनता स्तर का निर्धारण |
| 16.5 | पद की विभेदन शक्ति |
| 16.6 | विभेदन शक्ति का निर्धारण |
| 16.7 | पद विश्लेषण प्रक्रिया के चरण |
| 16.8 | सारांश |
| 16.9 | शब्दावली |
| 16.10 | स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न |
| 16.11 | संदर्भ ग्रन्थ सूची |
| 16.12 | निबन्धात्मक प्रश्न |

16.1 प्रस्तावना

परीक्षण रचना की यह दूसरी इकाई है प्रथम इकाई के अध्ययन के बाद आप जान गये होंगे कि परीक्षण की रचना के लिए पदों का चयन, पदों की जाँच, पदों का मूल्यांकन कैसे किया जाता है।

किसी परीक्षण की प्रभावशीलता एवं उपयोगिता उसमें निहित पदों की विशेषताओं पर निर्भर करता है। परीक्षण को अत्याधिक प्रभावशाली बनाने के लिए परीक्षण निर्माण को इसमें सम्मिलित होने वाले समस्त पदों का पृथक-पृथक अध्ययन करना होता है। यह अध्ययन पद-विश्लेषण विधि द्वारा किया जाता है। इस इकाई को पढ़ने के बाद आप पद की कठिनता तथा उसकी विभेदन शक्ति को ज्ञात करने एवं उसके परीक्षण रचना में महत्त्व के बारे में जान सकेंगे।

पद-विश्लेषण के सम्बन्ध में फ्रीमैन का सुझाव है, "पदों के मूल्यांकन में दो पहलुओं पर मुख्य रूप से विचार करना चाहिए- प्रथम, प्रत्येक पद का कठिनता स्तर तथा द्वितीय, प्रत्येक पद की विभेदन शक्ति।" परीक्षण

के अन्तिम रूप की रचना करने के लिये पद-विश्लेषण विधि के कठिनता स्तर व विभेदन शक्ति का प्रयोग अत्यन्त आवश्यक है।

16.2 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद जान सकेंगे-

- पद-विश्लेषण किस प्रकार होता है।
- कठिनता-स्तर के अर्थ को स्पष्ट कर सकेंगे।
- कठिनता स्तर का निर्धारण कैसे होता है।
- कठिनता-स्तर ज्ञात करने की विधियों के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- पद की विभेदन शक्ति के अर्थ को जान सकेंगे।
- विभेदन शक्ति की गणना किन विधियों द्वारा की जाती है उसके बारे में जान सकेंगे।
- पद-विश्लेषण प्रक्रिया के महत्वपूर्ण चरण कौन से हैं।

16.3 पद कठिनता स्तर

शिक्षक, विद्यार्थी, शोधकर्ता आदि सभी लोग यह जानने का प्रयास करते हैं कि -

- पद कठिनता क्या होता है।
- पद कठिनता कैसे ज्ञात करते हैं।
- इसकी उपयोगिता क्या है।
- पद कठिनता को ज्ञात करने की कौन-कौन सी विधियाँ हैं।

परीक्षण में जितने पद होंगे उतने ही स्वतन्त्र रूप से कठिनता-स्तर होंगे। परीक्षण के पदों में कठिनता स्तर इंगित करने के लिए किसी पद का सही व गलत उत्तर देने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। किसी समूह के समस्त व्यक्तियों द्वारा हल करने वाले तथा हल न करने वाले पद को परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। जो पद समूह के पचास प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल कर लिया जाता है। वह उपयुक्त कठिनता स्तर का समझा जाता है। यह जरूरी नहीं है कि परीक्षण में केवल ऐसे पद ही सम्मिलित किये जाएँ जिन्हें पचास प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया है, बल्कि ऐसे पदों को भी शामिल किया जाता है जिन्हें समूह के श्रेष्ठ तम व निम्नतम व्यक्तियों ने भी हल किया हो। कठिनता स्तर से पदों को क्रमिक रूप से व्यवस्थित किया जा सकता है। इससे यह भी संकेत मिलता है कि परीक्षण में कौन-सा पद प्रथम, मध्य तथा अन्त में आयेगा। पदों का कठिनता स्तर ज्ञात करने की कोई निश्चित उपयुक्त विधि नहीं है। टाटे (Tate, 1967) के अनुसार "पद के कठिनता को ज्ञात करने की सबसे उपयोगी विधि पद को सही हल करने वाले परीक्षार्थियों का अनुपात है। अनुपात जितना कम होगा पद उतना ही कठिन होगा।"

इस सम्बन्ध में ब्रेडफील्ड तथा मोरडोक का विचार है "विभेदन क्षमता की मात्रा को पद कठिनता की सूची के रूप में लिया जा सकता है, समूह के 90 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद, 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद, 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल किये गये पद को अति कठिन पद तथा 50 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को उपयुक्त कठिनता-स्तर का पद समझा जाता है।"

16.4 पद कठिनता स्तर का निर्धारण

पद की कठिनता स्तर ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्न है -

(i) सामान्य सूत्र के माध्यम से पद के कठिनता स्तर को ज्ञात करने का सामान्य सूत्र इस प्रकार है-

$$I.D. = \frac{R}{N} \times 100$$

यहाँ,

I.D. = पद कठिनता

R = सही उत्तर देने वाले व्यक्तियों की संख्या

N = व्यक्तियों की कुल संख्या

यदि किसी समूह के 75 छात्रों में से 60 ने पद का सही उत्तर दिया। तो इस पद का कठिनता स्तर-

$$I.D. = \frac{60}{75} \times 100$$

$$I.D. = 80 \% \text{ होगा,}$$

अतः किसी पद का कठिनता स्तर परीक्षण करने वाले व्यक्तियों का वह प्रतिशत है जो किसी प्रश्न का सही रूप में उत्तर देते हैं।

(ii) 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के सही प्रत्युत्तर द्वारा- इस विधि द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम सभी उतरदाताओं के परीक्षण के कुल प्राप्तांक के आधार पर उच्चतम से निम्नतम की ओर व्यवस्थित करके उसमें से ऊपर के 27 प्रतिशत तथा नीचे के 27 प्रतिशत व्यक्तियों का चयन किया जाता है। इसके बाद प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूहों का अलग-अलग योग ज्ञात कर निम्नांकित सूत्र द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात किया जाता है-

$$100 - \frac{U + L}{2}$$

उदाहरणार्थ, किसी पद को उच्च समूह के 50 व्यक्तियों तथा निम्न समूह के 27 व्यक्तियों ने हल किया तो उसका कठिनता स्तर $100 - 50 + 20/2 = 100 - 35 = 65$ होगा। इस विधि में कठिनता मूल्य का प्रसार 0 से 100 तक होता है। 90 से अधिक तथा 19 से कम कठिनता मूल्य वाले पद को कमजोर तथा अनुपयुक्त समझना चाहिए। अत्यन्त कठिन व अत्यन्त सरल पदों को परीक्षण में नहीं रखना चाहिए।

- (iii) हार्पर की फैसिलिटी इन्डेक्स (Facility Index)- 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के प्रत्युत्तर की विधि एक ऐसा प्रतिशत है जिसके द्वारा विश्वसनीय परिणाम प्राप्त किये जा सकते हैं। हार्पर की विधि में उच्च समूह तथा निम्न समूह के सही प्रत्युत्तरों को जोड़कर दोनों समूहों के अधिकतम योग से विभाजित कर दिया जाता है।

Facility Index का सूत्र निम्न है।

$$\text{Facility Index (FI)} = \frac{R(U) + R(L)}{2E}$$

उदाहरणार्थ, यदि 400 में से किसी उच्च समूह के 70 तथा निम्न समूह के 50 व्यक्तियों ने सही प्रत्युत्तर दिया तो उनका -

$$\text{(FI)} = \frac{70 + 50}{2 \times 108} \times 100$$

FI = $120/216 \times 100 = 56\%$ हुआ। अर्थात् इस पद का कठिनता स्तर 56 प्रतिशत हुआ।

- (iv) सामान्य वक्र के द्वारा- परीक्षण पद के कठिनता स्तर को सामान्य वक्र के मानक विचलन द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है। यदि किसी परीक्षण पद को 84 प्रतिशत परीक्षार्थी सही रूप में हल कर लेते हैं तो सामान्य वक्र में उनका क्रम -1σ (S.D.) होगा अर्थात् मध्यमान से 1 मानक विचलन कम होगा। इसी तरह यदि पद को केवल 16 प्रतिशत विद्यार्थी ही हल कर पाते हैं तो उनका क्रम $+1 \sigma$ (S.D.) होगा। कहने का तात्पर्य है कि किसी अमुक पद का कठिनता स्तर -0.56 (S.D.) या $+0.56$ (S.D.) है, तो इसका तात्पर्य यह होगा कि उस पद को क्रमशः 69 प्रतिशत तथा 31 प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया। अतः यहाँ पर कठिनता स्तर 31 प्रतिशत होगा।

16.5 पद की विभेदन शक्ति

सभी शोधकर्ता, विद्यार्थी इस बात को जानने के लिए उत्सुक रहते हैं कि-

- पद की विभेदन शक्ति से क्या तात्पर्य है।
- पद विभेदन कैसे ज्ञात करते हैं।
- इसके ज्ञात करने की कौन-कौन सी विधियाँ हैं।
- पद विभेदन शक्ति की क्या उपयोगिता है।

किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण के लिए लिखे गये पदों की एक महत्वपूर्ण विशेषता विभेदन शक्ति कही जाती है। यह माना जाता है कि मापी जाने वाली योग्यता समूह के सभी व्यक्तियों में समान मात्रा में नहीं पायी जाती। कुछ व्यक्ति योग्यता में अधिक तथा कुछ कम योग्यता वाले होंगे। उदाहरणार्थ, यदि हम बुद्धि का मापन कर रहे हैं तो कुछ व्यक्ति औसत से नीचे पाये जायेंगे। एक अच्छे परीक्षण की यह विशेषता होनी चाहिए कि वह व्यक्तियों की योग्यता की मात्रा के आधार पर भेद या अन्तर को स्पष्ट कर सके। अतः इस उद्देश्य को पूरा करने के लिए पदों के भीतर विभेदन करने की क्षमता पाया जाना अत्यन्त आवश्यक है। पदों की इसी क्षमता को विभेदन शक्ति कहा जाता है। बीम (Beam 1953) के अनुसार, "मापे जाने वाले शीलगुण या शीलगुणों के समूह के रूप में श्रेष्ठ व्यक्तियों से अलग करने की किसी पद की क्षमता को विभेदन देशनांक कहा जाता है।"

16.6 विभेदन शक्ति का निर्धारण

पदों की विभेदन शक्ति की गणना हेतु अनेक विधियों का विकास किया गया है। इनमें से मुख्य विधिया निम्न हैं -

(i) फ्लानागन का प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध गुणांक विधि:-

फ्लानागन (Flanagan) ने एक तालिका में कठिनता स्तर और विभेदनशक्ति सम्बन्धी देशनांको के विभिन्न मूल्यों को व्यवस्थित किया है। उनके द्वारा दिये गये निर्देशों की सहायता से पदों की कठिनाई और विभेदनशीलता के देशनांको को सीधे-सीधे तालिका से देखा जा सकता है। गिलफोर्ड ने फ्लैनागन विधि को किसी पद की वैधता ज्ञात करने की सबसे प्रभावशाली विधि बताया है। इस विधि के चार मुख्य चरण हैं:-

- क) सम्पूर्ण प्रतिदर्श से 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छाँटना।
- ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूह का अलग-अलग योग ज्ञात करना।
- ग) दोनों समूहों- उच्च (U) तथा निम्न (L) के मध्य सही प्रत्युत्तरों का अन्तर ज्ञात करना।
- घ) फ्लैनागन की सारिणी द्वारा प्रोडक्ट मोमेन्ट सह-सम्बन्ध ज्ञात करना।

इस विधि में देशनांको (Index) को प्रसार 0 से $\pm .93$ के बीच आता है। निम्न सहसम्बन्ध वाले पदों को परीक्षण से छाँट दिया जाता है, चाहे व धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो। शून्य या ऋणात्मक देशनांकों वाले पदों को अनुपयुक्त तथा 0.25 से कम वैधता गुणांक वाले पदों को कमजोर पद माना जाता है।

(ii) डेविस विभेदनकारी सूची (Davis Items Analysis Chart)-

डेविस के चार्ट से भी दिये गये निर्देशों की सहायता से भी देशनांको की जानकारी प्राप्त की जा सकती है। डेविस की विधि पदों का विभेद मूल्य ज्ञात करने की एक महत्वपूर्ण विधि है। इस चार्ट के विभेदनकारी देशनांक (Discrimination Indices) प्रतिशत तथा सह सम्बन्धों पर आधारित होते हुए भी ये प्रतिशत तथा सह सम्बन्ध के रूप में नहीं पढ़ी जाती है। यह चार्ट सीधी रेखा मापनी (Linear Scale) है। क्योंकि इसमें मापनी (Linear Scale) के समस्त बिन्दुओं पर देशनांको के मध्य की दूरी एक सामान होती है। ये बिन्दु Z प्राप्तांक होते हैं, इनको जोड़ा तथा औसत किया जाता है। इस विधि के चार चरण होते हैं।

- क) किसी समूह के 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छाँटना।
- ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तरों की गणना कर उच्च तथा निम्न समूहों का अलग-अलग योग करना।
- ग) दोनों समूहों के सही प्रत्युत्तरों के मध्य अन्तर ज्ञात करना।
- घ) चार्ट के माध्यम से विभेदनकारी सूची को देखना।

(iii) सायमण्ड विधि (Symond Method) -

यह विधि उच्च तथा निम्न समूहों पर आधारित होती है तथा जिसकी यह मान्यता है कि किसी भी परीक्षण के श्रेष्ठ पद वे हैं जिन्हें उच्च समूह के व्यक्ति हल कर सकें तथा कमजोर पद वे हैं जिन्हें केवल कमजोर द्वारा ही हल किया जा सके। इस विधि के तीन मुख्य चरण हैं।

- क) श्रेष्ठ व कमजोर व्यक्तियों के दो समूह 'अ' एवं 'ब' बना लिये जाते हैं।
- ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तर की गणना कर ली जाती है तथा दोनों 'अ' व 'ब' समूहों का अलग-अलग योग कर लिया जाता है।
- ग) दोनों समूहों के सही प्रत्युत्तरों के मध्य अन्तर प्रत्येक पद की वैधता की मात्रा को व्यक्त करता है।

सायमण्ड विधि द्वारा विभेदन देशनांक की गणना

पद क्रम	उच्च वर्ग	निम्न वर्ग	विभेदनशक्ति	व्याख्या
1	18	05	13	उत्तम
2	17	15	02	निर्बल
3	10	10	00	निरर्थक
4	06	09	03	अवैध
5	09	06	03	साधारण
6	15	11	04	साधारण
7	19	07	12	उत्तम
8	08	08	00	निरर्थक
9	16	05	11	उत्तम
10	12	11	01	निर्बल

उक्त तालिका के अध्ययन से स्पष्ट होता है कि कुछ विभेदन देशनांक शून्य है। ऐसे पदों की निरर्थक माना जाता है क्योंकि ये विभेदन शक्ति नहीं रखते हैं। जिन पदों पर दोनों समूहों का अन्तर अधिक है उन्हें उत्तम कहा जायेगा। किन्तु जिनमें यह अन्तर कम है उन पदों को निर्बल माना जायेगा। जिस पद का देशनांक त्रुणात्मक है वह अवैध होता है। निरर्थक व अवैध पद परीक्षण के लिये नहीं चुने जाते हैं।

(iv) कैली विधि (Kelly Method) -

कैली विधि भी किसी समूह के उच्चतम एवं निम्नतम 27 प्रतिशत पर आधारित है परन्तु यह दोनों समूहों के सही प्रत्युत्तरों के अनुपात से संबन्धित न होकर सामान्य संभावना वक्र (Normal Probability Curve) की सिगमा इकाई (σ unit) के आधार पर पदों के अन्तरों को प्रदर्शित करती है। इस विधि के चार चरण होते हैं-

क) 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 निम्न व्यक्तियों की छाँटना।

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तर की गणना करके उच्च तथा निम्न समूहों का अलग-अलग योग ज्ञात करना।

ग) सामान्य संभावना वक्र की उपयुक्त तालिका से उच्च तथा निम्न समूह के प्रत्युत्तरों के योग के आधार पर सिग्मा-मूल्य ज्ञात करना।

घ) उच्च समूह द्वारा प्राप्त सिग्मा मूल्य में से निम्न समूह के सिग्मा मूल्य को घटाना।

कैली विधि के अनुसार देशनांक का प्रसार 0 से ± 5.18 के मध्य होता है। त्रणात्मक या शून्य देशनांक वाले पद अवैध तथा 0.40 गुणांक से कम वाले पदों को दुर्बल समझा जाता है।

(v) गिलफोर्ड का काई वर्ग परीक्षण विधि -

गिलफोर्ड (Guilford, 1954) ने पदों की विभेदन शक्ति ज्ञात करने के लिये काई वर्ग-परीक्षण (Chi-Square Test) विधि का सुझाव दिया है। काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग करने के लिए यह आवश्यक है कि उच्च समूह तथा निम्न समूह में व्यक्तियों की संख्या एक समान हो। काई-वर्ग का सूत्र इस प्रकार है-

$$x^2 = \frac{N(P\mu - P1)^2}{4PQ}$$

यहां -

x^2 = Chi-Square (काई-वर्ग)

N = उत्तरदाताओं की कुल संख्या

$P\mu$ = उच्च समूह में सफल व्यक्तियों का अनुपात
(Proportion of Successful individuals in upper group)

$P1$ = निम्न समूह में सफल व्यक्तियों का अनुपात
(Proportion of Successful individuals in lower group)

P = $P\mu$ तथा $P1$ का अंकगणितीय माध्य
(Airthmatic Mean of $P\mu$ and $P1$)

Q = 1 - P

काई वर्ग के सार्थक आने पर पद को धनात्मक विभेदन शक्ति से पूर्ण माना जाता है और ऐसे पद का चयन अंतिम रूप से परीक्षण के लिए कर लिया जाता है।

फलस्वरूप हम यह कह सकते हैं कि, पद विश्लेषण की सहायता से किसी निम्न कोटि के पद की गुणवत्ता को बढ़ाया नहीं जा सकता। हम सिर्फ अवैध, निरर्थक और दुर्बल पदों को परीक्षण के अन्तिम प्रारूप में सम्मिलित किए जाने से रोक सकते हैं।

16.7 पद विश्लेषण प्रक्रिया के चरण

पद-विश्लेषण प्रक्रिया के निम्नलिखित महत्वपूर्ण चरण होते हैं।

- क) सबसे पहले परीक्षण के प्रत्येक पद का अंकन (scoring) किया जाता है तथा सही प्रत्युत्तरों को गिन लिया जाता है।
- ख) प्रत्येक व्यक्ति के योग अंक के आधार पर 27 प्रतिशत उच्च (पक्तियों उच्च समूह) तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों (निम्न समूह) को ज्ञात करना।
- ग) फिर यह देखा जाता है कि उच्च व निम्न समूह के कितने-कितने व्यक्तियों ने प्रत्येक पद को सही रूप में हल किया या गलत किया। इसी तरह प्रत्येक पद पर निम्न तथा उच्च समूह के सही प्रत्युत्तरों के अन्तरों को ज्ञात कर लिया जाता है। फिर इन अन्तरों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं-उच्चतम त्रुणात्मक अंक से प्रारम्भ कर उच्चतम धनात्मक अंक तक समाप्त कर देते हैं। अधिक धनात्मक अन्तर अधिक विभेदी पदों को इंगित करता है जबकि अल्प धनात्मक अन्तर या त्रुणात्मक अन्तरों वाले पद विभेद नहीं करते हैं।
- घ) पदों को कठिनता स्तर ज्ञात करने हेतु उच्च तथा निम्न समूह द्वारा हल किये गये पदों की संख्या के योग को 2 से विभाजित कर 100 में से घटा देते हैं।

उदाहरण के लिये, किसी समूह के उच्च तथा निम्न वर्ग द्वारा किसे गये 5 प्रत्युत्तरों को निम्न तालिका में अंकित किया जा रहा है-

पद-विश्लेषण तालिका

समूह	विकल्प					नहीं किया	परीक्षण संख्या	मूल्य स्तर
	अ	ब	स	द	य			
उच्च वर्ग	1	12	2	1	0	x	16	4 78
निम्न वर्ग	2	8	3	3	0	x	16	
योग	3	20	5	4	0		32	

प्रस्तुत उदाहरण में पद 'ब' का उत्तर ही शुद्ध प्रत्युत्तर है। अतः विभेदन मूल्य तथा कठिनता स्तर ज्ञात करने के लिए उसी प्रत्युत्तर के अंकों का प्रयोग किया जायेगा। इस चार्ट का प्रयोग आवश्यकता पड़ने पर किया जाता है।

16.8 सारांश

परीक्षण का प्रभावी व उपयोगी होना अत्यन्त आवश्यक होता है, एवं परीक्षण उपयोगी उसमें निहित विशेष पदों के कारण से होता है। पद-विश्लेषण द्वारा उचित पदों का चयन करके परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना की जाती है। पद-विश्लेषण के अन्तर्गत पदों के कठिनता स्तर व विभेदन शक्ति की जांच की जाती है। पचास प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल कर लिया जाने वाला पद उपयुक्त कठिनता स्तर का माना जाता है। पद के कठिनता स्तर को ज्ञात करने के लिये कुछ विधियों का भी प्रयोग किया जाता है जिनमें से प्रमुख, सामान्य सूत्र द्वारा, सामान्य ब्रक द्वारा, हार्पर की फेसीलिटी इन्डेक्स व 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के सही प्रत्युत्तर जांच करना, इत्यादि है।

कठिनता स्तर के समान ही पदों को विभेदन शक्ति की भी जांच की जाती है। विभेदन शक्ति से तात्पर्य मापे जाने वाले शीलगुण के आधार पर व्यक्तियों या उनके समूह में भेद करने की क्षमता से है। जिन पदों की विभेदनशक्ति-20 या उससे अधिक पायी जाती है उसे ही परीक्षण के अन्तिम रूप में शामिल किया जाता है। पद की विभेदन शक्ति का निर्धारण निम्न विधियों द्वारा किया जाता है- फलेनागन प्रोडक्ट मोमेण्ट सह सम्बन्ध गुणांक विधि, डेविस विभेदनकारी सूची, सांयमण्ड विधि, कैली विधि एवं गिलफोर्ड की काई वर्ग परीक्षण विधि इत्यादि है।

पद कठिनता व विभेदन शक्ति की जांच के पश्चात् उत्तम व उचित पदों के द्वारा परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना की जाती है। पद-विश्लेषण प्रक्रिया कुछ चरणों के माध्यम से पूरी की जाती है जिसका वर्णन प्रस्तुत इकाई में किया गया है।

16.9 शब्दावली

- **प्रतिशतक, प्रतिशतक फलांक (Percentile, Percentile Score):** फलांको के वितरण में सापेक्षिक स्थिति या श्रेणी का प्रमाप-निर्देशांक। इसका अर्थ है कि किसी दिये हुए बिन्दु या फलांक के नीचे उतने प्रतिशत फलांक है, जैसे 75 वाँ प्रतिशत वह बिन्दुया फलांक है, जिसके नीचे 75 प्रतिशत फलांक हो।
- **प्रमाप (Standard):** कोई वस्तु, गुण या मात्रा जिसको आधार बनाकर अन्य वस्तुओं या गुणों की तुलना की जाए। आवश्यक नहीं है कि एक अनुसन्धान में प्रयुक्त प्रमाप दूसरे अन्वेषण में भी उपयुक्त हो।
- **प्रमाप विचलन (Standard Deviation):** मापन में विचलन का एक निर्देशक, जिसकी गणना करने के लिए मध्यमान के सभी संख्याओं का अन्तर या विचलन निकालकर सब विचलनों का वर्ग करते हैं फिर इन सभी वर्गों के योग में संख्याओं का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं।
- **मध्यमान (Mean):** संख्याओं के योग में उनके नम्बर का भाग दिये जाने पर जो परिणाम आता है उसे मध्यमान कहते हैं। यह केन्द्रीय प्रवृत्ति का एक प्रतिनिधि मापक है।

- **पद विभेदन शक्ति (Discriminative Power of Items):** प्रश्न पद का वह गुण, जिससे वह किसी वस्तु का अधिक एवं कम ज्ञान वाले व्यक्तियों में विभेद या अन्तर करने में समर्थ है।
- **सह-सम्बन्ध गुणांक (Coefficient of Correlation):** सह-सम्बन्ध गुणांक दो पदों में पाये जाने वाला ऐसा अनुपात है जिससे यह पता लगता है कि एक पद में होने वाले परिवर्तन दूसरे पद में होने वाले परिवर्तनो पर कितनी मात्रा में आधारित है, या किस मात्रा में अनुसरण करते हैं।
- **सह-सम्बन्ध (Correlation):** जब दो या दो से अधिक पदों तथा घटनाओं में चार्मात्मक सम्बन्ध पाया जाता है, तब ऐसे पारस्परिक सम्बन्ध को सह-सम्बन्ध कहते है।
- **विश्वसनीयता (Reliability):** मापन-उपकरण का एक आवश्यक गुण, जिसका अर्थ है संगति। जब कोई उपकरण बार-बार प्रयुक्त होने पर वही विश्कर्श दे तो वह विश्वसनीय कहलाता है।
- **वैधता (Validity):** मानक-उपकरण या प्रक्रियों का एक आवश्यक गुण कि वह परीक्षण यथार्थता से उसी उद्देश्य का मापन करता है या नहीं, जिसके लिए- वह बनाया गया है। वैधता स्थापित करने की प्रक्रिया को "वैधकरण" (Validation) कहते है।
- **पद कठिनता (Item Difficulty):** परीक्षार्थियों का वह प्रतिशत, जिन्होंने प्रश्न या पद को ठीक हल किया हों। 50 प्रतिशत कठिनता का अर्थ है कि प्रश्न -पद को प्रतिक्रिया करने वाले परीक्षार्थियों के आधे ने ठीक किया है।

16.10 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) पद के कठिनता स्तर को ज्ञात करने के सामान्य सूत्र क्या है।
- 2) फैसिलिटी इन्डेक्स का सूत्र क्या है।

उत्तर: 1) सामान्य सूत्र - $ID = R/N \times 100$

2) फैसिलिटी इन्डेक्स का सूत्र - $FI = R(U) + R(L)/2E \times 100$

3) आई वर्ग का सूत्र - $x^2 = N(P\mu + P1)^2 / 4PQ$

4) 27 प्रतिशत पर आधारित है।

16.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- Bean, K.L. (1953) Construction of Education and Personnel Tests New York: Mc Graw hill Book Co.
- Bharyava, M. (1997), Psychological Test and Measurement, Printer Palace, Agra.

- Bradfield J.M. & Moredock. H.S.: Measurement and Evaluation in Education, 1975 P.100.
- Brown F.G. (1970), Principles of Educational and Psychological Testing. New York : Dryden Press.
- Freeman, Frank, S. (1971), Theory and Practice of Psychological Testing. New Delhi: Oxford & IBH Publishing Co. Pvt. Ltd.
- Guilford, J.P. (1954), Psychometric Methods. New Delhi: Take MC Grow hill Publishng Co.
- Harper, A.E., Dassgupta, B. and Sangal, S.P. (1965). Item Analysis Chart & Instruction. Delhi: Manasayan.
- Srivastava, Rani.J., (1999), Psychological & Educational Measurement Motilal Banarshi das Publication, Delhi.
- Tate, M.W.: Statistics in education and Psychology, (1967), P. 205

16.12 निबन्धात्मक प्रश्न

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न:

1. पद कठिनता स्तर के अर्थ को स्पष्ट करते हुये कठिनता-स्तर ज्ञात करने की विधियों का विस्तार पूर्वक वर्णन करो।
2. पद की विभेदनशक्ति से आप क्या समझते है? पद की विभेदन शक्ति की गणना हेतू प्रमुख विधियों को समझाइये।
3. पद-विश्लेषण प्रक्रिया के चरणों को स्पष्ट करिये।

लघु-उत्तरीय प्रश्न:

1. पद के कठिनता-स्तर व विभेदन शक्ति के अर्थ को स्पष्ट करो।
2. 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के सही प्रत्युतर द्वारा पद के कठिनता स्तर को किस प्रकार ज्ञात किया जाता है।
3. हार्पर की फैसिलिटी इन्डेक्स को समझाइये।
4. सायमण्ड विधि व कैली विधि का अन्तर की स्पष्ट करो।
5. विभेदन शक्ति की फ्लानागन प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसम्बन्ध गुणांक विधि को स्पष्ट करिये।

ईकाई-17 विश्वसनीयता: अर्थ एवं प्रकार
(Reliability: Meaning and Types)

इकाई संरचना

- 17.1 प्रस्तावना
- 17.2 उद्देश्य
- 17.3 विश्वसनीयता का अर्थ
- 17.4 परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ
- 17.5 परीक्षण विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाली स्थितियाँ
- 17.6 परीक्षण विश्वसनीयता को बढ़ाना
- 17.7 सारांश
- 17.8 शब्दावली
- 17.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 17.10 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 17.11 निबन्धात्मक प्रश्न

17.1 प्रस्तावना

हम इस अध्याय में आपको विश्वसनीयता का अर्थ तथा उसके प्रकार के बारे में बताने जा रहे हैं, लेकिन विश्वसनीयता के बारे में जानने से पहले यह आवश्यक है कि आप यह जानें कि विश्वसनीयता की आवश्यकता कहाँ एवं कब होती है। प्रत्येक संस्थान को अपने-अपने उद्देश्यों की पूर्ति के अनुसार परीक्षण की आवश्यकता होती है। उदाहरण के लिए एक अध्यापक को अपने विद्यार्थी की मानसिक स्थिति के बारे में जानने के लिए मानसिक परीक्षण की आवश्यकता होती है। इसी प्रकार निर्देशक संस्थान का संदर्भकर्ता, मनोवैज्ञानिक, शिक्षा शास्त्री, सैन्य अधिकारी एवं शोधकर्ता आदि अपने-अपने उद्देश्यों की पूर्ति के लिए परीक्षण की रचना करते हैं। ऐसी स्थिति में यह आवश्यक है कि परीक्षण की रचना करते समय परीक्षण रचना के सामान्य सिद्धांतों का ध्यान रखा जाए जिससे परीक्षण की रचना त्रुटिपूर्ण रूप से हो सकें और परीक्षण अपने उद्देश्यों की पूर्ति कर सकें।

अतः एक परीक्षणकर्ता को परीक्षण रचना एवं उसके मानकीकरण के बारे में पर्याप्त ज्ञान होना अनिवार्य है। यह देखा गया है कि प्रायः सभी मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की रचना एवं मानकीकरण की समान प्रक्रिया हो, अंतर केवल उसके उद्देश्यों एवं पदों की संरचना एवं विषय-वस्तु का होता है। एक अच्छे परीक्षण में उसकी मानकीकरण को विश्वसनीयता एवं वैधता के द्वारा ही जाँचा जा सकता है। यहाँ पर यह ध्यान देने योग्य तथ्य है कि परीक्षण रचना एवं उसका मानकीकरण, दोनों अलग-अलग भिन्न-भिन्न प्रक्रिया हैं। लेकिन एक दूसरे से सह सम्बंधित हैं। परीक्षण रचना में केवल पदों का पद विश्लेषण किया जाता है और परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया में उसे एक समूह

पर प्रशासित कर उसके मानक तैयार किए जाते हैं। परीक्षण का मानकीकरण परीक्षण रचना की अपेक्षाकृत एक दीर्घ प्रक्रिया है। दूसरे शब्दों में मानकीकरण के लिए परीक्षण रचना की आवश्यकता होती है। परीक्षण रचना के बिना मानकीकरण की प्रक्रिया पूर्ण नहीं हो सकती है। प्रायः यह देखा गया है कि परीक्षण रचना की प्रक्रिया तो पूरी हो जाती है, लेकिन मानकीकरण की प्रक्रिया पूरी नहीं हो पाती है। ऐसी स्थिति में प्रशिक्षण का उद्देश्य पूर्ण नहीं हो पाता है। अतः परीक्षण के मानकीकरण के लिए उसकी विश्वसनीयता तथा वैधता के बारे में जानकारी होना आवश्यक है।

17.2 उद्देश्य

इस अध्याय को पढ़ने के पश्चात आप निम्न तथ्य को समझने में सक्षम होंगे:

- विश्वसनीयता का महत्व एवं अर्थ
- परीक्षण में विश्वसनीयता का महत्व
- परीक्षण में विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ एवं परिसीमाएँ
- परीक्षण-विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाली स्थितियाँ एवं
- परीक्षण-विश्वसनीयता का बढ़ाना

17.3 विश्वसनीयता का अर्थ

विश्वसनीयता परीक्षण रचना का तकनीकी पहलू है। परीक्षण रचना के समय विश्वसनीयता का होना अनिवार्य है। यदि कोई परीक्षण विश्वसनीय ही नहीं होगा तो उसके निष्कर्ष के बारे में विश्वसनीयता से कहना कठिन होगा।

जैसा कि नाम से ही स्पष्ट है कि विश्वसनीयता का शाब्दिक अर्थ है विश्वास करना। विश्वसनीयता का अर्थ है कि एक परीक्षण के निष्कर्ष आवश्यक रूप से समान आने चाहिए चाहें वह किसी दूसरे शोधकर्ता के द्वारा ही किया जाए। अन्य शोधकर्ता भी उसी परीक्षण के निष्कर्ष को उसी स्थिति में समान निष्कर्ष ही प्रस्तुत करें। तभी वह परीक्षण अपने विश्वसनीयता का प्रमाण दे सकता है तथा यह तथ्य इस बात को भी स्वीकार करता है कि सभी शोधकर्ता परिकल्पना को स्वीकार करता है कि सभी शोधकर्ता परिकल्पना को स्वीकार करते हैं। उदाहरण के लिए अगर आप समय परीक्षण के लिए स्टॉप वॉच का इस्तेमाल कर रहे हैं तो आप यह अवश्य ही ज्ञात कर लें कि यह मशीन विश्वसनीय है और यह आपको सही समय बताएगी। अतः मशीन की विश्वसनीयता ही आपके परीक्षण की विश्वसनीयता को निर्धारित करेगी। समय परीक्षण को जानने के लिए वैज्ञानिक उसका मापन कई प्रकार से करते हैं ताकि उस परीक्षण की विश्वसनीयता बनी रहे।

इसी प्रकार कई उदाहरणों में मानव के निष्कर्ष की विश्वसनीयता तथा वैधता पर भी संदेह किया जाता है। यह मानव की स्थिति, समय तथा व्यवहार पर भी निर्भर करती है। इस प्रकार के परीक्षण की विश्वसनीयता कम ही रहती है। विश्वसनीयता एक परीक्षण की वैधता को जानने के लिए अति आवश्यक है तथा इससे परीक्षण के

निष्कर्ष भी मजबूत होते हैं। दूसरे शब्दों में एक विश्वसनीय परीक्षण सदैव विभिन्न योग्यताओं का एकरूपता से मापन करता है चाहे वह परीक्षण कितनी ही बार क्यों न किया जाए।

सैद्धान्तिक रूप से -

“विश्वसनीयता को निरीक्षित प्राप्तांकों (Observed Scores) तथा सत्य प्राप्तांकों (True Score) के मध्य अन्तरों का मापक समझा जाता है।”

एक परीक्षण में निरीक्षित तथा सत्य प्राप्तांकों का होना आवश्यक है। निरीक्षित प्राप्तांक वह प्राप्तांक है जिसे छात्र वास्तविक रूप से प्राप्त करता है तथा सत्य प्राप्तांक वह प्राप्तांक है जिसे विद्यार्थी परीक्षण के समय प्राप्त करता है।

यहाँ पर यह ध्यान देने योग्य बात है कि विश्वसनीयता का मापन नहीं किया जा सकता है, इसका अनुमान लगाया जा सकता है। उदाहरण के लिए यदि न्यूरोरिजम गुण को मापन के लिए एक परीक्षण की रचना की जाती है तो यह परीक्षण कितनी बार भी किया जाए उतनी बार ही उसके निष्कर्ष समान होने चाहिए। अगर वह परीक्षण वही निष्कर्ष देता है तो यह परीक्षण की विश्वसनीयता है।

विश्वसनीयता को कुछ विद्वानों ने निम्न प्रकार से परिभाषित किया है।

एनेस्टेसी (Anastasi) 1957 के अनुसार “परीक्षण विश्वसनीयता विभिन्न अवसरों या समान पदों के विभिन्न विन्यासों में एक ही व्यक्ति के संगति प्राप्तांकों की प्राप्ति की ओर इंगित करती है।” (The reliability of a test refers to the consistency of scores obtained by the same individuals on different occasions or with different sets of equivalent items)

गैरिट (Garrett, H.E.) 1996 के अनुसार “एक परीक्षण या मानसिक मापन यन्त्र की विश्वसनीयता उस संगति पर निर्भर करती है जो उन व्यक्तियों की योग्यता का अनुमान लगाती है, जिनके लिए उसका प्रयोग होता है। (The reliability of a test of any measuring instrument depends upon the consistency with which it gauges the ability to whom it is applied)

गिलफोर्ड (Guilford) 1954 के अनुसार “विश्वसनीयता प्राप्त परीक्षण प्राप्तांकों में वास्तविकता विचरण अनुपात है।” गिलफोर्ड ने समीकरण एव सूत्र की सहायता से विश्वसनीयता के स्वरूप की व्याख्या की है। एक प्राप्त किया प्राप्तांक (Observed Score) सत्य प्राप्तांक (True Score) तथा त्रुटि प्राप्तांक (Error Score) का यौगिक मिश्रण है, जैसे

$$X = T + E$$

X = प्राप्त प्राप्तांक

T = सत्य प्राप्तांक

E = त्रुटि प्राप्तांक

अन्य समीकरण एवं सूत्र = विश्वसनीयता प्राप्त निरीक्षित प्राप्तांकों (Obtained Scores) से सत्य प्राप्तांक विचरण (Time Scores variance) के रूप में परिभाषित की जाती है।

$$r_{tt} = \sigma_t^2 / \sigma_x^2 \text{ या } \sigma_x^2 - \sigma_e^2 / \sigma_x^2$$

यह समीकरण एवं सूत्र विश्वसनीयता परीक्षण प्राप्तांकों के विश्वसनीय एवं स्थिर सम्बन्ध को इंगित करती है।

(Reliability is the proportion of the time variance in obtained test scores)

स्टोडोला एवं स्टोरडल (stodola and stordahl) 1972 के अनुसार "एक ही समूह के व्यक्तियों पर समरूप परीक्षण प्रशासित कर एवं दो या अधिक फलांकों के विन्यासों के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञात करने के रूप में परीक्षण विश्वसनीयता को परिभाषित किया जा सकता है। (The reliability of a test can be defined as the correlation between two or more sets of scores on equivalent tests from the same groups of individuals) अन्य शब्दों में विश्वसनीयता को हम इस प्रकार परिभाषित कर सकते हैं - "जब हम किसी वस्तु का मापन करते हैं तो उस मापन प्रक्रिया में अन्य प्रकार के मापन का भी उपयोग होता है। सामान्य रूप से त्रुटि का मापन सत्य प्राप्तांक तथा निरीक्षित प्राप्तांकों के मध्य सामान्य रूप से त्रुटि या मापन सत्य प्राप्तांक तथा निरीक्षित प्राप्तांक के मध्य आ जाता है। यद्यपि मनोवैज्ञानिक मापन में हम इस प्रकार की त्रुटियाँ को कम करने का प्रयास करते हैं।

17.4 परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

परीक्षण की विश्वसनीयता को ज्ञात करने के लिए विभिन्न प्रकार की परीक्षण विधियों का प्रयोग करते हैं लेकिन हम यहाँ मुख्य रूप से उपयोग में आने वाली विधियों को दो भागों में विभाजित कर सकते हैं।

1. सापेक्षिक विधि (External Consistency Procedures)
2. निरेपक्ष विधि (Internal Consistency Procedures)
 - 1) **सापेक्षिक विधि:** इस विधि में विश्वसनीयता का सह-सम्बन्ध गुणांक के द्वारा व्यक्त किया जाता है जिसे विश्वसनीयता गुणांक (Reliability coefficient) भी कहते हैं। यह विश्वसनीयता गुणांक की समूह में व्यक्ति की संगत स्थितियाँ अंकों की ओर इंगित करती है। सापेक्षित विश्वसनीयता को प्रसरण विश्लेषण (Analysis of Variance)के रूप में भी प्रयुक्त किया जाता है। इस विधि के अन्तर्गत पुनर्परीक्षण विधि तथा समान प्रारूप विधि आते हैं।
 - 2) **निरेपक्ष विधि:** इस विधि में विश्वसनीयता को मापन की मानक त्रुटि के रूप में व्यक्त किया जाता है जिसमें प्राप्त प्राप्तांकों के विचलन से सत्य प्राप्तांकों का अनुमान लगाया जाता है। इस विधि के अन्तर्गत अर्द्धविच्छेद

विधि, तर्कयुक्त समानता विधि, मापन की मानक त्रुटि तथा मापन की सम्भाव्य त्रुटि आते हैं। यहाँ हम इन सभी विधियों के बारे में विस्तार से चर्चा करेंगे।

(i) पुनर्परीक्षण विधि (Test-retest method) -

विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए यह सबसे प्रसिद्ध तथा अत्याधिक प्रचलित विधि है। इस विधि के अन्तर्गत हम एक ही परीक्षण को दो भिन्न-भिन्न अवसरों पर एक ही समूह पर प्रशासन करना होता है। सामान्य शब्दों में एक परीक्षण को एक ही समूह पर दो भिन्न-भिन्न समय के अन्तराल पर प्रशासित किया जाता है। हम एक ही परीक्षण को कुछ समय या कुछ महीनों के अन्तराल से भी कर सकते हैं। हम इस विधि में एक ही समूह के व्यक्तियों को भिन्न-भिन्न अवसरों पर प्रशासित कर प्राप्तांकों के आधार पर निष्कर्ष ज्ञात कर सकते हैं तथा उसके पश्चात् दोनों अवसरों पर ज्ञात किए गए प्राप्तांकों के मध्य विश्वसनीयता गुणांक भी ज्ञात कर सकते हैं।

पुनर्परीक्षण विधि की विश्वसनीयता को हम तभी अनुमान लगा सकते हैं जब एक ही परीक्षण को एक ही समूह पर करें। अगर हमारे प्राप्तांक दोनो स्थितियों में भी समान या आसपास आए तो वह परीक्षण की विश्वसनीयता को प्रमाणित करता है।

परिसीमाएँ: यह विधि सरल होने के साथ-साथ इस विधि की कुछ परिसीमाएँ भी हैं। इस विधि की परिसीमाओं में स्मृति का प्रभाव, अभ्यास का प्रभाव तथा उपस्थिति का भी प्रभाव पड़ता है। इस विधि को दो बार प्रशासित करने पर इन सब परिसीमाओं का प्रभाव पड़ता है। जब हम वही परीक्षण उसी समूह को दोबारा देते हैं तो अभ्यास एवं स्मृति के कारण उनके प्राप्तांक अधिक हो जाते हैं। यदि परीक्षण में समय अन्तराल कम होता है तो व्यक्ति के बहुत से प्रश्नों का उत्तर पहले की ही भाँति होगा। उदाहरण के लिए यदि हम स्मृति परीक्षण के लिए नानप्स स्लेबलस (Non-sense Syllables) का परीक्षण करते हैं और व्यक्ति को एक सूची नानप्स स्लेबलस की देते हैं और दुबारा 15 मिनट के अन्तराल से वही सूची दुबारा देते हैं तो अभ्यास और स्मृति के साथ-साथ वह उन शब्दों को जल्दी याद कर लेगा।

इसके अतिरिक्त व्यक्ति के अन्दर होने वाले परिवर्तन क्षमताओं में वृद्धि, परीक्षण करने की अभिवृत्ति, परीक्षण देने की परिस्थितियों के कारण भी इस विधि को उपयुक्त नहीं माना जाता है। इस विधि में समय भी अधिक व्यय होता है क्योंकि परीक्षण को दो विभिन्न अवसरों पर प्रशासित किया जाता है।

इस विधि के द्वारा हम व्यक्तित्व परीक्षण तथा अभिवृत्ति मापनियों की विश्वसनीयता का परीक्षण उपयुक्त प्रकार से नहीं कर सकते हैं क्योंकि व्यक्तित्व शीलगुण, अभिवृत्ति एवं रुचि सदैव स्थायी नहीं होती है। यह परिस्थिति तथा समय के अनुसार परिवर्तनशील होती है। इस विधि में व्यक्ति की उपस्थिति का भी प्रभाव पड़ता है। यदि कोई व्यक्ति दोबारा परीक्षण प्रशासित करने के समय उपस्थिति नहीं होता है तो उसके उत्तर को हम ज्ञात नहीं कर सकते हैं।

(ii) समान प्रारूप विधि (Parallel Form Method) -

परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की इस विधि में एक ही परीक्षण को दो रूपों में निर्मित किया जाता है तथा एक ही समूह पर उन्हें दो भिन्न अवसरों पर प्रशासित कर दोनों के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। यह विश्वसनीयता गुणांक-परीक्षण के दो पहलुओं कालिक स्थिरता तथा विभिन्न पदों की प्रत्युत्तर संगति का मापन करता है।

इस विश्वसनीयता को तुल्यता-गुणांक (Coefficient of equivalence) के नाम से भी जाना जाता है क्योंकि इसमें परीक्षण के दो समान प्रारूप उपलब्ध होते हैं। इस विधि को विश्वसनीयता की अन्य विधियों के नाम से भी जाना जाता है - जैसे: अल्टरनेट फार्म विश्वसनीयता (Alternate forms reliability) इक्विवलेन्ट फार्म विश्वसनीयता (Equivalent form reliability) एवं कम्परेबल फार्म विश्वसनीयता (comparable form reliability)

परिसीमाएँ: पुनर्परीक्षण विधि की भाँति इस विधि की भी अपनी परिसीमाएँ हैं। इस विधि में दो परीक्षणों को पूर्णतः समान रूप से निर्मित करना असम्भव है। अभ्यास के रूप में मनोवैज्ञानिक एक ही परीक्षण के लिए दो फार्म को तैयार नहीं कर पाते हैं। प्रयोगकर्ता एक ही परीक्षण के लिए दो फार्म को तैयार करने में रुचि प्रदर्शित नहीं करता है, फिर भी कुछ आधारभूत एवं मान्य कसौटियों के आधार पर दो समान प्रारूपों को एक ही उद्देश्य की प्राप्ति के लिए स्वतन्त्र रूप से निर्मित किया जा सकता है। दोनों फार्म में पद संख्या समान होनी चाहिए तथा उसकी विषय-वस्तु, संक्रियाएँ आदि भी एक सी ही होनी चाहिए। पदों का प्रसार कठिनता स्तर का लगभग समान होना चाहिए। परीक्षण के दोनों फार्मों में पद-समजातीयता की मात्रा, दोनों प्रारूपों के मध्यमान तथा मानक विचयन भी आपस में समान तथा सह सम्बन्धित होने चाहिए। इस विधि में एक ही परीक्षण के लिए दो फार्मों तैयार करना भी दुर्लभ कार्य है। इसी कारण यह विधि संकुचित रूप से प्रयोग की जाती है।

इस विधि की प्रमुख विशेषता यह है कि इसमें अभ्यास एवं स्मृति का कम प्रभाव पड़ता है क्योंकि दोनों फार्मों में पदों का स्वरूप लगभग एक समान होता है।

(iii) अर्द्ध-विच्छेद विधि (Split-Half Method) -

जैसा कि नाम से ही ज्ञात होता है कि अर्द्ध-विच्छेद किसी परीक्षण के लिए अधिकता से प्रयोग की जाती है। इस विधि के अंतर्गत परीक्षण के पदों को दो समान भागों में विभक्त कर दिया जाता है। इस विधि में परीक्षण को एक ही समय में प्रशासित किया जाता है और दोनों भागों के प्राप्तांकों को ज्ञात करके विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात कर लिया जाता है।

परिसीमाएँ: इस विधि को प्रयोग करते समय यह समस्या सामने प्रस्तुत होती है कि जब परीक्षण छोटा होता है तो दो समान भागों में पदों का विभाजन करने पर परीक्षण की विश्वसनीयता तथा वैधता पर विभाजन का प्रभाव पड़ता है। लम्बी अवधि वाले परीक्षण पर यह विधि उपयुक्त रूप से प्रयोग की जा सकती है। दूसरे शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि यह विधि छोटी अवधि के परीक्षण की तुलना में अधिक अवधि वाले परीक्षण के लिए उपयुक्त होती है।

दूसरी ओर यह भी देखा गया है कि परीक्षण को दो भागों में विभाजित करने में उनके पदों की विषय-वस्तु, कठिनता - स्तर समान नहीं होते हैं। अतः पदों को दो रूपों में विभाजित करने पर हमें उसकी विषय-वस्तु तथा कठिनता के स्तर पर भी ध्यान देना चाहिए। प्रायः अर्द्ध-विच्छेद विधि की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए स्पीयरमैन-ब्राउन सूत्र (Spearman Brown's Formula) का प्रयोग किया जाता है।

$$r_{11} = 2r_{11}^1 / 1 + r_{11}^1$$

यहाँ

r_{11} = सम्पूर्ण परीक्षण का विश्वसनीयता -गुणांक

r_{11}^1 = परीक्षण के दोनों अर्द्धों का विश्वसनीयता-गुणांक

उपरोक्त सूत्र का प्रयोग एक ही परीक्षण को अर्द्ध-विच्छेद करने के बाद दोनों में प्राप्त अंकों के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है।

(iv) कूडर रिचर्डसन विधि या तर्कयुक्त समानता विधि (Kuder-Richardson formula or Method of Rational Equivalence) -

कूडर-रिचर्डसन के नाम से जाने वाली इस विधि के अन्तर्गत परीक्षण के विभिन्न विधियों के दोषों का निवारण होता है। इस विधि के अन्तर्गत विभिन्न पदों का पारस्परिक सम्बन्ध एवं पदों का समस्त परीक्षण से सह-सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। जिसे 'आन्तरिक संगति गुणांक' (coefficient of internal consistency) के नाम से व्यक्त किया जाता है। पदों का विश्लेषण करने के लिए पद कठिनता सूचांक विधि (item difficulty index method) का प्रयोग किया जाता है। पद कठिनता प्रत्येक पद के उत्तर को जानने का अनुपात है। उदाहरण के लिए 'P' का चिन्ह पद की कठिनता का सूचांक है और पद 'X' $P = 0.67$ है इसका अर्थ है कि पद 'X' का उत्तर 74% विद्यार्थियों ने सही दिया है। पदों की विश्वसनीयता को ज्ञात करने के लिए कूडर-रिचर्डसन सूत्र संख्या 20 का प्रयोग किया जाता है।

$$KR-20 = [N/N-1] [1 - \sum pq / \sigma^2]$$

यहाँ

N = परीक्षण में पदों की संख्या

σ = सम्पूर्ण परीक्षण के सांख्याकों का विचलन

p = प्रत्येक पद के सही उत्तरों का अनुपात

q = प्रत्येक पद के गलत उत्तरों का अनुपात

यहाँ कूडर-रिचर्डसन सूत्र संख्या 20 विश्वसनीयता ज्ञात करने के विशेष पदों के लिए उपयोग की जाती है जहाँ पद के प्राप्तांक 0 या 1 हो (उदाहरण के लिए सही या गलत)

(v) विश्वसनीयता देषनांक (Index of Reliability) -

किसी परीक्षण पर व्यक्ति के प्राप्त प्राप्तांक (Obtained Scores) तथा सत्य प्राप्तांक (True Scores) के मध्य सह-सम्बन्ध को ही विश्वसनीयता देषनांक कहते हैं। प्राप्त प्राप्तांक तथा सत्य प्राप्तांक के मध्य के अन्तर को ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है:

यहाँ-

$$r_1 = \sqrt{r_{11}}$$

r_1 = प्राप्तांक तथा सत्य प्राप्तांकों का यह-सम्बन्ध या विश्वसनीयता सूची

r_{11} = परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक

उदाहरण के लिए यदि एक परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक $r_{11} = .72$ है तो उसका विश्वसनीयता-देषनांक (r_1) $= \sqrt{.72} = .85$ होगा।

(vi) मापन की मापक त्रुटि (Standard Error of Measurement) -

उपरोक्त विधियाँ के अतिरिक्त किसी परीक्षण की विश्वसनीयता को मापन की मानक त्रुटि के द्वारा भी ज्ञात कर सकते हैं। इस विधि के द्वारा किसी परीक्षण में प्राप्तांकों का उनके साथ प्राप्तांकों से कितना विचलन है।

मनोवैज्ञानिक परीक्षण में व्यक्ति का सत्य प्राप्तांक वह मूल्य है जो अवसर कारकों तथा अन्य मापन त्रुटियों से मुक्त रहता है। एक परीक्षण के मापन की मानक त्रुटि को निम्न सूत्र के द्वारा ज्ञात कर सकते हैं।

$$SE(\text{meas}) = St\sqrt{1-r_{11}}$$

$SE(\text{meas})$ = मापन की मानक त्रुटि

St = प्राप्त प्राप्तांकों के वितरण का मानक विचलन

r_{11} = विश्वसनीयता गुणांक

(vii) मापन की सम्भाव्य त्रुटि (Probable Error of Measurement) -

एक परीक्षण की विश्वसनीयता को सम्भाव्य त्रुटि के द्वारा ज्ञात किया जाता है। सम्भाव्य त्रुटि विश्वसनीयता ज्ञात करने में उन परिवर्त्य तथा अवसर त्रुटियों के प्रभाव को इंगित करती है जो सत्य प्राप्तांक से सम्बन्धित प्राप्त प्राप्तांकों के विचलन में होती है। मापन की सम्भाव्य त्रुटि जितनी कम होगी, परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी अधिक होगी।

17.5 परीक्षण विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाली स्थितियाँ

एक परीक्षण को ज्ञात करने के लिए हम विश्वसनीयता की विभिन्न विधियों का प्रयोग करते हैं लेकिन कई परिस्थितियों में परीक्षण की विश्वसनीयता को कई स्थितियाँ प्रभावित करती हैं। विश्वसनीयता का प्रयोग परीक्षण में विश्वसनीयता की कितनी मात्रा है यह जानने के लिए किया जाता है। एक परीक्षण में विश्वसनीयता की मात्रा कम या अधिक हो सकती है। अतः कोई भी परीक्षण पूर्णतया विश्वसनीय नहीं कहा जा सकता है, क्योंकि एक ही व्यक्ति के उत्तर में विभिन्न परिस्थितियों में प्राप्त प्राप्तांकों में अन्तर पाया जाता है। यह अन्तर विभिन्न माध्यमों एवं स्थितियों से होता है, जैसे:-

- i) वैयक्तिक गुणों एवं क्षमताओं में भेद,
- ii) व्यक्ति के योग्यताओं एवं मानसिक स्थिति के मध्य अन्तर,
- iii) व्यक्ति के अभ्यास एवं प्रशिक्षण का प्रभाव,
- iv) व्यक्तिगत विशेषताएँ, ध्यान, विचलन, प्रेरणा, स्वास्थ्य, ऊर्जा स्तर एवं संवेगात्मक स्थिति, एवं
- v) भौतिक दशाएँ - तापमान, प्रकाश, शोर, आदेशों को भली प्रकार से न समझना आदि।

17.6 परीक्षण विश्वसनीयता को बढ़ाना

हम इस विषय पर पहले ही चर्चा कर चुके हैं कि परीक्षण की विश्वसनीयता को कई प्रकार की स्थितियाँ प्रभावित करती है जो परीक्षण को अविश्वनीय होने में सहायक होती है। फिर भी हम परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाने का प्रयास करते हैं ताकि वह विश्वसनीय होने के साथ-साथ वैध भी हों। इसके लिए हम कई प्रकार की विधियों का भी प्रयोग करते हैं। जैसे

- 1) परीक्षण में पदों की संख्या को बढ़ाना: किसी परीक्षण में परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाने के लिए हम परीक्षण में उसके अन्तर्गत आने वाले पदों की संख्या को भी बढ़ा सकते हैं। इससे परीक्षण की लम्बाई भी बढ़ जाती है। इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है:

$$\text{परीक्षण की लम्बाई बढ़ाना} = \frac{(\text{वांछित विश्वसनीयता}) \times (1 - \text{प्राप्त विश्वसनीयता})}{(\text{प्राप्त विश्वसनीयता}) \times (1 - \text{वांछित विश्वसनीयता})}$$

उदाहरण के लिए यदि किसी परीक्षण में 50 प्रश्न हैं तो दूसरे परीक्षण में पदों की संख्या 133 होगी। परीक्षण में पदों की बढ़ी हुई संख्या के कारण उसकी विश्वसनीयता भी बढ़ जाएगी। परीक्षण की बढ़ी हुई लम्बाई, अनुमान के

कारण हुई त्रुटियों, विषय-वस्तु के प्रतिदर्श के चयन में हुई त्रुटियों तथा कुछ आकस्मिक त्रुटियों को दूर करने में सहायक होती है।

- 2) त्रुटियों को कम करना: हम परीक्षण की विश्वसनीयता बढ़ाने के लिए विभिन्न प्रकार की त्रुटियों का प्रयोग करते हैं लेकिन फिर भी उसमें कई त्रुटियाँ रह जाती हैं क्योंकि मनुष्य के व्यवहार में तथा स्थितियों में निरंतर बदलाव होता रहता है। फिर आंशिक रूप से कुछ त्रुटियाँ को नियन्त्रित कर उन्हें दूर या कम किया जा सकता है।

17.7 सारांश

उपरोक्त विषय में हमने निम्न बिन्दुओं पर चर्चा की है-

1. विश्वसनीयता परीक्षण रचना का तकनीकी पहलू है।
2. विश्वसनीयता परीक्षण सदैव विभिन्न योग्यताओं का एकरूपता से मापन करता है, चाहे वह परीक्षण कितनी ही बार क्यों न किया जाए।
3. विश्वसनीयता को निरीक्षित प्राप्तांकों (Observed Scores) तथा सत्य प्राप्तांकों (True Scores) के मध्य अन्तरों का मापक समझा जाता है।
4. विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ
 - (i) पुनः परीक्षण विधि
 - (ii) समान प्रारूप विधि
 - (iii) अर्द्ध-विच्छेद विधि
 - (iv) तर्कयुक्त समानता विधि
 - (v) विश्वसनीयता देशनांक
 - (vi) मापन की मानक त्रुटि
 - (vii) मापन की सम्मानन्य त्रुटि
5. विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाली स्थितियाँ
6. परीक्षण में पदों की संख्या बढ़ाकर तथा परीक्षण में त्रुटियों को कम करके परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाया जा सकता है।

17.8 शब्दावली

- विश्वसनीयता: प्राप्त परीक्षण प्राप्ताकों में वास्तविकता विचरण अनुपात है।
- सापेक्षिक विधि: इस विधि में विश्वसनीयता का सह-सम्बन्ध गुणांक के द्वारा व्यक्त किया जाता है जिसे विश्वसनीयता गुणांक (Reliability coefficient) भी कहते हैं। यह विश्वसनीयता गुणांक की समूह में व्यक्ति की संगत स्थितियाँ अंकों की ओर इंगित करती है।
- निरेपक्ष विधि: इस विधि में विश्वसनीयता को मापन की मानक त्रुटि के रूप में व्यक्त किया जाता है जिसमें प्राप्त प्राप्ताकों के विचलन से सत्य प्राप्ताकों का अनुमान लगाया जाता है।

17.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

नीचे दिए गए प्रश्नों में से सत्य या असत्य पर (✓) का चिन्ह लगाइए।

- परीक्षण की रचना करते समय परीक्षण रचना के सामान्य सिद्धांतों को ध्यान में रखने से परीक्षण की रचना त्रुटिपूर्ण हो जाती है। (सत्य/असत्य)
- परीक्षणकर्ता को केवल परीक्षण रचना के बारे में ही ध्यान रखना चाहिए न कि उसके मानकीकरण के विषय में। (सत्य/असत्य)
- विश्वसनीयता परीक्षण रचना का व्यवहारिक पहलू है। (सत्य/असत्य)
- एक परीक्षण में निरीक्षित तथा सव्य प्राप्ताकों का होना आवश्यक है। (सत्य/असत्य)
- सापेक्षित विधि को प्रसरण विश्लेषण के रूप में भी व्यक्त किया जाता है। (सत्य/असत्य)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए:-

-के अंतर्गत हम एक ही परीक्षण को दो भिन्न-भिन्न अवसरों पर एक ही समूह में करना होता है।
- समान प्रारूप विधि में एक ही परीक्षण कोमें निर्मित किया जाता है।
- समान प्रारूप विधि को विधि के नाम से भी जाना जाता है।
- विधि के अन्तर्गत परीक्षण के पदों को दो समान भागों में विभक्त कर दिया जाता है।
- कूडर रिचर्डसन संख्या 20 का सू ?
- एक परीक्षण को प्रभावित करने वाली स्थितियाँ -
- परीक्षण में पदों की संख्या को बढ़ाने के सूत्र है।

उत्तर: i) सत्य ii) असत्य iii) असत्य iv) सत्य v) सत्य vi) पुनर्परीक्षण विधि vii) दो रूपों

viii) तुल्यता-गुणांक ix) अर्द्ध-विच्छेद विधि x) $KR-20 = [N/N-1] \{1 - \sum_{pq} \sigma^2\}$

xi) अ. वैयक्तिक गुणों एवं क्षमताओं में भेद

ब. व्यक्ति के योग्यताओं एवं मानसिक स्थिति के मध्य अंतर

स. व्यक्ति के अभ्यास एवं परीक्षण का प्रभाव

द. भौतिक दशाएँ - तापमान, प्रकाश एवं शोर आदि।

xii) परीक्षण की लम्बाई बढ़ाना = $\frac{\text{(वांछित विश्वसनीयता)} \times \text{(1-प्राप्त विश्वसनीयता)}}{\text{(प्राप्त विश्वसनीयता)} \times \text{(1- वांछित विश्वसनीयता)}}$

17.10 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- भार्गव, महेश (1971) मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन, आगरा |
- अनुसंधान विधियाँ, एम0ए0 मनोविज्ञान (2010) एम0पी0सी0 005 ब्लॉक (1), इंदिरा गाँधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय, नई दिल्ली।
- एनेस्टेसी ए0 (1957) मनोविज्ञान परीक्षण, पृ0 49 गैरिट, एम0ई0 (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी
- स्टोडोला एवं स्टोरडल (1972): मूलभूत शिक्षा परीक्षण एवं मापन, पृ0 146
- गिलफोर्ड जी0पी0 (1954) मनोवैज्ञानिक परीक्षण विधियाँ पृ0350

17.11 निबन्धात्मक प्रश्न

1. परीक्षण रचना में विश्वसनीयता के महत्व को बताइए।
2. विश्वसनीयता से आप क्या समझते हैं?
3. पुनःपरीक्षण विधि एवं समान प्रारूप विधि को संक्षिप्त में बताइए।
4. अर्द्ध-विच्छेद विधि की परिसीमाओं पर चर्चा कीजिए।
5. निम्न विधियों के सूत्र बताइए।
 - i) स्पीयरमैन ब्राउन सूत्र
 - ii) कूडर रिचर्डसन सूत्र न0 20
 - iii) मापन की मानक त्रुटि

इकाई-18 परीक्षण विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ
(Methods to Estimate the Reliability of Test)

इकाई संरचना

- 18.1 प्रस्तावना
- 18.2 उद्देश्य
- 18.3 परीक्षण विश्वसनीयता का अर्थ
- 18.4 विश्वसनीयता आंकलन की विधियाँ
 - 18.4.1 परीक्षण-पुनःपरीक्षण विधि
 - 18.4.2 समान-प्रारूप विधि
 - 18.4.3 अर्द्ध-विच्छेद विधि
 - 18.4.4 तर्कयुक्त समानता विधि
 - 18.4.5 अन्य विधियाँ
- 18.5 विश्वसनीयता आंकलन के रूप
 - 18.5.1 सापेक्षिक विश्वसनीयता
 - 18.5.2 निरपेक्ष विश्वसनीयता
- 18.6 सारांश
- 18.7 शब्दावली
- 18.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 18.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 18.10 निबन्धात्मक प्रश्न

18.1 प्रस्तावना

पिछली इकाइयों में आपने मनोवैज्ञानिक परीक्षण की रचना एवं उसकी विश्वसनीयता के सम्बन्ध में जानकारी प्राप्त की तथा परीक्षण विश्वसनीयता व वैधता के अन्तर को जानने का प्रयास किया।

प्रस्तुत इकाई में आप विश्वसनीयता ज्ञात करने की विभिन्न विधियों का अध्ययन करेंगे और विभिन्न सूत्रों पर आधारित अभ्यास के द्वारा परीक्षण की विश्वसनीयता निकालने में निपुण हो सकेंगे। इसके अतिरिक्त प्रस्तुत इकाई का अध्ययन आपको विश्वसनीयता की विभिन्न आंकलन विधियों के गुण-दोषों की तुलना करने में सहायक होगा।

18.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई का अध्ययन करने के पश्चात् आप इस योग्य हो सकेंगे कि-

- आप परीक्षण की विश्वसनीयता का निरूपण कर सकें।
- परीक्षण विश्वसनीयता के आंकलन की विभिन्न विधियों की तुलना कर सकें।
- परीक्षण विश्वसनीयता के आंकलन की विधियों के गुण-दोषों की जाँच कर सकें।
- विश्वसनीयता ज्ञात करने के विभिन्न सूत्रों का प्रयोग कर सकें तथा
- व्यावहारिक रूप से किसी परीक्षण के निर्माण के क्रम में उसकी विश्वसनीयता का निर्धारण कर सकें।

18.3 परीक्षण विश्वसनीयता का अर्थ

जब भी किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की रचना होती है तो उसके एकांशों का विश्लेषण करने के पश्चात् परीक्षणकर्ता का उद्देश्य उन एकांशों की विश्वसनीयता एवं वैधता का निर्धारण करना होता है। विश्वसनीयता मनोवैज्ञानिक परीक्षण का एक प्रमुख गुण है जो यह बतलाता है कि परीक्षण प्रशासन के पश्चात् एकांशों के अंकन से प्राप्त अंकों के बीच कितनी कालिक या अन्तरिक संगति है।

कोई भी परीक्षण जब वर्तमान समय तथा कुछ दिन बीतने के बाद संगत परिणाम देता है, तो यह कहा जाता है कि उसके प्राप्तांकों में संगति है। ऐसी संगति को कालिक संगति कहा जाता है। कोई परीक्षण को उस परिस्थिति में भी संगत परिणाम देते हुए मान लिया जाता है जब परीक्षण के एकांशों के कुछ सेट (जैसे कुल एकांशों का आधे एकांश) पर आने वाले प्राप्तांक करीब-करीब उन प्राप्तांकों के तुल्य होते हैं जो परीक्षण के बाकी एकांशों के सेट पर मिले हैं। प्रायः इस तरह की संगति ज्ञात करने के लिए परीक्षण को किसी प्रतिदर्श पर एक ही बार क्रियान्वयन करना होता है। एकांशों की ऐसी संगति को आन्तरिक संगति कहा जाता है। परीक्षण प्राप्तांक की विश्वसनीयता से तात्पर्य इन दोनों तरह की संगति अर्थात् कालिक संगति तथा आन्तरिक संगति से होता है। स्पष्टतः तब विश्वसनीयता से तात्पर्य परीक्षण प्राप्तांकों में संगति (कालिक संगति एवं आन्तरिक संगति) से होता है। मार्शल एवं हेल्स (1992) ने परीक्षण की विश्वसनीयता को इसी आलोक में परिभाषित करते हुए कहा है “परीक्षण प्राप्तांकों के बीच संगति की मात्रा को ही विश्वसनीयता कहा जाता है।”

उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है कि परीक्षण की विश्वसनीयता के दो पहलू हैं-कालिक संगति या कालिक स्थिति तथा अन्तरिक संगति। इन दोनों संगति का मापन सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करके किया जाता है। जिस सहसम्बन्ध गुणांक से परीक्षण की आन्तरिक संगति का पता चलता है उसे आन्तरिक संगति गुणांक या अल्फा गुणांक भी कहा जाता है। स्पष्ट हुआ कि परीक्षण प्राप्तांकों की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए उसी परीक्षण के प्राप्तांकों का दो सेट होता है जिनके बीच सहसम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। इसी कारण परीक्षण की विश्वसनीयता को परीक्षण का आत्म-सम्बन्ध के रूप में भी परिभाषित किया जाता है। इसे एक उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है। मान लिया जाए कि एक बुद्धि परीक्षण को 20 छात्रों पर आज क्रियान्वयन किया गया और 14 दिन के बाद पुनः उन्हीं छात्रों पर क्रियान्वयन किया गया। यदि बुद्धि परीक्षण में विश्वसनीयता है, तब तो दोबार क्रियान्वयन

होने पर प्रत्येक छात्र को लगभग वही प्राप्तांक आयेगा जो पहली बारी में आया था। जैसे यदि प्रयोज्य 4 ने पहली बार में 40 अंक प्राप्त किये हैं तो संभव है कि दूसरी बार में उसे 45 या 35 अंक आ जाए। परन्तु यह सम्भव नहीं है कि दोबारा उसे 10 अंक या 90 अंक आ जाए और यदि ऐसा होता है तो इसका स्पष्ट मतलब यह हुआ कि बुद्धि परीक्षण विश्वसनीय नहीं है, अर्थात् कम-से-कम उसमें कालिक संगति नहीं है। इसी तरह मान लिया जाए कि बुद्धि परीक्षण में 50 एकांश हैं जिन्हें दो भागों या सेटों में बांट दिया जाता है सभी विषम-संख्या वाले एकांश जैसे 1, 3, 5, 749 वाले एक तरफ तथा सभी सम-संख्या वाले एकांश जैसे 2, 4, 6, 8 ... 50 वाले एक तरफ होंगे। इस तरह से यहां प्रत्येक व्यक्ति को दो कुल प्राप्तांक प्राप्त होंगे। पहला प्राप्तांक सभी विषम-संख्या वाले एकांशों पर तथा दूसरा प्राप्तांक सभी सम-संख्या वाले एकांशों पर। यदि बुद्धि परीक्षण विश्वसनीय है, तो प्रत्येक व्यक्ति को इन दोनों तरह के एकांशों के सेटों पर आने वाला कुल प्राप्तांक लगभग समान होगा। जैसे, यदि बुद्धि परीक्षण विश्वसनीय है तो प्रयोज्य 4 को यदि विषम संख्या वाले एकांशों पर 30 अंक आता है तो सम-संख्या वाले एकांशों पर 28 या 33 अंक आ सकता है। परन्तु यह नहीं होगा कि इस पर 15 या 42 अंक आ जाए। यदि ऐसा होता है तो यह समझा जाएगा कि परीक्षण प्राप्तांकों में विश्वसनीयता विशेषकर आन्तरिक संगति नहीं है।

परीक्षण विशेषज्ञों ने विश्वसनीयता का एक तार्किक अर्थ भी बतलाया है। इस अर्थ को तकनीकी अर्थ भी कहा जाता है जिसे समझने के लिए प्राप्त अंक के वास्तविक अंक तथा त्रुटि अंक का अर्थ समझना जरूरी है। प्राप्त अंक से तात्पर्य उन अंकों के योग से होता है जिसे व्यक्ति परीक्षण पर प्राप्त करता है। जैसे, यदि कोई व्यक्ति किसी परीक्षण पर 50 एकांशों का सही उत्तर देता है तथा प्रत्येक सही उत्तर के लिए एक-एक अंक दिये गये हैं, तो उस व्यक्ति का प्राप्त अंक 50 होगा। वास्तविक अंक से तात्पर्य व्यक्ति के वैसे प्राप्त अंक से होता है जो संयोग घटनाओं या परिस्थितियों के प्रभाव से मुक्त होता है। सच्चाई यह है कि वास्तविक अंक एक सैद्धान्तिक मान है जो व्यक्ति के वास्तविक ज्ञान को बतलाता है और वास्तविक अंक का पता वास्तव में होता नहीं है बल्कि उसे मान लिया जाता है। प्राप्त अंक को ही वास्तविक अंक का एक रूप मान लिया जाता है। कुछ परीक्षण विशेषज्ञों ने वास्तविक अंक को व्यक्ति द्वारा परीक्षण पर कई प्रयासों में प्राप्त अंकों का औसत कहा है। त्रुटि अंक से तात्पर्य वैसे अंक से होता है जो प्राप्त अंक तथा उरसके सैद्धान्तिक मान या वास्तविक अंक का अन्तर होता है। जैसे, यदि प्राप्त अंक 40 है तथा वास्तविक अंक 38 है तो त्रुटि $40-38 = 2$ होगा। इसे मापन की त्रुटि भी कहा जाता है।

इस तरह से प्राप्त अंक के दो भाग होते हैं - वास्तविक अंक तथा त्रुटि अंक। किसी भी प्राप्त अंक में ये दोनों तरह के अंक सम्मिलित होते हैं। इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार कहा जा सकता है -

$$\text{प्राप्त अंक} = \text{वास्तविक अंक} + \text{त्रुटि अंक}$$

कभी-कभी प्राप्त अंक बहुत अधिक ऊँचा हो जाता है क्योंकि संयोगवश व्यक्ति अटकलबाजी के आधार पर सही उत्तर देने में समर्थ हो जाता है। परन्तु कभी-कभी प्राप्त अंक बहुत कम हो जाता है क्योंकि संयोग व्यक्ति की मदद नहीं कर पाता है। यही कारण है कि कई ऐसे प्रयासों में यह उम्मीद की जाती है कि संयोग का नियम क्रियाशील होगा और धनात्मक त्रुटि एवं ऋणात्मक एक-दूसरे को काटेगी और तब त्रुटि शून्य हो जाएगी।

चूंकि प्राप्त अंक को वास्तविक अंक तथा त्रुटि अंक में बांटा जाता है, अतः इस पर आधारित परीक्षण के कुल प्रसरण को भी दो भागों में बांटा जाता है - वास्तविक प्रसरण तथा त्रुटि प्रसरण। प्रसरण मानक विचलन का वर्ग

होता है। अंकों के माध्य से हुए वगीकृत विचलनों के योग को अंकों की संख्या से विभाजित करने पर जो भागफल आता है, प्रसरण कहलाता है। तकनीकी अर्थ में या तार्किक अर्थ में प्राप्त प्रसरण तथा वास्तविक प्रसरण का अनुपात ही विश्वसनीयता कहलाता है। जैसे, यदि किसी परीक्षण पर प्राप्त प्रसरण 100 है तथा वास्तविक प्रसरण 60 है तो इसका अनुपात $60/100=0.60$ होगा। नीचे की तालिका में प्राप्त अंक वास्तविक अंक तथा मानक त्रुटि माध्य, प्रसरणों तथा मानक विचलनों के सम्बन्ध को काल्पनिक रूप में अधिक स्पष्ट किया गया है।

तालिका - 1

प्राप्त अंक, वास्तविक अंक, त्रुटि अंक एवं उनके माध्यों, प्रसरणों तथा मानक विचलनों का काल्पनिक वितरण

व्यक्ति	प्राप्त अंक	वास्तविक अंक	त्रुटि अंक
A	13	15	-2
B	17	15	+2
C	16	20	-4
D	28	30	-2
E	27	25	+2
F	28	28	0
G	30	20	+10
H	26	30	-4
I	30	32	-2
J	45	45	0
Sums :	260	260	0
Means :	260	260	0
Variances :	75.2	74.8	0.4
SDs	8.7	8.6	0.1

तालिका 1 से स्पष्ट है कि इस परीक्षण पर आये वास्तविक अंकों का वास्तविक प्रसरण 74.8 है तथा प्राप्त अंकों का प्राप्त प्रसरण 75.2 है। इन दोनों का अनुपात $74.8/75.2 = 0.99$ है जो इन परीक्षण प्राप्तियों की विश्वसनीयता है। यह विश्वसनीयता तार्किक अर्थ या तकनीकी अर्थ में है। इसका मतलब यह हुआ कि प्राप्त प्रसरण का 99 प्रतिशत वास्तविक प्रसरण है। अगर किसी परीक्षण की विश्वसनीयता शून्य होती है तो इसका मतलब यह

है कि त्रुटि प्रसरण अधिकतम है। इसी प्रकार यदि किसी परीक्षण की विश्वसनीयता 1.00 है तो इसका मतलब यह हुआ कि त्रुटि प्रसरण वहां शून्य है।

18.4 विश्वसनीयता आंकलन की विधियाँ

किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता का निर्धारण कैसे किया जाता है? यानी, विश्वसनीयता के आंकलन की कौन-कौन सी विधियाँ हैं। किस विधि द्वारा विश्वसनीयता ज्ञात करना ज्यादा व्यावहारिक है, विभिन्न विधियों के लाभ और उसकी सीमाएं क्या हैं, आइए, अब आपसे इस पर चर्चा करें। दरअसल, सांख्यिकी के विद्वानों ने किसी परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने हेतु निम्नलिखित विधियाँ बतायी हैं-

1. परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि
2. समान प्रारूप विधि
3. अर्द्ध-विच्छेद विधि
4. तर्कयुक्त समानता विधि
5. अन्य विधियाँ

इन विधियों में प्रथम तीन विधियों की लोकप्रियता अधिक है और किसी परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने में इनका प्रयोग अधिक होता है। आइए अब इन पर एक-एक करके चर्चा करें।

18.4.1 परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि -

इस विधि में एक परीक्षण को एक प्रतिदर्श या व्यक्तियों के समूह पर एक बार प्रशासित किया जाता है फिर कुछ समय के अन्तराल के बाद उसी परीक्षण को उसी समूह पर दूसरी बार प्रशासित किया जाता है। बहुधा परीक्षण के प्रशासन में अन्तराल इतना रखा जाता है कि समूह के सदस्यों को परीक्षण के पदों की याद न रह जाय। यदि 1-2 दिन के अन्तराल से परीक्षण को दुबारा प्रशासित किया जायेगा तब सम्भवतया परीक्षार्थियों को परीक्षण के पदों की याद बनी रहेगी लेकिन जब परीक्षण कुछ अधिक समय बाद प्रशासित किया जायेगा तब यह स्थिति नहीं रहेगी। बहुधा परीक्षण और पुनर्परीक्षण में 12 से 15 दिन का अन्तराल रखा जाता है। इस तरह परीक्षण के प्रशासन से स्पष्ट है कि प्राप्तांकों के 2 सेट प्राप्त होते हैं। एक प्रकार के प्राप्तांकों का सेट पहले परीक्षण से सम्बन्धित होता है और दूसरी बार के प्राप्तांकों का सेट पुनर्परीक्षण से प्राप्त होता है। इन दोनों प्राप्तांकों के सेटों के मध्य सहसम्बन्ध गुणांक की गणना की जाती है। इस सहसम्बन्ध गुणांक को विश्वसनीयता गुणांक भी कहते हैं। इसे तकनीकी शब्दों में कालगत संगति गुणांक भी कहते हैं। विश्वसनीयता गुणांक का मान जितना ही अधिक आता है परीक्षण उतना ही अधिक विश्वसनीय माना जाता है जब विश्वसनीयता गुणांक का मान 0.80 से 0.90 के मध्य प्राप्त होता है तब विश्वसनीयता संतोषजनक मानी जाती है और जब विश्वसनीयता गुणांक का मान 0.90 होता है या इससे अधिक होता है तब विश्वसनीयता उच्च मानी जाती है अथवा यह कहा जाता है कि कालगत या कालिक संगति उच्च है।

उदाहरण के लिए, यदि एक चिन्ता परीक्षण में 80 पद हैं और इस परीक्षण की विश्वसनीयता परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि से ज्ञात करनी है तो इस विधि से परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए पहले 50 छात्रों पर परीक्षण का प्रशासन किया जायेगा और परीक्षण का मूल्यांकन करने के बाद सभी छात्रों के परीक्षण पर प्राप्तांक प्राप्त कर लिये जायेंगे फिर 15 दिन के अन्तराल के बाद उन्हीं 50 छात्रों के समूह पर परीक्षण को दूसरी

बार प्रशासित किया जायेगा और परीक्षण के मूल्यांकन की सहायता से यह ज्ञात कर लिया जायेगा कि प्रत्येक परीक्षार्थी को कितने-कितने प्राप्तांक प्राप्त हुए हैं। इस प्रकार 50-50 प्राप्तांकों के दो सेट प्राप्त हो जायेंगे। गणना से जो मान प्राप्त होगा उसे परीक्षण-पुनर्परीक्षण विश्वसनीयता गुणांक कहेंगे।

परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि के कुछ प्रमुख गुण या लाभ निम्न प्रकार से हैं-

1. यह एक सरल विधि है। इस विधि की सहायता से परीक्षण के विश्वसनीयता गुणांक की गणना बहुत आसानी से की जा सकती है।
2. परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि द्वारा विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने में कम समय और कम श्रम लगता है। अतः इस विधि से समय और श्रम की बचत होती है।
3. इस विधि में एक समूह के व्यक्तियों का दो समान अवसरों पर परीक्षण लिया जाता है। समान अवसरों पर परीक्षण के कारण प्रतिचयन त्रुटियों के घटित होने की सम्भावना कम रहती है।
4. यह विधि उस समय और भी उपयोगी है जब कोई परीक्षणकर्ता किसी परीक्षण की दीर्घकालीन संगति को ज्ञात करना चाहता है।
5. यदि कोई परीक्षणकर्ता व्यवसाय निष्पादन परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करना चाहता है तो ऐसे परीक्षणों की विश्वसनीयता ज्ञात करने में यह विधि अधिक अच्छी विधि है। बुद्धि परीक्षणों की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए भी यह एक अच्छी विधि है।

परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि के कुछ प्रमुख दोष या सीमाएँ निम्न प्रकार से हैं-

1. इस विधि का एक गम्भीर दोष यह है कि इस विधि में एक परीक्षण एक ही समूह पर कुछ समय के अन्तराल से दो बार प्रशासित किया जाता है। यह देखा गया है कि परीक्षण और पुनर्परीक्षण में जब समय अन्तराल कम होता है तब पहली बार परीक्षण के समय के अनुभव दूसरी बार परीक्षण करते समय प्रयोज्यों के लिए सुविधापूर्ण होते हैं। इस कारण दूसरी बार परीक्षण का जो प्रशासन किया जाता है उसके प्राप्तांक पूर्ण रूप से शुद्ध नहीं होते हैं। इस दूसरी बार प्राप्तांकों का मान उस स्थिति में कुछ अधिक रहता है। जब प्रयोज्यों के पहले के अनुभव दूसरी बार की परीक्षा में काम आते हैं।
2. चूँकि इसमें परीक्षण का प्रशासन एक ही समूह पर दो अवसरों पर किया जाता है और यह दो बार प्रशासन यह मानकर किया जाता है कि दोनों बार भौतिक वातावरण, मनोवैज्ञानिक वातावरण समान तो होगा ही और साथ ही परीक्षार्थियों को समान प्राप्तांक प्राप्त होंगे। बहुधा यह देखा गया है कि दो अवस्थाओं के प्रशासन में न भौतिक वातावरण समान होता है और न मनोवैज्ञानिक वातावरण समान होता है। उनके प्राप्तांक समान नहीं होते हैं जिसके कारण प्राप्त विश्वसनीयता पूर्ण रूप से शुद्ध नहीं होती है।
3. परीक्षण-पुनर्परीक्षण में यदि समय अन्तराल कई माह का होता है तो यह भी देखा गया है कि अधिक अन्तराल होने के कारण बालकों की योग्यता इस समय अन्तराल में कुछ अधिक विकसित हो जाती है एकसा परिपक्वता प्रभाव से होता है। उदाहरण के लिए कक्षा तीन के विद्यार्थियों के लिए पढ़ने की योग्यता परीक्षण है। यदि एक बार परीक्षा करने के बाद 6 माह के अन्तराल के बाद इन बालकों को पुनः पढ़ने की योग्यता सम्बन्धी परीक्षण दिया जाये तो यह सम्भावना है कि दुबारा परीक्षण दिये जाने पर परीक्षार्थियों को

अधिक प्राप्तांक प्राप्त होंगे क्योंकि 6 माह की अवधि में बालकों में पढ़ने की योग्यता का कुछ अधिक विकास हो गया है। इस अवस्था में यदि सह-सम्बन्ध गुणांक की गणना की जायेगी तो सह-सम्बन्ध गुणांक का मान बहुत कम आयेगा। यही परिपक्वता प्रभाव कहलाता है जिसे नजर अंदाज नहीं किया जा सकता।

4. परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि द्वारा विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने में समय और धन का अधिक व्यय होता है क्योंकि विश्वसनीयता गुणांक की गणना के लिए परीक्षणकर्ता को दो बार परीक्षण का प्रशासन करना पड़ता है।
5. कुछ विद्वानों का विचार है कि परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि की सहायता से इन परीक्षणों के विश्वसनीयता गुणांक की गणना नहीं करनी चाहिए जहाँ परीक्षार्थियों में परिवर्तन प्रवृत्ति की अधिक सम्भावना हो। उदाहरण के लिए व्यक्तित्व अनुसूची और चिन्ता परीक्षण आदि (मर्फी एवं डैविडशोफर 1988)।

परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि में पायी जाने वाली उपर्युक्त खामियों को देखते हुए इसमें सुधार के निम्नलिखित उपाय बताये गये हैं-

1. इस विधि में एक परीक्षण का प्रशासन कुछ समय अन्तराल के बाद दो बार किया जाता है। बहुधा समय अन्तराल दो सप्ताह से 6 सप्ताह तक अधिकांश विद्वानों ने उपयुक्त माना है। समय अन्तराल जब एक सप्ताह के अन्दर होगा तो बहुत कुछ सम्भावना है कि अभ्यास, अनुभव, अभिवृत्ति और आत्मविश्वास आदि का दोषजन्य प्रभाव अधिक पड़ेगा। इस दोषजन्य प्रभाव को कम करने के लिए आवश्यक है कि समय अन्तराल 2 सप्ताह से 6 सप्ताह के मध्य रखा जाये।
2. बहुधा यह देखा गया है कि जब परीक्षण में पदों की संख्या कम होती है तब परीक्षार्थियों को यह प्रश्न याद रहते हैं। अतः परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि में पदों या प्रश्नों की संख्या उपयुक्त होनी चाहिए।
3. भौतिक वातावरण सम्बन्धी वातावरण; जैसे- तापमान, प्रकाश और कोलाहल आदि दोनों परीक्षण अवस्थाओं में समान होने चाहिए।
4. दोनों परीक्षण अवस्थाओं में मनोवैज्ञानिक वातावरण समान करने के लिए आवश्यक है कि परीक्षणकर्ता वही हो जिन्होंने पहली बार परीक्षा ली हो।
5. दोनों ही परीक्षण अवस्थाओं में परीक्षण का प्रशासन समान रूप से करना चाहिए।

18.4.2 समान प्रारूप विधि -

इस विधि को विकल्प फार्म विधि या तुल्य फार्म विधि भी कहते हैं। इस विधि की सहायता से परीक्षण की विश्वसनीयता गुणांक की गणना तब की जा सकती है जब परीक्षण का निर्माण दो तुल्य फार्म या दो विकल्प या समानान्तर फार्म के रूप में की गई हो। उदाहरण के लिए, एक परीक्षण के जब दो फार्म होते हैं और दोनों फार्म के समान मध्यमान, समान प्रसरण तथा समान अन्तर-पद सहसम्बन्ध होता है तब यह फार्म तुल्य फार्म कहलाते हैं या माने जाते हैं। फ्रीमैन (1971) ने उपरोक्त तीन कसौटियों के अतिरिक्त यह भी बताया है कि दोनों फार्म की प्रशासन विधि और दोनों फार्म की मूल्यांकन विधि भी समान होनी चाहिए।

उपरोक्त वर्णन से स्पष्ट है कि परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की इस विधि में परीक्षण के दो समानान्तर या विकल्प फार्म होते हैं। इन विकल्प फार्म में से एक फार्म का प्रशासन एक समूह के लोगों पर किया

जाता है फिर कुछ समय के अन्तराल के बाद परीक्षण के दूसरे विकल्प फार्म का प्रशासन किया जाता है। परीक्षण के दो विकल्प फार्म के प्राप्तांकों के इस प्रकार दो सेट परीक्षण प्रशासन से प्राप्त होते हैं। इन दो प्रकार के प्राप्तांकों में सहसम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। प्राप्त विश्वसनीयता गुणांक को समतुल्य गुणांक कहते हैं। विश्वसनीयता गुणांक की गणना से विश्वसनीयता के दो पहलुओं का ज्ञान प्राप्त होता है-

1. कालगत संगति या स्थिरता
2. विभिन्न पदों की प्रत्युत्तर संगति

सन् 1935 में स्टैनफोर्ड बिनने ने बुद्धि मापनी का निर्माण और मानकीकरण किया। इस मापनी के L और M दो समतुल्य प्रारूप हैं। इन दो प्रारूपों का समतुल्य गुणांक का मान 0.91 है।

समान प्राप्त विधि के निम्नलिखित गुण हैं-

1. परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि की तुलना में समान प्रारूप विधि में परीक्षण का दो समान प्रारूप एक ही साथ प्रशासित किया जाता है अतः अभ्यास, अनुभव, अभिवृत्ति और स्मृति का प्रभाव नहीं पड़ता है। चूँकि यहाँ परीक्षण के दो समतुल्य फार्म होते हैं। अतः उपरोक्त प्रकार का कोई भी प्रभाव नहीं पड़ता है। परीक्षण के दोनों फार्म के प्रशासन में यदि अन्तराल कम भी होता है तब भी इस प्रकार का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।
2. इस विधि में फार्म A और B के प्रशासन में आवश्यक नहीं है कि अन्तराल अधिक हो। दोनों फार्म के प्रशासन में समय अन्तराल कम भी होता है तो स्थानान्तरण प्रभाव बहुत कम या नहीं पड़ता है। (मर्फी एवं डैविड शोफर 1988)।

उपर्युक्त गुणों के रहते हुए भी समान प्रारूप विधि की निम्नलिखित सीमाएं भी हैं-

1. इस विधि की सबसे बड़ा खामी यह है कि परीक्षण का दो अलग-अलग प्रारूप में तैयार करना पड़ता है जो कि एक कठिन कार्य है। समतुल्य फार्म बनाना सरल कार्य नहीं है। प्रत्येक प्रकार के परीक्षण के समतुल्य फार्म तैयार करना कठिन है।
2. इस विधि में परीक्षण के दो समतुल्य फार्म बनाना कठिन कार्य है। अतः परीक्षण निर्माणकर्ता को अधिक मेहनत और अधिक श्रम का व्यय करना पड़ता है।
3. परीक्षण के फार्म A को भरने के बाद परीक्षार्थी जब परीक्षण के फार्म B को भरते हैं तब परीक्षार्थियों के उत्तर पर अभ्यास का कुछ न कुछ प्रभाव पड़ता है। साथ-साथ स्थानान्तरण प्रभाव भी पड़ता है। परीक्षण के यद्यपि दो समतुल्य फार्म होते हैं फिर भी स्थानान्तरण प्रभाव और अभ्यास के प्रभाव को नकारा नहीं जा सकता है।

18.4.3 अर्द्ध-विच्छेद विधि-

जब परीक्षण की विश्वसनीयता उसकी आन्तरिक संगति ज्ञात करने निकालनी होती है तो उसकी सर्वाधिक लोकप्रिय विधि अर्द्ध-विच्छेद विधि है। इस विधि में जिस परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करनी होती है उस परीक्षण का प्रशासन एक समूह के व्यक्तियों पर कर लिया जाता है प्रशासन के बाद परीक्षण को दो बराबर भागों में बाँट दिया जाता है। परीक्षण को दो अर्द्ध या दो बराबर भागों में बाँटने की दो विधियाँ हैं। पहली विधि विषम-सम विधि कहलाती है। इस विधि में परीक्षण के सम पदों को एक भाग या अर्द्ध में रखते हैं तथा परीक्षण के विषम

पदों को दूसरे भाग या अर्द्ध में रखते हैं। उदाहरण के लिए, यदि एक परीक्षण में 50 पद हैं तो सभी सम पदों अर्थात् 2, 4, 6, 8, 10.....50 को एक भाग में रखेंगे। इसी प्रकार के विषम पदों अर्थात् 1, 3, 5, 7, 9.....49 पदों को दूसरे अर्द्ध या भाग में रखते हैं। इस प्रकार प्रत्येक भाग में 25-25 पद उपरोक्त क्रम-संख्या के होंगे।

परीक्षण को दो अर्द्ध या बराबर भागों में बाँटने की दूसरी विधि प्रथम बनाम द्वितीय अर्द्ध विधि कहलाती है। उदाहरण के लिए, यदि परीक्षण में 50 पद हैं तो प्रथम अर्द्ध भाग में 1 से 25 संख्या तक के पद होंगे तथा द्वितीय अर्द्ध भाग में 25 से 50 संख्या तक के पद होंगे। अर्द्ध-विच्छेद विधि से विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए विषम-सम विधि का उपयोग बहुधा अधिक किया जाता है।

परीक्षण का प्रशासन करने के बाद परीक्षण को उपरोक्त में से किसी एक विधि द्वारा दो भागों में बाँट दिया जाता है। इस प्रकार से दो भागों में बाँटने से प्राप्तांकों के दो सेट प्राप्त हो जाते हैं। प्राप्तांकों के इन सेटों के बीच सहसम्बन्ध की गणना की जाती है। गणना के पश्चात् सहसम्बन्ध गुणांक का जो मान प्राप्त होता है उसके आधार पर परीक्षण की विश्वसनीयता का ज्ञान हो जाता है। सहसम्बन्ध गुणांक का मान जितना अधिक होता है परीक्षण उतना ही अधिक विश्वसनीयता होता है तथा सहसम्बन्ध गुणांक का मान जितना कम होता है परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी ही कम होती है।

परीक्षण को दो भागों में बाँटने से प्राप्तांकों के दो सेट प्राप्त हो जाते हैं जिनके आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना की जाती है। सहसम्बन्ध गुणांक की गणना के लिए बहुधा स्पीयरमैन ब्राउन प्रोफैसी सूत्र का उपयोग किया जाता है। इसे निम्नवत् लिखा जाता है-

$$r_{11} = \frac{nr}{1+(n-1)r} \text{ या } r_n = \frac{2r}{1+r}$$

$$\text{या } r_n = \frac{2 \times \text{Reliability of Half Test}}{1 + \text{Reliability of Half Test}}$$

जहाँ r_n = पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता (Reliability of the whole test)

r = आधे परीक्षण की विश्वसनीयता (Reliability of the half test) या अर्थ - विश्वसनीयता

n = परीक्षण के भागों या अर्द्ध की संख्या (Number of divisions of the test)

उपरोक्त सूत्र में से प्रत्येक सूत्र दूसरे के समान है केवल सूत्र लिखने का प्रारूप अलग-अलग है। इस सूत्र से परीक्षण विश्वसनीयता का जो मान या गुणांक प्राप्त होता है वह पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता का गुणांक होता है।

उदाहरण के लिए, एक परीक्षण के दो अर्द्ध भागों के बीच सहसम्बन्ध की गणना से 0.79 प्राप्त हुआ। सहसम्बन्ध का यह मान अर्द्ध या आधे परीक्षण की विश्वसनीयता हुई। इस सहसम्बन्ध मान के आधार पर स्पीयरमैन ब्राउन प्रोफैसी सूत्र के आधार पर पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता की गणना निम्न प्रकार से की जायेगी-

$$r_n = \frac{2r}{1+r}$$

r का मान सूत्र में रखने पर,

$$r_n = \frac{2 \times .79}{1 + .79} = \frac{1.58}{1 + .79} = \frac{1.58}{1.79} = .88$$

उपरोक्त विवरण से यह स्पष्ट है कि आधे परीक्षण की विश्वसनीयता का मान 0.79 है तथा पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता का मान 0.88 है। यहाँ परीक्षण की विश्वसनीयता का अर्थ पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता से होता है। अतः यहाँ पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता 0.88 है।

फ्लैनेगन (1937) ने भी परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए एक सूत्र का प्रतिपादन किया है। इस सूत्र का उपयोग अपेक्षाकृत कम होता है। यह सूत्र निम्न प्रकार से है-

$$r_{tt} = 2 \left(1 - \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_t^2} \right)$$

जहाँ r_{tt} = पूरे परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक

σ_1 = प्रथम अर्द्ध या आधे परीक्षण (Form A) के पदों का प्रामाणिक विचलन (SD)

σ_2 = द्वितीय अर्द्ध या आधे परीक्षण (Form B) के पदों का प्रामाणिक विचलन (SD)

σ_t = परीक्षण के सम्पूर्ण पदों (Total Items) प्रामाणिक विचलन (SD)

इस सूत्र की विशेषता यह है कि इसमें दोनों ही फार्म के बीच अर्द्ध-विच्छेद विश्वसनीयता निकालने की जरूरत नहीं पड़ती, बल्कि पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता सीधे ही निकल जाती है। इसे एक उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है। मान लीजिए 80 एकांश वाले किसी व्यक्तित्व परीक्षण को 60 प्रयोज्यों पर क्रियान्वित किया गया। सभी विषम संख्या वाले एकांश का मानक विचलन 1.49 प्राप्त हुआ अतः इसका σ^2 (प्रसरण) $(1.49)^2$ यानी, 2.22 होगा। इसी प्रकार, सभी सम संख्या वाले एकांशों का मानक विचलन 1.85 प्राप्त हुआ अतः इसका σ^2 (प्रसरण) 3.42 होगा। यदि संपूर्ण परीक्षण का मानक विचलन 3.26 प्राप्त हुआ तो इसका $\sigma^{2(+1)}$ 10.63 होगा। अतः फ्लैनेगन सूत्र के आधार पर परीक्षण की विश्वसनीयता होगी।

$$r_{tt} = 2 \left(1 - \frac{2.22 + 3.42}{10.63} \right)$$

$$= 2 \left(1 - \frac{5.64}{10.63} \right)$$

= 0.94, यानी इस सूत्र से सम्पूर्ण परीक्षण की विश्वसनीयता बिना अर्द्ध-विच्छेद विश्वसनीयता निकाले ही प्राप्त हो गई।

अर्द्ध-विच्छेद विधि द्वारा परीक्षण की विश्वसनीयता की गणना उपरोक्त अन्य दो विधियों- परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि और 2. समान प्रारूप विधि की अपेक्षा अधिक होती है। इसका मुख्य कारण अर्द्ध-विच्छेद विधि की विशेषताएँ हैं या लाभ हैं जो निम्न प्रकार से हैं-

1. इस विधि से विश्वसनीयता गुणांक की गणना करते समय स्थानान्तरण प्रभाव नहीं पड़ता है क्योंकि इस विधि में परीक्षण का एक ही बार उपयोग किया जाता है। यह विधि परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि से श्रेष्ठ है (मर्फी एवं डेविडशोफर 1988)।
2. इस विधि की एक प्रमुख विशेषता यह है कि इस विधि द्वारा विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए आवश्यक दो सेट के प्राप्तांक परीक्षण एक ही बार प्रशासन करने से प्राप्त हो जाते हैं। परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि परीक्षण का प्रशासन दो बार किया जाता है। विधि परीक्षण का प्रशासन दो बार किया जाता है इसलिए इस विधि द्वारा विश्वसनीयता गुणांक की गणना अपेक्षाकृत शीघ्र हो जाती है। गिलफोड और फ्रक्टर (1973) के अनुसार इस प्रकार से ज्ञात विश्वसनीयता को तत्काल विश्वसनीयता इसलिए कहा जाता है कि परीक्षण प्रशासित करके तुरन्त विश्वसनीयता ज्ञात की जा सकती है।
3. गैरेट (1970) ने इस विधि के गुणों का वर्णन करते हुए लिखा है कि व्यक्तित्व अनुसूची और चिन्ता मापनी जैसे परीक्षणों को विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए अर्द्ध-विच्छेद विधि बहुत अधिक सफल और उपयुक्त है। चूंकि इस विधि में परीक्षण का प्रशासन एक ही बार किया जाता है अतः परिवर्तन प्रवृत्ति का प्रभाव नहीं के बराबर पड़ता है।
4. अर्द्ध-विच्छेद विधि में चूंकि परीक्षण एक ही बार प्रशासित किया जाता है इसलिए समय और धन की बचत होती है।
5. अर्द्ध-विच्छेद विधि में परीक्षण का प्रशासन एक ही बार किया जाता है इसलिए परीक्षण के प्रशासन सम्बन्धी दोषों का प्रभाव नहीं पड़ता है।
6. मरफी और डेविडशोफर (1988) का कहना है कि अर्द्ध-विच्छेद विधि से परीक्षण को विश्वसनीयता ज्ञात करते समय स्मृति और अभिवृत्तियों, अनुभवों के प्रभाव पड़ने की कोई सम्भावना नहीं रहती है क्योंकि इसमें परीक्षण एक ही बार किया जाता है।

इन विशेषताओं के रहते हुए इस विधि की अपनी कुछ सीमाएं हैं -

1. मरफी और डेविडशोफर (1988) के अनुसार इस विधि की सबसे बड़ी सीमा यह है कि जिस परीक्षण को विश्वसनीयता ज्ञात हो जाती है उस परीक्षण को पहले दो बराबर भागों में विभाजित किया जाता है। दो बराबर भागों में बांटने को मुख्यतः दो विधियाँ हैं - पहली विधि विषम-सम है और दूसरी विधि प्रथम अर्द्ध बनाम द्वितीय अर्द्ध विधि है।

परीक्षण की विश्वसनीयता इस बात से भी प्रभावित होती है कि परीक्षण का विभाजन इन विधियों में किस विधि के द्वारा किया गया है।

2. अर्द्ध-विच्छेद विधि की सहायता से गति परीक्षणों की विश्वसनीयता का आंकलन उपयुक्त ढंग से नहीं किया जा सकता है।
3. अर्द्ध-विच्छेद विधि की सहायता से विश्वसनीयता गुणांक की गणना तभी करनी चाहिए जब एक परीक्षण के सभी पद सजातीय हों। जब एक परीक्षण के पद सजातीय न होकर विषमजातीय हों तब इस विधि द्वारा परीक्षण की विश्वसनीयता गुणांक त्रुटिपूर्ण हो जाता है।
4. इस विधि द्वारा विश्वसनीयता गुणांक की गणना करते समय जो भी त्रुटि आती है वह परीक्षण के पदों के कारण होती है। यदि परीक्षण निर्माणकर्ता ने परीक्षण निर्माण करते समय परीक्षण के पदों में भिन्नता अथवा विषमता अधिक रखी होती है तब इस परिस्थिति में भी गणना किया विश्वसनीयता गुणांक त्रुटिपूर्ण हो जाता है।

18.4.4 तर्कयुक्त समानता विधि -

यह विधि कूडर-रिचर्डसन विधि के नाम से भी जानी जाती है। कूडर रिचर्डसन (1937) की इस विधि के दो सूत्र हैं, इनमें से एक $K-R_{20}$ तथा दूसरा सूत्र $K-R_{21}$ है। इस विधि की सबसे बड़ी विशेषता यह है कि अन्य विधियों के दोष इस विधि में नहीं है। इस विधि से परीक्षण को आन्तरिक संगति विश्वसनीयता गुणांक की गणना की जाती है। इस विधि द्वारा उसी परीक्षण को विश्वसनीयता की गणना करनी चाहिए जिस परीक्षण के पदों में सजातीयता की विशेषता हो। यह देखा गया है जब एक परीक्षण के पदों में सजातीयता का गुण नहीं होता है तब इस विधि द्वारा गणना की गई विश्वसनीयता निम्न आती है। एक परीक्षण को इस विधि द्वारा विश्वसनीयता की गणना तभी होती है जब परीक्षण में निम्नलिखित विशेषताएं होती हैं -

1. परीक्षण के सभी पदों में सजातीयता का गुण होना आवश्यक है। सजातीयता का अर्थ है कि परीक्षण के सभी पद एक गुण विशेष या एक योग्यता विशेष के मापन से सम्बन्धित होने चाहिए।
2. सूत्र $K-R_{20}$ का उपयोग उसी परीक्षण को विश्वसनीयता के मापन के लिए करना चाहिए जिसके विभिन्न पदों की कठनाई स्तर में बहुत भिन्नता हो।
3. सूत्र $K-R_{21}$ का उपयोग उसी परीक्षण को विश्वसनीयता के मापन के लिए करना चाहिए जिसके विभिन्न पदों की कठनाई स्तर में समान हो।
4. सूत्र $K-R_{20}$ और सूत्र $K-R_{21}$ का उपयोग गति परीक्षणों की विश्वसनीयता के मापन के लिए नहीं किया जाता है बल्कि शक्ति परीक्षण के लिए इन सूत्रों का उपयोग किया जाता है।
5. इन सूत्रों का उपयोग उन्हीं परीक्षणों को विश्वसनीयता के मापन के लिए किया जाता है जिनके पदों के मूल्यांकन में सही उत्तर के लिए 1 अंक गलत उत्तर के लिए 0 अंक देने की व्यवस्था होती है।

कूडर रिचर्डसन सूत्र ($K-R_{20}$) निम्न प्रकार से है -

$$r_{11} = \frac{n}{(n-1)} \times \left(\frac{SD^2 - \Sigma pq}{SD^2} \right)$$

या
$$r_{11} = \frac{n}{(n-1)} \times \left(\frac{\sigma_t^2 - \Sigma pq}{\sigma_t^2} \right)$$

जबकि r_{11} = परीक्षण की विश्वसनीयता गुणांक

σ_t या SD = प्राप्तांकों का प्रामाणिक विचलन

p = परीक्षण के प्रत्येक पद का सही उत्तर देने वाले परीक्षार्थियों का अनुपात

q = परीक्षण के प्रत्येक पद का गलत उत्तर देने वाले परीक्षार्थियों का अनुपात

Σpq = p और q के गुणा का योग

n = परीक्षण के पदों की कुल संख्या

कूडर रिचर्डसन सूत्र ($K-R_{21}$) निम्न प्रकार से है -

$$r_{11} = \frac{n}{(n-1)} \times \left(\frac{SD^2 - n\Sigma pq}{SD^2} \right)$$

उपर्युक्त सूत्र में सभी संकेतों का अर्थ सूत्र $K-R_{20}$ को ही तरह से है। p और q की गणना अग्रांकित दी हुई तालिका में बताई गई है। सूत्र $K-R_{21}$ सूत्र $K-R_{20}$ का ही उन्नत रूप है।

\bar{p} = परीक्षण के प्रत्येक पद का सही उत्तर देने वाले परीक्षार्थियों के अनुपात का औसत

\bar{q} = परीक्षण के प्रत्येक पद का गलत उत्तर देने वाले परीक्षार्थियों के अनुपात का औसत

उदाहरण के लिए, एक परीक्षण में कुल 8 पद हैं जिसका प्रशासन 250 छात्रों पर किया गया है। प्राप्तांकों का प्रामाणिक विचलन 2.25 है। सूत्र $K-R_{20}$ और सूत्र $K-R_{21}$ की सहायता से विचलन गुणांक की गणना कीजिए।

परीक्षा की पद संख्या	सही उत्तर देने वाले छात्रों की संख्या	p (सही उत्तर देने वाले छात्रों का अनुपात)	q (or 1 - p) (गलत उत्तर देने वाले छात्रों का अनुपात)	$p \times q$
----------------------	---------------------------------------	---	--	--------------

1	85	0.85	1-.85=.15	.85 × .15 = .127
2	70	0.70	1-.70=.30	.70 × .30 = .210
3	65	0.65	1-.65=.35	.65 × .35 = .227
4	60	0.60	1-.60=.40	.60 × .40 = .240
5	60	0.60	1-.60=.40	.60 × .40 = .240
6	50	0.50	1-.50=.50	.50 × .50 = .250
7	45	0.45	1-.45=.55	.45 × .55 = .247
8	40	0.40	1-.40=.60	.40 × .60 = .240
		$\Sigma p = 4.70$	$\Sigma q = 3.25$	$\Sigma pq = 1.781$

K-R₂₀ सूत्र द्वारा विश्वसनीयता गुणांक की गणना

$$r_{11} = \frac{n}{n-1} \left(\frac{\sigma_t^2 - \Sigma pq}{\sigma_t^2} \right)$$

जबकि $n = 8$

$$\sigma_t^2 = (2.25)^2 = 5.06$$

$$\Sigma pq = 1.781$$

उपरोक्त मूल्यों को सूत्र **K-R₂₀** में रखने पर

$$r_{11} = \frac{8}{8-1} \left(\frac{5.06 - 1.781}{5.06} \right)$$

$$= \frac{8}{7} \left(\frac{3.279}{5.06} \right)$$

$$= 1.142 \times .648 = 0.74 \text{ उत्तर}$$

K-R₂₁ सूत्र द्वारा विश्वसनीयता गुणांक की गणना

$$r_{11} = \frac{n}{n-1} \left(\frac{SD^2 - n\bar{p}\bar{q}}{SD^2} \right)$$

जबकि $n = 8$

$$SD^2 = (2.25)^2 = 5.06$$

$$\Sigma \bar{p} = 4.70/8 = .587$$

$$\Sigma \bar{q} = 3.25/8 = .406$$

$$SD^2 = (2.25)^2 = 5.06$$

उपरोक्त मूल्यों को सूत्र **K-R₂₁** में रखने पर,

$$r_{11} = \frac{8}{8-1} \times \left(\frac{5.06 - 8 \times .587 \times .406}{5.06} \right)$$

$$= \frac{8}{7} \times \left(\frac{5.06 - 1.9}{5.06} \right)$$

$$= 1.142 \times \left(\frac{3.16}{5.06} \right)$$

$$r_{11} = 1.142 \times .62 = .70 \text{ उत्तर}$$

तर्कयुक्त समानता विधि के कुछ प्रमुख गुण या लाभ निम्न प्रकार से है -

1. किसी परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की एक अच्छी विधि है। उपरोक्त विश्वसनीयता ज्ञात करने की तीन विधियों की जो सीमाएं बताई गई हैं, यह विधि उन सभी सीमाओं से मुक्त है।
2. इस विधि की सहायता से किसी परीक्षण के पदों को आन्तरिक संगति का सफल अध्ययन प्रस्तुत किया जाता है।
3. इस विधि द्वारा परीक्षण को विश्वसनीयता गुणांक की गणना अपेक्षाकृत सरल है।
4. इस विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि उस समय बहुत उपयोगी है जब परीक्षण के पदों में सजातीयता का गुण होता है।
5. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि उस समय बहुत उपयोगी है जब परीक्षण के विभिन्न पदों के कठिनाई स्तर में बहुत भिन्नता नहीं है।

6. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि शक्ति परीक्षणों की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए बहुत उपयुक्त है।

इस विधि की कुछ प्रमुख सीमाएं या दोष निम्न प्रकार से हैं -

1. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की यह विधि उस समय उपयोगी नहीं है जब किसी परीक्षण के पद विषमजातीय हों।
2. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की यह विधि उस समय उपयोगी नहीं है जब एक परीक्षण के कठिनाई स्तर में बहुत अधिक भिन्नता होती है।
3. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की इस विधि का उपयोग गति परीक्षणों की विश्वसनीयता ज्ञात करने में नहीं किया जाता है।
4. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की इस विधि का उपयोग उन परीक्षणों के लिए नहीं किया जा सकता जिनके पदों के मूल्यांकन में सही उत्तर देने के लिए नहीं किया जा सकता जिनके पदों के मूल्यांकन में सही उत्तर देने के लिए 1 अंक और गलत उत्तर देने के लिए 0 अंक देने को व्यवस्था नहीं होती है।
5. विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की इस विधि का उपयोग उपलब्धि परीक्षणों की विश्वसनीयता के अध्ययन में नहीं किया जाता है।

18.4.5 अन्य विधियाँ -

किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता ज्ञात करने की निम्नलिखित विधियाँ और हैं। इन विधियों का उपयोग उपर्युक्त चार विधियों की अपेक्षा बहुत कम किया जाता है। ये विधियाँ हैं -

1. विश्वसनीयता सूचकांक
2. मापन की मानक त्रुटि
3. मापन की सम्भाव्य त्रुटि

उपर्युक्त तीनों विधियाँ संक्षेप में निम्न प्रकार से हैं -

- (i) **विश्वसनीयता सूचकांक** - विश्वसनीयता सूचकांक को परिभाषित करते हुए कहा जा सकता है कि एक परीक्षण पर परीक्षार्थी के प्राप्त प्राप्तांक और सत्य प्राप्तांक के बीच सह-सम्बन्ध ही विश्वसनीयता देशनांक कहलाता है। विश्वसनीयता देशनांक को निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात कर सकते हैं -

$$r_1 = \sqrt{r_{11}}$$

जबकि r_1 = प्राप्त प्राप्तांक और सत्य प्राप्तांकों का सहसम्बन्ध

r_{11} = परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक

- (ii) **मापन की मानक त्रुटि** -

इस विधि की सहायता से भी परीक्षण को विश्वसनीयता का मापन करते हैं। मान की मानक त्रुटि के द्वारा यह अनुमान लगाया जाता है कि प्राप्त प्राप्तांकों का सत्य प्राप्तांकों से कितना विचलन है। इसे ज्ञात करने का सूत्र निम्न है -

$$SE_{mans.} = St\sqrt{1 - r_{11}}$$

जबकि SE_{means} = मापन की मान त्रुटि

St = प्राप्त प्राप्तांकों के वितरण का प्रामाणिक विचलन

r_{11} = विश्वसनीयता का गुणांक

(iii) मापन की सम्भाव्य त्रुटि -

इसकी सहायता से भी परीक्षण को विश्वसनीयता का अध्ययन करते हैं। परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी ही कअधिक होती है सम्भाव्य त्रुटि जितनी कम होती है। इस प्रकार परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी ही कम होती है सम्भाव्य त्रुटि जितनी अधिक होती है।

18.5 विश्वसनीयता आकलन के रूप

किसी परीक्षण की विश्वसनीयता का आंकलन भिन्न-भिन्न रूपों में किया जाता है, जो निम्नलिखित है -

18.5.1 सापेक्षिक विश्वसनीयता -

यह वह विश्वसनीयता है जो एक परीक्षण के दो भागों या दो अवसरों से प्राप्त प्राप्तांकों में सहसम्बन्ध गुणांक की गणना द्वारा ज्ञात की जाती है। स्पष्ट है कि यह विश्वसनीयता गुणांक एक परीक्षण के दूसरे भाग या दूसरे अवसर से प्राप्त प्राप्तांकों के सापेक्ष प्राप्त होती है। इसीलिए इस विश्वसनीयता को सापेक्षिक विश्वसनीयता कहते हैं। इस प्रकार की विश्वसनीयता गुणांक को एक शुद्ध संख्या कहते हैं जो हमेशा संख्या एक से कम या संख्या एक का खण्ड होती है। अतः कहा जा सकता है कि सापेक्षिक विश्वसनीयता गुणांक का आंकिक संख्या है। यह संख्या जितनी ही अधिक होती है परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी ही अधिक होती है। यह संख्या जितनी कम होती है परीक्षण की विश्वसनीयता उतनी ही कम होती है। निम्न विधियों से प्राप्त विश्वसनीयता सापेक्षिक विश्वसनीयता कहलाती है

-

1. परीक्षण - पुर्नपरीक्षण विधि द्वारा गणना किया गया स्थिरता गुणांक सापेक्षिक विश्वसनीयता का एक रूप है।
2. समान प्रारूप विधि द्वारा गणना किया गया तुल्यता गुणांक सापेक्षिक विश्वसनीयता का एक रूप है।
3. अर्द्ध-विच्छेद विधि द्वारा गणना किया गया आन्तरिक संगति गुणांक सापेक्षिक विश्वसनीयता का एक रूप है।
4. प्रसरण विश्लेषण की सहायता से गणना किया गया विश्वसनीयता गुणांक सापेक्षिक विश्वसनीयता का एक रूप है।

18.5.2 निरपेक्ष विश्वसनीयता -

यह वह विश्वसनीयता है जो एक परीक्षण द्वारा प्राप्त प्राप्तांकों और सत्य प्राप्तांकों के अन्तर के आधार पर ज्ञात की जाती है। उदाहरण के लिए मापन की मानक त्रुटि के आधार पर ज्ञात की गई विश्वसनीयता निरपेक्ष विश्वसनीयता है।

18.6 सारांश

विश्वसनीयता मनोवैज्ञानिक परीक्षण की एक महत्वपूर्ण विशेषता है जो परीक्षण प्राप्तांकों के बीच संगति की मात्रा को प्रदर्शित करता है।

विश्वसनीयता के दो पहलू होते हैं - कालिक तथा आन्तरिक संगति। इन दोनों संगतियों का मापन सह-सम्बन्ध गुणांक ज्ञात करके किया जाता है।

विश्वसनीयता आंकलन की निम्नलिखित विधियाँ हैं - परीक्षण-पुनर्परीक्षण विधि, समान-प्रारूपण विधि, अर्द्ध-विच्छेद विधि, तर्कयुक्त समानता विधि। इसके अतिरिक्त विश्वसनीयता सूचकांक, मापन की मानक त्रुटि, मापन की संभाव्य त्रुटि आदि के द्वारा भी विश्वसनीयता का बोध होता है।

18.7 शब्दावली

- **विश्वसनीयता:** परीक्षण प्राप्तांकों के बीच संगति की मात्रा को ही विश्वसनीयता कहा जाता है।
- **कालिक संगति:** जब कोई परीक्षण किसी प्रतिदर्श या समूह पर बार-बार प्रशासित किया जाय और हर बार उसके प्राप्तांकों में संगति हो तो उसे कालिक संगति कहते हैं।
- **आन्तरिक संगति:** जब किसी परीक्षण के एकांशों के कुछ सेट पर आने वाले प्राप्तांक करीब-करीब उन प्राप्तांकों के तुल्य होते हैं जो परीक्षण के बाकी प्राप्तांकों के सेट पर मिले होते हैं तो प्राप्तांकों की ऐसी संगति को आन्तरिक संगति कहते हैं।

18.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) जब किसी परीक्षण को किसी समूह पर एक खास अन्तराल पर दो बार प्रशासित किया जाय और दोनों ही बार प्राप्तांकों में संगति दिखे तो परीक्षण में संगति पायी जाती है। (कालिक, आन्तरिक)
- 2) यदि किसी परीक्षण पर प्राप्त प्रसरण 100 है तथा वास्तविक प्रसरण 80 है तो उसकी विश्वसनीयता होगी। (1.25, .80)
- 3) जब किसी परीक्षण के पदों को समय-विषम एकांशों के आधार पर दो भागों में विभक्त कर उसकी विश्वसनीयता ज्ञात की जाती है तो उसे कहते हैं -

(अ) परीक्षण - पुनर्परीक्षण विधि (ब) समान - प्रारूपण विधि

(स) अर्द्ध - विच्छेद विधि (द) तर्कयुक्त समानता विधि

4) यदि किसी परीक्षण को दो भागों में विभक्त कर उसकी विश्वसनीयता निकाली जाती है, यानी दोनों अर्द्ध भागों के बीच स्पीयरमैन - ब्राउन सूत्र द्वारा सह सम्बन्ध निकाला जाता है तो उसे अर्द्ध परीक्षण की विश्वसनीयता 0.79 प्राप्त होती है, अब यदि इसी सूत्र द्वारा पूरे परीक्षण की विश्वसनीयता निकाली जाय तो उसकी विश्वसनीयता -

(अ) 0.79 से अधिक होगी

(ब) 0.79 से कम होगी

(स) 0.79 ही होगी

(द) कभी अधिक तो कभी कम होगी

उत्तर: 1) कालिका 2) .80 3) स 4) अ

18.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अरूण कुमार सिंह - मनोविज्ञान समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधिया - मोतीलाल - बनारसीदास
- डी.एन. श्रीवास्वत सांख्यिकी एवं मापन - विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
- F.N. Kerlinger & Foundation of Behavioural Research.

18.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. आन्तरिक संगति तथा कालिक संगति में अन्तर स्पष्ट करें। कालिक संगति ज्ञान करने की विधियों का वर्णन करें।
2. परीक्षण विश्वसनीयता का तकनीकी अर्थ बतायें। विश्वसनीयता ज्ञात करने की विभिन्न विधियों का वर्णन करें।
3. किसी परीक्षण की आन्तरिक संगति ज्ञात करने की विभिन्न विधियों का विवेचन करें।

इकाई-19 वैधता: अर्थ एवं प्रकार
(Validity: Meaning and Types)

इकाई संरचना

- 19.1 प्रस्तावना
- 19.2 उद्देश्य
- 19.3 वैधता: महत्व एवं अर्थ
- 19.4 वैधता के प्रकार
- 19.5 वैधता गुणांक ज्ञात करने की विधियाँ
- 19.6 सारांश
- 19.7 शब्दावली
- 19.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 19.9 संदर्भ ग्रन्थ सूची
- 19.10 निबन्धात्मक प्रश्न

19.1 प्रस्तावना

किसी भी परीक्षण के निर्माण के लिए उस परीक्षण का मूल्यांकन किया जाता है। किसी भी परीक्षण का मूल्यांकन प्रायः हम दो विधियों के द्वारा कर सकते हैं। (i) विश्वसनीयता एवं (ii) वैधता

इन विधियों के द्वारा प्रयोग करके हम किसी भी परीक्षण का मूल्यांकन कर सकते हैं। परीक्षण रचना के पश्चात् उसका मूल्यांकन करना आवश्यक होता है तभी परीक्षण की उपयोगिता बढ़ सकती है। आपने ईकाई 1 में मूल्यांकन की प्रथम विधि विश्वसनीयता के महत्व एवं प्रकार के बारे में विस्तार से अध्ययन किया है। इस इकाई में हम मूल्यांकन की दूसरी विधि वैधता के अर्थ एवं प्रकार के बारे में विस्तार से अध्ययन करेंगे।

19.2 उद्देश्य

इस अध्याय को पढ़ने के पश्चात् आप निम्न तथ्य को समझने में सक्षम होंगे:

- परीक्षण में वैधता का महत्व
- वैधता का महत्व एवं उसके प्रकार एवं
- वैधता गुणांक ज्ञात करने की विधियाँ

19.3 वैधता: महत्व एवं अर्थ

जैसा कि आप जानते हैं कि एक मनोवैज्ञानिक परीक्षण का मूल्यांकन पहले विश्वसनीयता के द्वारा तथा फिर वैधता के द्वारा ज्ञात किया जाता है। परीक्षणकर्ता अपने परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति के लिए संतुष्ट वैध कसौटियों का

चयन एवं उपयुक्त वैधता-मात्रा का मापन करते हैं। वैधता का परीक्षण के उद्देश्यों से धनिष्ठ सम्बन्ध है, एक अवैध परीक्षण कभी भी उपयुक्त उद्देश्यों की पूर्ति नहीं करता है।

साधारण शब्दों के वैधता का अर्थ है कि एक परीक्षण कितनी शुद्धता एवं प्रभावकता से परीक्षण के उन विशिष्ट एवं सामान्य उद्देश्यों का मापन करता है जिसके हेतु उस परीक्षण की रचना की गयी है। एक परीक्षण के लिए वैधता का होना नितान्त आवश्यक है जिससे कि परीक्षण का उपयुक्त विधि से प्रशासित किया जा सकें तथा उसके निष्कर्षों की व्याख्या की जा सकें।

वैधता को विभिन्न मनोवैज्ञानिकों ने निम्न शब्दों में परिभाषित किया है।

क्रैनबैक (Cronback) 1951 के शब्दों में “किसी परीक्षण की वैधता उसकी वह सीमा है, जिस सीमा तक वह, वहीं मापता है जिसके लिए उसका निर्माण किया गया है।” (Validity is the extent to which a test measures what it purports to measure) फ्रीमैन (Freeman) 1971 के शब्दों में “वैधता का सूचकांक उस मात्रा को व्यक्त करता है जिस मात्रा तक एक परीक्षण उस तथ्य को मापता है, जिसके मापन हेतु यह बनाया गया हो, जबकि उसकी तुलना किसी स्वीकृत कसौटी से की जाती है। (An index of validity shows the degree to which a test measures what it purports to measure, when compared with accepted criteria) ऐनेस्टेसी (Anastasi) 1988 के अनुसार “एक परीक्षण की वैधता इस पर निर्भर करती है कि वह परीक्षण क्या मापन करता है और किस पर कार्य करता है। (The validity of a test concerns what the test measures and how well it does so).

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर यह निष्कर्ष होता है कि एक परीक्षण की वैधता का उसके उद्देश्यों से धनिष्ठ सम्बन्ध है। वैधता परीक्षण के उद्देश्यों पर निर्भर करती है। दूसरे शब्दों में एक मापन करने वाला यन्त्र अभूर्त रूप से वैध नहीं होता है बल्कि एक विशिष्ट उद्देश्य के लिए ही वैध होता है। यदि एक परीक्षण के लिए कई उद्देश्य होते हैं तो उसकी वैधता भी उनके उद्देश्यों के अनुसार परिवर्तन होती रहती है। उदाहरण के लिए एक परिवार के वातावरण की वैधता के लिए परीक्षण अत्याधिक वैध हो सकता है और वही परीक्षण परिवार के सदस्यों के लिए सामान्य वैध हो सकता है। अतः परीक्षण निर्माण के पदों का चयन एवं निर्माण करते समय उसके उद्देश्यों को स्पष्ट करना चाहिए।

19.4 वैधता के प्रकार

वैधता को प्रायः आन्तरिक एवं बाह्य कसौटियों के आधार पर विभाजित किया जाता है।

- 1) आन्तरिक कसौटियाँ (Internal Criteria): इस विधि के अन्तर्गत प्रायः परीक्षण पदों का उपपरीक्षण एवं सम्पूर्ण परीक्षण के प्रत्येक पद का आपस में सह-सम्बन्ध ज्ञात करते हैं।
- 2) बाह्य कसौटियाँ (External Criteria): इस विधि के अन्तर्गत प्रायः परीक्षण के अन्य बाह्य मान्य साधनों का प्रयोग किया जाता है जैसे अन्य व्यक्तियों के निर्णय एवं विचार, रिकार्ड/रिपोर्ट आदि।

उपरोक्त आन्तरिक एवं बाह्य कसौटियों के आधार पर आठ प्रकार की वैधता होती है:- जैसे

- a. संक्रिया वैधता (Operational validity)

- b. अंकित वैधता (Face validity)
- c. विषय-वस्तु वैधता (Content or curricular validity)
- d. तर्कसंगत वैधता (Logical validity)
- e. कारक वैधता (Factories validity)
- f. पूर्व कथित वैधता (Predictive validity)
- g. निर्मित वैधता (Constructive validity)
- h. एकीभूत वैधता (Concurrent validity)

उपरोक्त सभी प्रकार की वैधताओं का विस्तृत रूप से विवरण नीचे दिया गया है।

- a. **संक्रिया वैधता (Operational validity)**- जब हम किसी परीक्षण की रचना करते हैं तो उसके प्रत्येक पदों का विश्लेषण करना आवश्यक हो जाता है क्योंकि विश्लेषण करते समय हम यह ज्ञात करने की कोशिश करते हैं कि अमुक पद उसके उद्देश्यों की पूर्ति करेगा या नहीं। पदों का विश्लेषण करने की इस विधि को संक्रिया-वैधता कहते हैं। संक्रिया वैधता को ज्ञात करने के लिए निरीक्षण विधि का प्रयोग किया जाता है।
- b. **अंकित वैधता (Face validity)**- इस विधि के अन्तर्गत पदों के स्वरूप तथा स्वभाव द्वारा ही वैधता ज्ञात की जाती है। इस प्रकार की वैधता में प्रायः यह देखा जाता है कि उपयुक्त पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति कर पाता है या नहीं। उदाहरण के लिए यदि हम कक्षा 8 के छात्रों में गणित तथा विज्ञान विषय के अन्तर्गत उनकी उपलब्धि-स्तर जानना चाहते हैं तो परीक्षण के पदों को स्वरूप इस प्रकार होना चाहिए कि पद देखकर ही पता चल जाय कि अमुक पद गणित तथा विज्ञान विषय के अन्तर्गत उपलब्धि स्तर को जानने के लिए बनाया गया है। अधिकांशतः इस विधि का प्रयोग मुख्य रूप से किया जाता है। इस विधि के अन्तर्गत परीक्षण का निर्माण करते समय विषय-विशेषज्ञों की सहायता ली जाती है।
- c. **विषय-वस्तु वैधता (Content or curricular validity)**- बैकबुरनी तथा वाइट (2007) के अनुसार इस विधि के अन्तर्गत परीक्षण का प्रत्येक पद उस ज्ञान एवं निष्पादन का न्यादर्श होना चाहिए जिस उद्देश्य हेतु परीक्षण की रचना हो रही है। परीक्षण का प्रत्येक पद परीक्षण की विषय-वस्तु से सम्बन्धित होना चाहिए तथा वह उसके उद्देश्यों की भी पूर्ति करता हों। उदाहरण के लिए यदि हम सीखने की विकलांगता से सम्बन्धित परीक्षण बना रहे हैं तो हम उस विषय-वस्तु से सम्बन्धित पाठ्य-पुस्तकों का विश्लेषण करें जिससे हमें भिन्न-भिन्न स्तर के लिए प्रसंगों के लिए पदों का चुनाव कर सकें। अतः परीक्षण के विषय से संबंधित सभी पाठ्यक्रम का गहन अध्ययन भी आवश्यक है जिससे पदों के उद्देश्यों की पूर्ति हो सकें।
- d. **तर्कसंगत वैधता (Logical validity)**- यह तथ्य तो स्पष्ट है कि किसी भी परीक्षण का सम्बन्ध केवल उसके विशिष्ट उद्देश्यों से होना चाहिए। उदाहरणार्थ यदि किसी परीक्षण का उद्देश्य क्रियात्मकता का मापन करना है तो उसमें हमें क्रियात्मकता के मापन से सम्बन्धित प्रश्न ही सम्मिलित करने चाहिए। यदि उस परीक्षण के पद उन्हीं विषयों से सम्बन्धित हो जिनका माप करने के लिए ही परीक्षण की रचना हुई है तो उस परीक्षण के तर्कसंगत वैधता होती है। इस प्रकार की वैधता को ज्ञात करने के लिए परीक्षण पदों का तार्किक रूप से

अवलोकन किया जाता है तथा यह ज्ञात किया जाता है कि वास्तव में परीक्षण पद अपने विशिष्ट उद्देश्यों के अनुकूल है।

- e. **कारक वैधता (Factories validity)**- कारक वैधता विधि का प्रयोग प्रायः उस स्थिति में किया जाता है जब एक ही परीक्षण में विभिन्न कारकों का मापन एक साथ होता है तब हमें विभिन्न कारकों का कारक विश्लेषण किया करते हैं। कारक विश्लेषण में प्रत्येक कारक का तथा एक कारक का दूसरे कारक के साथ सह-सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। इस प्रकार की वैधता ज्ञात करने की विधि को कारक वैधता कहते हैं। प्रायः मानसिक एवं व्यक्तित्व परीक्षण में कारक वैधता का प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि हम परिवार के वातावरण को ज्ञात करने के लिए परीक्षण का निर्माण करते हैं तो हम परिवार के वातावरण से सम्बन्धित सभी कारकों का विश्लेषण करते हैं तथा इन सभी कारकों (आपसी सम्बन्ध, नैतिक विचार, निर्णय लेने की सक्षमता आदि कारकों) का सम्पूर्ण परीक्षण से सम्बन्ध ज्ञात करते हैं। इसी प्रकार कौटिल की 16 पी0एफ0 व्यक्तित्व परीक्षण में कारक विश्लेषण किया गया है।
- f. **पूर्व कथित वैधता (Predictive validity)**- पूर्वकथित वैधता मुख्यतः किसी भी तथा व्यवसायिक मापन के प्रयोग की जाती है। यदि हम अभिक्षमता परीक्षण में व्यक्ति की योग्यताओं का मापन करते हैं तो उस परीक्षण के आधार पर हम यह भविष्यवाणी करते हैं कि अमुक व्यक्ति किस व्यवसाय में सफल हो सकता है तथा किस व्यवसाय में असफल हो सकता है। पूर्वकथित वैधता में प्रायः हम परीक्षण के गुण, विषय तथा योग्यता के बारे में भविष्यवाणी करते हैं। इस विधि के अन्तर्गत प्रायः परीक्षण के अंकों तथा बाद में विषय से सम्बन्धित प्राप्त किए गए अंकों से सहसम्बन्ध किया जाता है।
- g. **निर्मित वैधता (Constructive validity)**- मनोवैज्ञानिक क्रोनबैल द्वारा प्रतिपादित निर्मित वैधता विधि के अन्तर्गत परीक्षण को किसी विशेष रचना या सिद्धांत के रूप में जाँचा जाता है। परीक्षण में सिद्धांत का होना आवश्यक है। अन्य वैधता विधियों की तुलना में निर्मित वैधता विधि एक जटिल प्रक्रिया है। मैकबुरनी एवं वाइट (2007) के अनुसार निर्मित वैधता परीक्षण की रचना है। जिसके अन्तर्गत एक परीक्षण का मापन किया जाता है। यहाँ पर निर्मित वैधता की विधि को ज्ञात करने की कई प्रचलित विधियाँ हैं:-
- परीक्षण उसी सिद्धांत पर निर्भर होना चाहिए जिस उद्देश्य के हेतु वह निर्मित किया गया है। किसी अन्य तथ्य का मापन नहीं होना चाहिए। उदाहरण के लिए यदि नेतृत्व की योग्यता का मापन नेतृत्व परीक्षण के द्वारा होता है तो वह नेतृत्व का ही मापन करना चाहिए न कि किसी अन्य तथ्यों का।
 - निर्मित वैधता परीक्षण में वही तथ्य का मापन करना चाहिए जिस हेतु उस परीक्षण का निर्माण किया गया है। उदाहरण के लिए संगीत की अभिवृत्ति को ज्ञात करने के लिए बहुत ज्यादा पढ़ाई की अभिवृत्ति का होना आवश्यक नहीं है।
 - परीक्षण में सिद्धांत पर आधारित तथ्यों में पूर्वकथित तथ्यों का भी होना आवश्यक है। उदाहरण के लिए यदि संगीत अभिवृत्ति का परीक्षण यह पूर्वकथित तथ्य को बताने में सक्षम होगा कि अमुक अभिवृत्ति से कोई व्यक्ति कैसे लाभान्वित हो सकता है।
- h. **एकीभूत वैधता (Concurrent validity)**- एकीभूत वैधता विधि के अन्तर्गत परीक्षण का वर्तमान सूचनाओं से सह-सम्बन्धित किया जाता है। इस विधि के अन्तर्गत पूर्वकथित तथा मापने वाले मापकों को

लगभग एक ही समय दिया जाता है। इस विधि में यदि एक पुराना निर्मित परीक्षण एक ही शीलगुण का मापन करता है तो उस स्थिति के अन्तर्गत एक नवीन परीक्षण के साथ पुराने परीक्षण की वैधता को जाँचा जाता है।

19.5 वैधता गुणांक ज्ञात करने की विधियाँ

वैधता गुणांक को ज्ञात करने की विधियाँ निम्न प्रकार से है।

- 1) सह-सम्बन्ध विधियाँ (Correlation Methods)- सह सम्बन्ध विधि के अन्तर्गत सरल सहसम्बन्ध, द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध, बिन्दु द्विपांक्तिक सह सम्बन्ध, टेट्राकोरिक सहसम्बन्ध तथा बहुसहसम्बन्ध विधियों का प्रयोग किया जाता है। सरल सहसम्बन्ध विधि में परीक्षण प्राप्ताकों तथा अन्य किसी कसौटी पर प्राप्त प्राप्ताकों के मध्य क्रम अन्तर या प्रोडक्ट-मोमेन्ट विधि से सह-सम्बन्ध की मात्रा ज्ञात की जाती हैं। इस विधि के अन्तर्गत सूत्र:

$$\text{क्रम-अन्तर विधि (P)} = \frac{1-6\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

$$\text{प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि (r)} = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

द्विपांक्तिक सह सम्बन्ध विधि में किसी तथ्य का मापन दो स्तरों पर किया जाता है जैसे: पास-फेल, अच्छा-बुरा, सच-झूठ आदि। इस विधि को ज्ञात करने के लिए सूत्र है:-

$$r_b = \frac{M_p - M_2}{\sigma^t} - \frac{Pq}{y} \sqrt{pq}$$

बिन्दु द्विपांक्तिक सहसम्बन्ध विधि का प्रयोग तब किया जाता है जब किन्हीं प्राप्ताकों का वास्तविक विभाजन सम्बन्ध न हो और एक ही चर के प्राप्ताकों का विभाजन किसी एक मापदण्ड पर आधारित हों। इस सह-सम्बन्ध को निम्न सूत्र की सहायता से ज्ञात किया जाता है।

$$r_{pb} = \frac{M_p - M_q}{\sigma^t} \sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}$$

चतुष्कोष्टिक सहसम्बन्ध विधि में जब मनोवैज्ञानिक परीक्षणों में जब द्विचर प्रदत्तों का स्वरूप सुविधानुसार द्विभाजी एवं निरन्तर वितरित रहता है तथा ऐसे प्रदत्तों के सम्बन्ध में सामान्य वितरण के आधार पर मान्यता होती

है, उस स्थिति में 2 x 2 तालिका के आधार पर चतुष्कोष्ठिक सह-सम्बन्ध (r_t) की गणना की जाती है। इस विधि में निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$r_t = \frac{\text{Cosine}(180^\circ)}{1 + \sqrt{BC/AD}}$$

बहु सह-सम्बन्ध विधि में जब दो या अधिक चरों का पूर्वकथन के रूप में लिया जाता है। परीक्षण के मापकों के प्राप्तांकों को सांख्यिकी रूप में मिश्रित किया जाता है तथा तीसरे मापक से सह-सम्बन्धित का बहु सह-सम्बन्ध ज्ञात कर लिया जाता है। बहु सह-सम्बन्ध गुणांक प्राप्तांकों के एक विन्यास तथा अन्य मापकों के दो या अधिक विन्यासों के मिश्रण के मध्य सह-सम्बन्ध व्यक्त करता है।

- 2) **अनुमानतः तालिका (Expectancy Table)**- अनुमानतः तालिका पूर्णतः भविष्यवाणी पर निर्भर होती है। उदाहरणार्थ यदि हम किसी बालक के अभिवृत्ति जानने के लिए परीक्षण करते हैं तो अभीवृत्ति मापनी के आधार पर यह ज्ञात कर सकते हैं कि अमुक बालक की रुचि किस विषय में होगी। यह विधि अत्याधिक सरल तथा सुगम होती है। यह अनुमानतः तालिका गणितीय सम्भावनाओं तथा परीक्षणकर्ता के अनुभवों पर आधारित होती है।
- 3) **कारक विश्लेषण विधि (Factor Analysis Method)**- कारक विश्लेषण विधि अत्यन्त महत्वपूर्ण एवं प्रभावशाली सांख्यिकी विधि है। इस विधि में प्रत्येक कारक का अध्ययन किया जाता है तथा एक कारक का दूसरे कारक के साथ सहसम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि 16 पी0 फी0 परीक्षण का कारक विश्लेषण करना हो तो 16 व्यक्तित्व कारकों पर प्राप्त प्राप्तांकों में आपसी सह-सम्बन्ध ज्ञात किया जाय तो प्रत्येक कारक या शेष अन्य कारकों के साथ सहसम्बन्ध ज्ञात किया जाता है।

19.6 सारांश

प्रत्येक विवरण के आधार पर यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि -

1. एक परीक्षण में विश्वसनीयता तथा वैधता का होना अनिवार्य है।
2. यदि परीक्षण में वैधता है तो विश्वसनीयता का होना अनिवार्य है।
3. वैधता को आन्तरिक तथा बाह्य कसौटियों के आधार पर दो समूहों में विभक्त कर सकते हैं।
4. वैधता गुणांक ज्ञात करने की विधियाँ।

19.7 शब्दावली

- **वैधता:** किसी परीक्षण की वैधता उसकी वह सीमा है, जिस सीमा तक वह, वहीं मापता है जिसके लिए उसका निर्माण किया गया है।

19.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

नीचे दिए गए प्रश्नों में से सही/गलत उत्तर पर (✓) का चिन्ह लगाइए।

- (i) परीक्षण का मूल्यांकन प्रायः दो विधियों के द्वारा किया जाता है। (सही/गलत)
- (ii) परीक्षण का मूल्यांकन करने से उसकी उपयोगिता कम हो जाती है। (सही/गलत)
- (iii) परीक्षण के उद्देश्यों को पूरा करने के लिए वैधता का प्रयोग किया जाता है। (सही/गलत)
- (iv) परीक्षण में अगर वैधता नहीं होगी तो परीक्षण में कोई फर्क नहीं होगा। (सही/गलत)
- (v) एक परीक्षण की वैधता का उसका उद्देश्यों से कोई सम्बन्ध नहीं है। (सही/गलत)

रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

- (vi) वैधता को प्रायः एवं कसौटियों के आधार पर विभाजित किया जाता है।
- (vii) परीक्षण में पदों या विश्लेषण करने की विधि को वैधता कहते हैं।
- (viii) अंकित वैधता में पदों के था द्वारा ही वैधता ज्ञात की जाती है।
- (ix) विषय-वस्तु वैधता में परीक्षण का प्रत्येक पद परीक्षण की से सम्बन्धित होना चाहिए।
- (x) वैधता में परीक्षण के पदों का तार्किक रूप से अवलोकन किया जाता है।
- (xi) अनुमानत तालिका प्रायः पर निर्भर होती है।
- (xii) 16 पी0 पी0 परीक्षण में विधि का प्रयोग होता है।

निम्न सह सम्बन्ध विधियों के सूत्र बताइए।

- (xiii) सरल सहसम्बन्ध विधि में प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि।
- (xiv) द्विपंक्तिक सहसम्बन्ध विधि।
- (xv) बिन्दु द्विपंक्तिक विधि।
- (xvi) चतुकोष्टिक विधि।

उत्तर: (i) सही (ii) गलत (iii) सही (iv) गलत (v) गलत

- (vi) आन्तरिक एवं बाह्य
- (vii) सक्रिय वैधता
- (viii) स्वरूप तथा स्वभाव
- (ix) विषय वस्तु
- (x) तर्कसंगत वैधता
- (xi) भविष्यवाणी
- (xii) कारक विश्लेषण

(xiii)
$$\frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

(xiv)
$$rb = \frac{Mp-M2}{Pq} \sqrt{pq}$$

$$(xv) \quad r_{pbi} = \frac{\sigma^t y}{\sigma^t \sqrt{\sum x^2 \times \sum y^2}}$$

$$(xvi) \quad r_t = \frac{\text{Cosine}(180^\circ)}{1 + \sqrt{BC/AD}}$$

19.9 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- भार्गव, महेश (1971) मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन, आगरा
- अनुसंधान विधियाँ, एम0ए0 मनोविज्ञान (2010) एम0पी0सी0 005 ब्लॉक (1), इंदिरा गाँधी राष्ट्रीय मुक्त विश्वविद्यालय, नई दिल्ली।
- एनेस्टेसी ए0 (1957) मनोविज्ञान परीक्षण, पृ0 49
- गैरिट, एम0ई0 (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी
- स्टोडोला एवं स्टोरडल (1972): मूलभूत शिक्षा परीक्षण एवं मापन, पृ0 146
- गिलफोर्ड जी0पी0 (1954) मनोवैज्ञानिक परीक्षण विधियाँ पृ0350

19.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. वैधता से आपका क्या आशय है?
2. परीक्षण में वैधता के महत्व पर प्रकाश डालिए।
3. विषय-वस्तु वैधता तथा पूर्णकथित वैधता के बारे में बताइए।
4. कारक वैधता तथा निर्मित वैधता के अन्तर को समझाइए।
5. वैधता की सह-सम्बन्ध विधियों के बारे में विस्तार से बताइए।

इकाई-20 परीक्षण की वैधता ज्ञात करने की विधियाँ
(Methods of Estimate the Validity of Test)

इकाई संरचना

- 20.1 प्रस्तावना
- 20.2 उद्देश्य
- 20.3 परीक्षण वैधता का अर्थ
- 20.4 विश्वसनीयता और वैधता में सम्बन्ध
- 20.5 वैधता आंकलन की विधियाँ
 - 20.5.1 सह-सम्बन्ध विधियाँ
 - 20.5.2 कारक विश्लेषण विधि
 - 20.5.3 निरीक्षण विधि
 - 20.5.4 विशेषज्ञ पुनरावलोकन
 - 20.5.5 वास्तविक निष्पादन विधि
- 20.6 सारांश
- 20.7 शब्दावली
- 20.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 20.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 20.10 निबन्धात्मक प्रश्न

20.1 प्रस्तावना

पिछली इकाइयों में आपने किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विशेषता के रूप में उसकी विश्वसनीयता का अध्ययन किया तथा विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियों के बारे में जानकारी प्राप्त की।

प्रस्तुत इकाई में आप किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की वैधता के बारे में ज्ञान प्राप्त करेंगे जो कि परीक्षण की दूसरी महत्वपूर्ण विशेषता होती है। इस इकाई में परीक्षण की वैधता के आंकलन की विधियों पर भी प्रकाश डाला गया है। साथ ही वैधता और विश्वसनीयता के सम्बन्धों पर भी चर्चा की गई है।

इस इकाई का अध्ययन जहाँ आपको परीक्षण वैधता की विशेष जानकारी देगा वहीं व्यावहारिक परिस्थिति में वैधता निर्धारण के तरीकों से भी अवगत करायेगा।

20.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई का अध्ययन करने के पश्चात् आप इस योग्य हो सकेंगे कि-

- वैधता और विश्वसनीयता में अन्तर स्पष्ट कर सकें,
- वैधता आंकलन की विभिन्न विधियों की विवेचना कर सकें।
- विभिन्न प्रकार की वैधता या निर्धारण करने हेतु उपयुक्त विधियों का चयन कर सकें तथा
- वैधता को निर्धारित करने वाले विभिन्न सांख्यिकीय सूत्रों को प्रयोग में ला सकें।

20.3 परीक्षण की वैधता का अर्थ

पिछले अध्यायों में आप परीक्षण विश्वसनीयता से परिचित हो चुके हैं। आइए, अब परीक्षण की वैधता पर चर्चा करें। परीक्षण की वैधता से तात्पर्य परीक्षण की उस क्षमता से होता है जिसके सहारे वह उस गुण या कार्य को मापता है जिसे मापने के लिए उसे बनाया गया था। एक सरल उदाहरण लें, यदि कोई परीक्षण बुद्धि मापने के लिए बनाया गया है और सचमुच में उससे सही-सही अर्थ में व्यक्ति की बुद्धि की माप हो पाती है, तो इसे एक वैध परीक्षण मानते हैं और परीक्षण के इसी गुण को वैधता की संज्ञा दी जाती है। परन्तु थोड़ी देर के लिए मान लिया जाए कि इस परीक्षण द्वारा व्यक्ति की बुद्धि की माप न होकर या बुद्धि की माप कम होकर किसी खास क्षेत्र की उपलब्धि का मापन होता है, तो इस तरह के परीक्षण को हम एक वैध परीक्षण नहीं कहेंगे, बल्कि कहेंगे कि इस परीक्षण में वैधता नाम मात्र का है। अतः हम कह सकते हैं कि परीक्षण की वैधता से तात्पर्य इस बात से है कि परीक्षण क्या मापता और कितनी बारीकी से मापता है।

स्पष्ट है कि जब कोई परीक्षण उसी क्षमता या गुण या कार्य को सही-सही मापता है जिसे मानने के लिए उसे बनाया गया था, तो परीक्षण के इस गुण को वैधता की संज्ञा दी जाती है। अब प्रश्न यह उठता है कि इस बात का पता कैसे लगेगा कि कोई भी परीक्षण ठीक उसी क्षमता को सही-सही माप रहा है जिसके लिए उसे बनाया गया था? इस प्रश्न का उत्तर निश्चित करने के लिये शोधकर्ता या परीक्षण निर्माणकर्ता एक बाह्य कसौटी का चयन करता है जो ठीक उसी गुण या क्षमता को मापता है जिसे वर्तमान परीक्षण द्वारा मापा जा रहा है। यदि वर्तमान परीक्षण इस बाह्य कसौटी के साथ सहसंबंधित हो जाता है, तो हमें यह मानने का ठोस आधार हो जाता है कि वर्तमान परीक्षण ठीक उसी गुण या क्षमता को माप रहा है जिसे मापने के लिये इसे बनाया गया था। जैसे, यदि कोई शोधकर्ता एक बुद्धि परीक्षण का सहसंबंध पहले उपलब्ध किसी अन्य बुद्धि परीक्षण या मिलता-जुलता परीक्षण से ज्ञात करता है, और यदि यह सहसंबंध सार्थक रूप से ऊँचा आता है, तो वह इस निष्कर्ष पर पहुँच सकता है कि बुद्धि परीक्षण में वैधता है। यहाँ लिया गया मिलता-जुलता बुद्धि परीक्षण एक बाह्य कसौटी का उदाहरण होगा। इस अर्थ को ध्यान में रखते हुए यह कहा गया है कि परीक्षण की वैधता बाह्य कसौटी के साथ के सहसंबंध को कहा जाता है।

परीक्षण प्राप्तांकों की वैधता के मुख्य तीन गुण होते हैं जो निम्नांकित हैं -

- 1) वैधता एक सापेक्ष पद होता है। इसका मतलब यह हुआ कि कोई भी परीक्षण हर कार्य या गुण के मापने के लिए वैध नहीं होता है। वह किसी एक खास उद्देश्य या किसी खास गुण या क्षमता के मापने के लिये ही वैध होता है। जैसे, एक बुद्धि परीक्षण व्यक्तियों की सिर्फ बुद्धि मापने के लिए वैध हो सकता है। वह इतिहास का ज्ञान या मनोविज्ञान का ज्ञान मापने के ख्याल से वैध नहीं होगा।
- 2) वैधता किसी भी परीक्षण की एक निश्चित विशेषता नहीं होती है। कोई परीक्षण आज वैध हो सकता है परन्तु 30 साल के बाद भी उसमें उतनी ही वैधता होगी, यह नहीं कहा जा सकता है। इसका मूल कारण यह है कि

समय बीतने से नये-नये संप्रत्यय का विकास होता है तथा पुराने संप्रत्यय के नये-नये अर्थ निकल आते हैं। अतः आवश्यकता इस बात की पड़ती है कि परीक्षण की वैधता इस बदले हुए परिप्रेक्ष्य में पुनः ज्ञात की जाए।

- 3) किसी परीक्षण की वैधता की मात्रा होती है। उसकी व्याख्या सम्पूर्ण या बिल्कुल ही नहीं के रूप में संभव नहीं है। किसी भी परीक्षण में वैधता कम होगी या अधिक होगी। यह नहीं होगा कि उसमें वैधता बिल्कुल ही नहीं होगी या होगी तो पूर्ण होगी।

स्पष्ट हुआ कि परीक्षण की वैधता एक प्रमुख सूचकांक है जिसके सहारे हमें एक अर्थ में परीक्षण की सत्यता का पता चलता है।

20.4 विश्वसनीयता और वैधता में सम्बन्ध

अब तक आपने वैधता और विश्वसनीयता का अर्थ समझा। आइये, अब जरा इन दोनों पदों के सम्बन्धों पर विचार करें। यह जानने का प्रयास करें कि दोनों एक-दूसरे पर आधारित हैं अथवा एक-दूसरे से स्वतंत्र हैं?

यह तो स्पष्ट हो ही चुका है कि विश्वसनीयता और वैधता दोनों ही मनोवैज्ञानिक परीक्षण की प्रमुख विशेषताएं हैं तथा किसी परीक्षण में विश्वसनीयता और वैधता जितनी ही अधिक होगी, परीक्षण उतना ही अच्छा होगा तथा उसे उपयोग और मापन के दृष्टिकोण से उतना ही उत्तम माना जायेगा। परन्तु यदि हम इन दोनों सम्प्रत्ययों के अर्थ पर ध्यान दें तो पाते हैं कि किसी परीक्षण का विश्वसनीय होगा उसके वैध होने पर निर्भर नहीं करता, लेकिन परीक्षण को वैध होने के लिए उसका विश्वसनीय होना आवश्यक है। दूसरे शब्दों में, कोई परीक्षण यदि वैध है तो वह विश्वसनीय होगा ही, परन्तु यदि वह विश्वसनीय होना उसका वैध होना जरूरी नहीं है। इसे एक उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है। यदि किसी शिक्षक की नियुक्ति मनोविज्ञान विषय पढ़ाने के लिए हुई है तथा वह प्रतिदिन अपनी कक्षा में समय से आ जाता है तो वह एक विश्वसनीय शिक्षक हो सकता है, परन्तु वह वैध तभी होगा जब वह अपनी कक्षा में मनोविज्ञान विषय को सही ढंग से पढ़ाये। यदि वह नित्य समय से आये और इधर-उधर की बातें करके कक्षा से चला जाये, जिस विषय हेतु उसकी नियुक्ति हुई है उसे नहीं पढ़ा पाये, तो वह वैध शिक्षक कभी नहीं कहलायेगा। इसे एक और उदाहरण से समझें। यदि कोई घड़ी सूर्योदय के समय नित्य छः बजे का समय सूचित करती है तो वह विश्वसनीय कहलायेगी, परन्तु वह वैध तभी कहलायेगी जब समय देश के मानक समय से मेल खाये। यानी, यदि सूर्योदय के समय देश का मानक समय पाँच बजकर चालीस मिनट है तो वह धड़ी विश्वसनीय रहते हुए भी वैध नहीं होगी। वह वैध तभी होगी जब समय पाँच बजकर चालीस मिनट बतायेगी। यही कारण है कि किसी परीक्षण की विश्वसनीयता उस परीक्षण के परिणामों में संगति और स्थिरता को सूचित करती है, जबकि वैधता किसी परीक्षण की वह क्षमता होती है जिसके कारण वह उस योग्यता को मापने में सक्षम होता है जिसे मापने के लिए उसे बनाया गया है।

इसके अतिरिक्त यदि किसी परीक्षण में सजातीय एकांशों की संख्या अधिक होगी तो उसकी विश्वसनीयता भी अधिक होगी, परन्तु परीक्षण भी वैधता तब अधिक होगी जब उसमें विषम जातीय एकांशों की संख्या अधिक होगी। इसी प्रकार, जब किसी परीक्षण के एकांशों का कठिनाई स्तर समान होता है तो उनके बीच अन्तर्सम्बन्ध उच्च होता है, फलतः विश्वसनीयता अधिक होती है, लेकिन इस स्थिति में परीक्षण की वैधता घट जाती है क्योंकि वैधता बढ़ने के लिए एकांशों के कठिनाई स्तर में भिन्नता का होना आवश्यक है।

20.5 वैधता आंकलन की विधियाँ

वैसे वैधता का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि वैधता का प्रकार क्या है, फिर भी वैधता के आंकलन हेतु निम्नलिखित विधियाँ प्रयोग में लायी जाती है।

20.5.1 सहसम्बन्ध विधियाँ-

परीक्षण की वैधता के निर्धारण या आंकलन के लिए अनेक सहसम्बन्ध विधियों का उपयोग किया जाता है। वैधता आंकलन की ये विधियाँ वैज्ञानिक मानी जाती हैं। आवश्यकतानुसार इन विधियों का उपयोग वैधता निर्धारण में बहुतायत से किया जाता है। यह सहसम्बन्ध दो प्रकार के प्राप्तांकों या प्राप्तांकों के दो सेट से निकाला जाता है। उदाहरण के लिए, नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांक एक ओर तथा दूसरी ओर परीक्षार्थियों के निष्पादन प्राप्तांक के मध्य सहसम्बन्ध की गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। इसी प्रकार से प्राप्तांकों के सेट के एक भाग में नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांकों के मध्य सहसम्बन्ध की गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। जब उच्च सहसम्बन्ध प्राप्त होता है तब वैधता उच्च मानी जाती है। इसी प्रकार से जब सहसम्बन्ध का मान निम्न स्तर का प्राप्त होता है तब परीक्षण की वैधता निम्न स्तर की मानी जाती है।

सहसम्बन्ध की गणना की अनेक विधियाँ प्रचलित है। इनका उपयोग आवश्यकता के अनुसार करके वैधता की गणना की जाती है।

- 1) **स्पीयरमैन कोटि अन्तर विधि-** इस विधि को स्थान-क्रम विधि भी कहा जाता है। इस विधि का उपयोग छोटे प्रतिदर्शों और विषम जातीय प्रदत्तों में किया जाता है। प्राप्तांक इस प्रकार के होने आवश्यक हैं कि उन्हें कोटि या स्थान क्रम में बदलना सम्भव हो। इस विधि का सूत्र है-

$$p = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

जबकि p = कोटिक्रम विधि द्वारा ज्ञात सहसम्बन्ध गुणांक

$\sum D^2$ = पदों के अन्तरों के वर्गों का कुल योग

N = कुल युग्म आवृत्तियों की संख्या

गैरेट (1980) के अनुसार यह एक सरल विधि है जिसमें श्रम, समय और धन की बचत होती है लेकिन इस विधि से प्राप्त निष्कर्ष अधिक शुद्ध नहीं होते हैं।

- 2) **केण्डल कोटि अन्तर सहसम्बन्ध विधि-** इस अप्राचल सहसम्बन्ध विधि के द्वारा प्राप्तांकों के दो सेट के मध्य सहसम्बन्ध गुणांक की गणना निम्न सूत्र द्वारा की जाती है। बहुधा जब स्पीयरमैन की विधि का उपयोग नहीं हो पाता है तब इस विधि का उपयोग करते हैं

$$T = 2S / N (N-1)$$

जबकि, T = केण्डल कोटि अन्तर सहसम्बन्ध

S = वास्तविक योग

N = प्राप्तांकों की संख्या जिसका श्रेणीकरण किया गया है।

- 3) **प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि-** प्रोफेसर कार्ल पियर्सन द्वारा विकसित यह एक प्राचल सहसम्बन्ध विधि है। यह व्यवस्थित और अव्यवस्थित दोनों ही तरह के आंकड़ों के लिए प्रयुक्त होता है। इसमें प्राप्तांक समान रूप से वितरित होते हैं तथा दो चरों के बीच रेखीय सम्बन्ध होता है। यह सहसम्बन्ध अधिक शुद्ध होता है। प्रोडक्ट मोमेण्ट की अनेक विधियाँ हैं। यहां पर केवल वास्तविक मध्यमान विधि और कल्पित मध्यमान विधि के सूत्र दिये जा रहे हैं।

वास्तविक मध्यमान विधि का सूत्र -

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2 - \Sigma y^2}}$$

जबकि x & y = वास्तविक मध्यमान से विचलन

Σxy = विचलन और विचलन के गुणनफल का योग

Σx^2 = मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

Σy^2 = मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

कल्पित मध्यमान विधि का सूत्र-

$$r = \frac{\frac{\Sigma xy}{N} - C_x C_y}{\sigma_x \sigma_y}$$

जबकि x = कल्पित मध्यमान से चर के प्राप्तांक का विचलन

y = कल्पित मध्यमान से चर के प्राप्तांक का विचलन

Σxy = x विचलन और विचलन के गुणनफल का योग

N = प्राप्तांकों की संख्या

C_x = x वितरण की अशुद्धि

C_y = y वितरण की अशुद्धि

$\sigma_x = x$ वितरण कारक

$\sigma_y = y$ वितरण कारक

- 4) **द्वि-पंक्तिक सहसम्बन्ध विधि-** इस विधि द्वारा सहसम्बन्ध की गणना वहां करनी चाहिए जब दो चरों का वितरण सामान्य, निरन्तर और रेखीय हो तथा का आकार बड़ा होना चाहिए। प्रोडक्ट मोमेंट विधि द्वारा प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक अपेक्षाकृत इस विधि से अधिक शुद्ध होता है। इस विधि का सूत्र निम्नलिखित है -

$$r_{bis} = \frac{M_p - M_q}{\sigma_t} \times \frac{P}{y}$$

जबकि r_{bis} = द्वि-श्रेणिक सहसम्बन्ध

M_p = द्विभागी चर के पहले समूह का

σ_t = द्विभागी चर के दूसरे समूह का

p = पूरे समूह का प्रामाणिक विचलन

q = पहले समूह में पूरे समूह का अनुपात

y = दूसरे समूह में पूरे समूह का अनुपात

सामान्य सम्भावना वक्र के उस की ऊँचाई जो और को अलग करती है।

- 5) **विन्दु द्वि-पंक्तिक सहसम्बन्ध-** इस विधि का उपयोग उस समय किया जाता है जब दो चरों में से एक द्विभाजी हो और दूसरा खण्डित हो। इस विधि का उपयोग उस समय करते हैं जब दोनों चरों के प्राप्तांकों का विचलन सामान्य रूप से वितरित नहीं होता है। यह सहसम्बन्ध गुणांक द्वि-श्रेणिक सहसम्बन्ध की अपेक्षा अधिक विश्वसनीय होता है। इसके लिए या प्रतिदर्श इस आकार बड़ा होना आवश्यक नहीं है। इसकी गणना का सूत्र निम्नलिखित है -

$$r_{pbis} = \frac{M_p - M_q}{\sigma_t} \times \sqrt{P_q}$$

इस सूत्र के विभिन्न संकेतों के अर्थ उपरोक्त सूत्र की ही तरह से हैं।

20.5.2 कारक विश्लेषण विधि -

मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की वैधता की गणना के लिए कारक विश्लेषण विधि एक उच्च सांख्यिकीय विधि है। परीक्षणों की वैधता की गणना में इस विधि का बहुत महत्व है। इस विधि के द्वारा एक परीक्षण के उपभागों और

विभिन्न पदों के समानता और भिन्नता के अध्ययन के लिए कारक विश्लेषण विधि का उपयोग किया जाता है। कैटिल द्वारा निर्मित और मानकीकृत 16 पी.एफ. प्रश्नावली व्यक्तित्व कारकों के मापन के लिए बहुत प्रचलित और लोकप्रिय हैं। इसका भारतीय संस्करण भी उपलब्ध है।

कारक विश्लेषण विधि के छः रूप प्रचलित हैं- आर-प्रविधि, पी-प्रविधि, क्यू-प्रविधि, ओ-प्रविधि, टी-प्रविधि तथा एस-प्रविधि।

कारकों की गणना और कारकों की व्याख्या के लिए सहसम्बन्ध गुणांक की आवश्यकता होती है। इसके लिए सहसम्बन्ध मैट्रिक्स बनाई जाती है। इस मैट्रिक्स और सांख्यिकीय सूत्रों की सहायता से सामान्य कारकों की गणना की जाती है। चरों और प्रत्ययों को समझने में कारक विश्लेषण विधि बहुत उपयोगी सांख्यिकीय विधि है। आइए, हम लोग एक महत्वपूर्ण कारक विश्लेषण विधि “क्यू प्रविधि” की चर्चा करें।

- **क्यू-प्रविधि-** क्यू-प्रविधि की व्याख्या सबसे पहले विलियम स्टीफेन्सन ने 1953 में मनोवृत्ति, पसन्दों आदि के बारे में दिए गए कथनों या अन्य कथनों का विश्लेषण करते हुए अध्ययन करने के लिए किया था। इस प्रविधि में व्यक्ति दिए गए कथनों या अन्य उद्दीपनों को विभिन्न भागों में छांटता है। इन भागों को क्यू-सॉर्ट कहा जाता है।

क्यू-प्रविधि में प्रयोज्य दिए गए वस्तुओं, जैसे तस्वीरों कथनों, शब्दों आदि को एक कोटिक्रम के रूप में दिए गए श्रेणियों में किसी निश्चित कसौटी के आधार पर छांटता है। प्रत्येक छांटे जाने वाले वस्तु जैसे कथन, शब्द या तस्वीर एक अलग कार्ड पर होता है और उन्हें प्रयोज्य या प्रयोज्यों का समूह दिये गये श्रेणियों में जिसकी संख्या सामान्यतः 9 या 11 होती है, में छांटता है। करलिंगर (1986) ने अपना मत व्यक्त करते हुए कहा है कि किसी भी क्यू-प्रविधि को विश्वसनीय होने के लिए तथा उसमें सांख्यिकीय स्थिरता पर्याप्त मात्रा में होने के लिए यह आवश्यक है कि छांटे जाने वाली वस्तुओं की संख्या 60 से कम नहीं तथा 140 से अधिक नहीं हो। प्रयोज्य को यह निर्देश दे दिया जाता है कि दिए गए श्रेणियों में से प्रत्येक श्रेणी में वह एक निश्चित संख्या में वस्तुओं की छांटे। इससे फायदा यह होता है कि छांटने से प्राप्त वितरण सामान्य होगा या निश्चित रूपसे अर्द्धसामान्य होगा जिससे सांख्यिकीय विश्लेषण में काफी सुविधा होती है। परन्तु यह कोई निश्चित नियम नहीं है। क्यू-प्रविधि में कभी-कभी प्रयोज्यों से यह भी आग्रह किया जाता है कि वे प्रत्येक श्रेणियों में छांटे गये वस्तुओं की संख्या बराबर-बराबर रखें। इस तरह के सॉर्टिंग से मिलने वाले वितरण को आयताकार वितरण कहा जाता है।

क्यू-प्रविधि की एक सबसे प्रमुख पूर्वकल्पना यह होती है कि जहां तक सम्भव हो छांटी जाने वाली वस्तु समजातीय हों। इसका प्रधान कारण यह है कि इस तरह की प्रविधि में शोधकर्ता एक यथार्थ तुलनात्मक अनुक्रियाओं जो दिये गये वस्तुओं से उत्पन्न होती है, के अध्ययन में रुचि रखता है। अगर दिये गये उद्दीपन समजातीय नहीं होंगे तो इस ढंग से तुलनात्मक अनुक्रियाओं का कोई अर्थ नहीं रह जायेगा।

20.5.3 निरीक्षण विधि -

परीक्षण की वैधता का निर्धारण निरीक्षण विधि द्वारा भी किया जाता है, खासकर अंकित वैधता और आन्तरिक वैधता के निर्धारण हेतु इसका उपयोग अधिक किया जाता है। परीक्षण निर्माता तथा विषय विशेषज्ञ द्वारा परीक्षण के पदों का अवलोकन कर परीक्षण वैधता का मूल्यांकन किया जाता है। इसी कारण से इस विधि को वैधता

निर्धारण की एक अवैज्ञानिक विधि के रूप में माना जाता है। यह एक आत्मनिष्ठ विधि है तथा इसकी सहायता से सभी प्रकार की वैधता का निर्धारण नहीं किया जा सकता है।

20.5.4 विशेषज्ञ – पुनरावलोकन-

इस विधि के नाम से ही स्पष्ट है कि इस विधि में परीक्षण विशेषज्ञों से परीक्षण का पुनरावलोकन कराया जाता है। इस वैधता निर्धारण या आकलन विधि का उपयोग अनेक प्रकार की वैधता के आंकलन या निर्धारण में किया जाता है। आभासी या अंकित वैधता, आन्तरिक वैधता, अन्तर्वस्तु वैधता, वृत्तीय वैधता, संसगत वैधता आदि के आंकलन में इस विधि का उपयोग किया जाता है। वैधता आकलन की यह विधि निरीक्षण विधि की अपेक्षा अधिक उपयोगी है। विशेषज्ञ-पुनरावलोकन विधि द्वारा वैधता निर्धारण करने में परीक्षण निर्माणकर्ता जो परीक्षण तैयार करता है उस परीक्षण की तैयारी के समय वह परीक्षण के जो पद बनाता है, इन परीक्षण पदों को वह विशेषज्ञों के पास पुनरावलोकन के लिए देता है। परीक्षण विशेषज्ञ यह निश्चित करते हैं कि परीक्षण के पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति करते हैं अथवा नहीं। विशेषज्ञ प्रत्येक परीक्षण पद के सम्बन्ध में अपना निर्णय देते हैं। यदि परीक्षण विशेषज्ञों का निर्णय यह होता है कि परीक्षण के पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति पूरा-पूरा करते हैं तब इस अवस्था में परीक्षण की वैधता उच्च मानी जाती है।

जनली (1981) ने इस विधि की समीक्षा करते हुए लिखा है कि वैधता आकलन की यह विधि एक सफल विधि नहीं है क्योंकि यह एक आत्मनिष्ठ विधि है। वैधता के आंकलन में विशेषज्ञों के व्यक्तिगत पक्षपातों का प्रभाव पड़ता है। इन दोषों या सीमाओं के होते हुए इस विधि के सम्बन्ध में निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि वैधता आंकलन की यह विधि एक अवैज्ञानिक विधि है। इतना सब होते हुए भी यह एक उपयोगी विधि है। वास्तविकता यह है कि परीक्षण निर्माण की प्रारम्भिक अवस्था में इस विधि का बहुत उपयोग है।

20.5.5 वास्तविक निष्पादन विधि-

वैधता निर्धारण में इस विधि का बहुत अधिक उपयोग है। वास्तव में इस विधि का अकेले उपयोग नहीं किया जाता है। वास्तविक निष्पादन विधि का उपयोग तभी उपयुक्त और वैज्ञानिक होता है जब इस विधि के साथ सहसम्बन्ध विधियों में से किसी एक विधि का उपयोग किया जाता है।

इस विधि द्वारा वैधता का आंकलन करते समय यह देखा जाता है कि निर्मित परीक्षण पर परीक्षार्थियों की उपलब्धि प्राप्तांक क्या-क्या है? नवनिर्मित परीक्षण पर विद्यार्थियों के प्राप्तांक जब प्राप्त हो जाते हैं तब उनके वास्तविक निष्पादन के प्राप्तांक प्राप्त किये जाते हैं। अन्त में परीक्षण निर्माणकर्ता दो सेट के प्राप्तांकों के मध्य सहसम्बन्ध की गणना करता है। यदि सहसम्बन्ध गुणांक का मान अधिक प्राप्त होता है तब परीक्षण की उच्च वैधता मानी जाती है। दूसरी ओर, यदि सहसम्बन्ध गुणांक का मान कम होता है तब परीक्षण की विश्वसनीयता कम मानी जाती है। वैधता निर्धारण की इस विधि के द्वारा उपलब्धि परीक्षणों की वैधता निर्धारित की जाती है। उपलब्धि परीक्षणों की वैधता आंकलन की यह एक उत्तम विधि है। समवर्ती वैधता के निर्धारण में भी वास्तविक निष्पादन विधि उपयोगी है।

20.6 सारांश

वैधता किसी परीक्षण की वह क्षमता है जिसके सहारे वह उस गुण या कार्य को मापता है जिसे मापने के लिए उसे बनाया गया है। वैधता और विश्वसनीयता में थोड़ा अन्तर है। एक परीक्षण विश्वसनीय होकर भी वैध नहीं सकता। परन्तु यदि परीक्षण में वैधता है तो विश्वसनीयता अवश्य होगी।

किसी परीक्षण की वैधता आंकलन की निम्नलिखित विधियाँ प्रचलित हैं- सह-सम्बन्धात्मक विधि, अवलोकनात्मक या निरीक्षण विधि, कारक विश्लेषण विधि, विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि, वास्तविक निष्पादन विधि।

20.7 शब्दावली

- **वैधता:** किसी परीक्षण की वह क्षमता जिसके सहारे वह उस गुण या कार्य को मापता है जिसे मापने के लिए उसे बनाया गया है।
- **क्यू-प्रविधि:** एक मापनी विधि जिसमें व्यक्ति दिए गये कथनों या उद्धरणों को विभिन्न भागों या श्रेणियों में एक निश्चित कसौटी के आधार पर छांटता है।

20.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- निम्नलिखित कथन सही हैं या गलत-
 1. यदि कोई परीक्षण आज वैध है तो वह सालों बाद भी वैध ही होगा।
 2. किसी परीक्षण की वैधता कम या अधिक हो सकती है।
 3. कोई भी परीक्षण शून्य वैधता का नहीं हो सकता।
- रिक्त स्थान भरें ('है' अथवा 'नहीं' है 'मै')-
 4. एक वैध परीक्षण का विश्वसनीय होना आवश्यक परन्तु एक विश्वसनीय परीक्षण का वैध होना आवश्यक
- सही उत्तर का चयन करें-
 5. स्पीयर मैन कोटि अन्तर विधि किसी परीक्षण की वैधता ज्ञात करने की सह-सम्बन्धात्मक/अवलोकनात्मक विधि है।
 6. क्यू-प्रविधि वैधता निर्धारण की एक सह-सम्बन्धात्मक/कारकीय विश्लेषणात्मक विधि है।
 7. इनमें से कौन वैधता ज्ञात करने की सह-सम्बन्धात्मक विधि नहीं है-
 - अ. प्रोडक्ट-मोमेंट विधि
 - ब. कोटि-अन्तर विधि
 - स. अवलोकनात्मक विधि
 - द. इनमें से कोई नहीं

उत्तर: 1) गलत 2) सही 3) सही 4) है, नहीं है 5) सह-सम्बन्धात्मक
6) कारकीय विश्लेषणात्मक 7) (स) अवलोकनात्मक

20.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अरूण कुमार सिंह - मनोविज्ञान समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधिया - मोतीलाल - बनारसीदास
- डी.एन. श्रीवास्वत सांख्यिकी एवं मापन - विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
- F.N. Kerlinger & Foundation of Behavioural Research.

20.10 निबन्धात्मक प्रश्न

1. परीक्षण वैधता से आप क्या समझते हैं? वैधता और विश्वसनीयता में सम्बन्ध बतायें।
2. परीक्षण वैधता को परिभाषित करें। वैधता ज्ञात करने की विभिन्न विधियों का विवेचन करें।
3. टिप्पणी लिखें-
 - क. वैधता ज्ञात करने की सह-सम्बन्धात्मक विधि
 - ख. क्यू-प्रविधि
 - ग. विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि

इकाई-21 परीक्षण मानकीकरण:- अर्थ, महत्व एवं विशेषताएँ
(Standardizing Tests: Meaning, Significance and Characteristics)

इकाई संरचना

- 21.1 प्रस्तावना
- 21.2 उद्देश्य
- 21.3 परीक्षण मानकीकरण का अर्थ
- 21.4 परीक्षण मानकीकरण की प्रक्रिया
- 21.5 मानकीकरण परीक्षण का महत्त्व
- 21.6 मानकीकृत परीक्षण की विशेषताएँ
- 21.7 सारांश
- 21.8 शब्दावली
- 21.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 21.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 21.11 निबन्धात्मक प्रश्न

21.1 प्रस्तावना

मानकीकरण के अन्तर्गत यह तीसरी इकाई है। इससे पहले की इकाईयों के अध्ययन के बाद आप जान गये होंगे कि परीक्षण की रचना कैसे करते हैं पदों का चुनाव व विश्लेषण कैसे करते हैं, तथा उसके कठिनता स्तर एवं विभेदन शक्ति को कैसे ज्ञात करते हैं।

सामाजिक विज्ञानों में परिवर्त्यों के मात्राकरण हेतु अनेक परीक्षणों एवं मापनियों का विकास मनोवैज्ञानिकों ने समय-समय पर किया है जिनके द्वारा बौद्धिक योग्यता, व्यक्तित्व, शीलगुण, अभिवृत्तियों, रुचियों, अभिक्षमताएँ, अर्जित ज्ञान एवं कौशल, शैक्षिक उपलब्धियों आदि का मापन कर उनके बारे में पूर्वकथन किया जाता है इन उद्देश्यों की पूर्ति के लिये अनेक प्रकार के मनोवैज्ञानिक परीक्षणों एवं मापनियों का निर्मित एवं विकसित किया गया है।

इस इकाई के अध्ययन के बाद आप मानकीकृत परीक्षण के महत्व एवं उसके विभिन्न उपयोग तथा विशेषताओं के बारे में जान सकेंगे।

21.2 उद्देश्य

परीक्षण मानकीकरण से आशय ऐसी प्रक्रिया से होता है जिसमें विषय-वस्तु, विधि एवं निष्कर्ष सभी सम रूप से निश्चित हो तथा जिसके लिए किन्हीं निश्चित मानकों को निर्धारित किया जाता है। व्यक्तियों की अभिक्षमताओं,

रूचियों, योग्यताओं, प्रतिभाओं आदि का सही मूल्यांकन केवल मानकीकृत परीक्षणों द्वारा ही सम्भव होता है। मानकीकृत परीक्षण मितव्ययता, व्यापकता, सुगमता इत्यादि से परिपूर्ण होता है। मानकीकृत परीक्षणों में वस्तुनिष्ठता, वैधता, विश्वसनीयता के गुण पाये जाते हैं।

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप जान सकेंगे:-

- परीक्षण मानकीकरण का अर्थ
- परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया
- मानकीकृत परीक्षण का महत्व
- मानकीकृत परीक्षण का उपयोग
- मानकीकृत परीक्षण की विशेषताएँ

21.3 परीक्षण मानकीकरण का अर्थ

परीक्षण मानकीकरण एक आवश्यक प्रक्रिया है। इस प्रक्रिया में परीक्षण के अन्तिम प्रारूप को एक विशाल समूह पर प्रशासित करते हैं। तथा साथ ही मानकों के लिए आँकड़े एकत्रित करते हैं कुछ मनोवैज्ञानिकों ने परीक्षण मानकीकरण के सम्बन्ध में अपने-अपने विचार व्यक्त किये हैं -

सी०वी० मूड के अनुसार- "एक मानकीकृत परीक्षण वह परीक्षण है जिसमें विषय-वस्तु का चयन अनुभव के आधार पर किया गया हो, जिसके मानक ज्ञात हों, जिसके प्रशासन व फलांकन की समरूप विधियों को विकसित किया गया हो तथा फलांकन को वस्तुनिष्ठ विधि से ज्ञात किया गया हो।"

एल०जे० क्रौनबेक के शब्दों में - "किसी मानकीकृत परीक्षण में प्रक्रिया, फलांकन, मूल्यांकन आदि सभी निश्चित होते हैं, जिससे इसका प्रयोग विभिन्न अवसरों पर किया जा सके। इससे मानकों की सारणी तथा किसी समूह के प्रतिनिधित्वकारी विद्यार्थियों का सम्भावित प्राप्तांक ज्ञात रहता है।"

उपर्युक्त विचारों के आधार पर कहा जा सकता है कि मानकीकरण में उद्देश्यों व विषय वस्तु के अनुरूप कथनों का चुनाव किया जाता है। परीक्षण की प्रशासन विधि, निर्देशन, समय सीमा, अंकनविधि व व्याख्या की विधि का एकरूपता से निर्धारण कर लिया जाता है। उपयुक्त मानकों को निश्चित कर परीक्षण विश्वसनीयता तथा वैधता की गणना कर ली जाती है। इतना सब करने के पश्चात उस परीक्षण को एक वृहद् समूह पर प्रशासित कर लिया जाता है। इस पूरी प्रक्रिया को मानकीकरण की संज्ञा दी जाती है।

21.4 परीक्षण मानकीकरण की प्रक्रिया

परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया के मुख्य रूप से तीन पहलू हैं।

- 1) परीक्षण निर्माता पदों विषय-वस्तु या परीक्षण सामग्री का मानकीकरण करता है। जब हम परीक्षण के प्रारम्भिक रूप को केवल कुछ व्यक्तियों पर प्रशासित कर अन्तिम रूप से उस परीक्षण के लिये पदों का चयन करते हैं तब हम प्रत्येक पद का विश्लेषण करते हैं तथा केवल उन्हीं पदों का चयन करते हैं जो विभेद-मूल्य व कठिनता-स्तर की दृष्टि से उपयुक्त हों। अतः इसी प्रक्रिया के अन्तर्गत हम पदों का चयन करते समय ही उसका मानकीकरण कर लेते हैं।

- 2) परीक्षण की अन्तिम रूप से जांच करने के पश्चात परीक्षण विधियों का मानकीकरण किया जाता है। इसके अन्तर्गत परीक्षण की प्रशासन विधि, उसके लिए निर्देश, समय-सीमा, फलांकन विधि, प्रतिदर्श आदि अन्य महत्वपूर्ण तत्वों का निश्चय होता है।
- 3) अन्त में, परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया का सबसे महत्वपूर्ण सोपान निष्कर्षों का मानकीकरण है। इसके लिए परीक्षण के अन्तिम रूप का एक विशाल समूह पर प्रशासन किया जाता है। तत्पश्चात निम्नलिखित तीन विधियों के द्वारा फलांको का सांख्यिकीय विवेचन करके निष्कर्षों का मानकीकरण किया जाता है।
- (i) **मध्यमान व मानक विचलन विधि** - इस विधि में सम्पूर्ण समूह का आवृत्ति वितरण तैयार किया जाता है तथा प्रत्येक अन्तराल में योग आवृत्तियों को ज्ञात किया जाता है। इसके पश्चात समूह के मध्यमान फलांको की गणना की जाती है जो समस्त समूह की औसत उपलब्धि की ओर इंगित करते हैं। समूह में व्यक्ति की क्या स्थिति है इसे मानक विचलन के द्वारा ज्ञात किया जाता है, जो मध्यमान से विचलित होने वाली वास्तविक मात्रा का निश्चय करता है।
- (ii) **शततमक विधि** - सन्दर्भ बिन्दु निर्धारित करने की यह एक आलेखीय विधि है। यहाँ पर वितरण का सम्पूर्ण प्रसार जितना सम्भव हो सके उतने षतांशीय समूहों में विभक्त हो जाता है। शततमक (Percentiles) प्राप्तांकों के वितरण का विश्वसनीय चित्र प्रदान करना है उदाहरणार्थ हम 10th, 20th, 30th, 40th, 70th, 90th आदि शतांशीय की गणना करते हैं। मान लीजिए, किसी उपलब्धि परीक्षण में राम के 45 अंक है तथा उसका शतांशीय मान 70th है, जो यह इंगित करता है कि राम, जिसके उस परीक्षण पर 45 अंक हैं, समूह की 70 प्रतिशत लड़कों से अच्छा तथा 30 प्रतिशत लड़कों से निम्न निष्पादन वाला है।
- (iii) **आयु आधार विधि** - आयु के आधार पर भी परीक्षण मानकों को निर्धारित किया जाता है क्यों कि कई परीक्षण इस प्रकार के होते हैं जहाँ मानक निर्धारित करने में आयु एक महत्वपूर्ण तथ्य है जैसे बुद्धि परीक्षण।

21.5 मानकीकरण परीक्षण का महत्त्व

बालक-बालिकाओं के गुणात्मक संवर्धन के लिए उनकी अभिक्षमताओं, रुचियों, योग्यताओं, प्रतिभाओं, सीमाओं आदि का सही मूल्यांकन होना आवश्यक है जो कि मानकीकृत परीक्षणों के द्वारा ही सम्भव होता है। मानकीकृत परीक्षण आन्तरिक व बाह्य गुणों का मापन और मूल्यांकन करने वाले सबसे अधिक प्रभावशाली और विश्वसनीय साधन है। इनके आधार पर शैक्षणिक और व्यावसायिक योजनाएं बनाने हेतु उचित मार्गदर्शन व परामर्श देने की सुविधा होती है।

अध्यापकों और परामर्शक के लिए मानकीकृत परीक्षण विशेष महत्व रखते हैं। उसके आधार पर छात्र-छात्राओं को उचित मार्गदर्शन दिया जा सकता है। मानकीकृत परीक्षण से प्राप्त प्रदत्त सबसे वस्तुनिष्ठ और विश्वसनीय होते हैं इनकी सहायता से बालक के विकास, प्रगति, अवरोध आदि का ज्ञान हो जाता है। सामान्य अध्यापक अपने निरीक्षण और बालक के व्यवहार से उसके सम्बन्ध में जानकारी तो प्राप्त कर लेता है परन्तु इस प्रकार अनौपचारिक विधि से प्राप्त जानकारी की सत्यता प्रमाणीकृत परीक्षण से ही सिद्ध की जा सकती है।

मानकीकृत परीक्षण की सार्थकता को निम्नलिखित प्रकार से दर्शाया जा सकता है।

- (i) **उपलब्धि-स्तर और प्रगति का मूल्यांकन** - विभिन्न विषयों के अध्ययन करने के उपरान्त उनमें कितनी उपलब्धि प्राप्त हुई है। किस विषय में कितनी प्रगति हुई है। किस विषय में कहाँ तक बालक ने पूर्णतः सीख है और कहीं कमजोरी है आदि बातों का पता उपलब्धि परीक्षण से सरलता से किया जा सकता है।
- (ii) **अभिक्षमता का मूल्यांकन** - विभिन्न विषयों या कार्यों के लिए विभिन्न अभिक्षमताओं की आवश्यकता होती है। सामान्यतः बालक-बालिकाओं की आवश्यकता का ज्ञान अवलोकन मात्र से नहीं हो सकता बल्कि उपयुक्त अभिक्षमता परीक्षण से ही अभिक्षमताओं का मूल्यांकन करना सम्भव है। इनके निष्कर्षों के आधार पर ही छात्रों के अध्ययन के लिये वैकल्पिक विषयों या व्यवसाय के चयन के लिये परामर्श किया जा सकता है। प्राप्त प्रदत्त से भविष्य में सफलता की भविष्यवाणी की जा सकती है।
- (iii) **रूचियों का मूल्यांकन** - रूचि परीक्षणों का निर्माण भिन्न भिन्न प्रकार की रूचियों का मूल्यांकन करने के लिये किया जाता है। रूचि समूह ज्ञान होने पर उसके विकास के लिये उपयुक्त अवसर और प्रोत्साहन दिया जा सकता है। रूचिपूर्ण विषय का कार्य मिलने पर सफलता प्राप्त होने की पूरी सम्भावना होती है। रूचि के आधार पर छात्र छात्राएं अपने उच्च अध्ययन की ओर, एवं व्यवसाय की योजना तैयार कर सकते हैं।
- (iv) **समस्याओं का मूल्यांकन** - विभिन्न प्रकार की समस्याओं के लिये भिन्न-भिन्न प्रकार के परीक्षणों का उपयोग किया जा सकता है। समस्या के कारण और निवारण का ज्ञान प्रदत्त प्राप्तांकों के आधार पर किया जा सकता है।
- (v) **समायोजन का मापन** - सामाजिक विकास, सामाजिक व संवेगात्मक परिपक्वता, विभिन्न छात्रों में समायोजन का स्तर, समायोजन की कठिनाई आदि के सम्बन्ध में समायोजन परिसूची से जानकारी प्राप्त की जा सकती है। परीक्षण से प्राप्त फल के आधार पर समायोजन के लिये परामर्श दिया जा सकता है।
- (vi) **मानसिक योग्यता का मूल्यांकन** - प्रत्येक क्षेत्र में सफलता के लिए अलग अलग प्रकार की मानसिक योग्यता की आवश्यकता होती है। विभिन्न विषयों के अध्ययन व व्यवसाय के लिये विशेष मानसिक योग्यता होनी चाहिये। जैसे अंक प्रवीणता, तर्क योग्यता, भाषा-प्रवीणता, समस्या समाधान योग्यता, सामान्य बेसिक क्षमता आदि। विशेष मानसिक योग्यता के अनुकूल व्यवसाय के लिए परामर्श दिया जा सकता है। अविकसित या अर्द्ध विकसित मस्तिष्क वाले बालक बालिकाओं की पहचान और उचित परामर्श के लिये भी बहुत उपयोगी है।
- (vii) **अभिवृत्तियों का मापन** - समुचित विकास के लिये सकारात्मक अभिवृत्तियों का होना आवश्यक है। अभिवृत्ति-मापनी द्वारा छात्र-छात्राओं की विभिन्न विषयों, व्यवसायों आदि के प्रति अभिवृत्ति जानी जा सकती है। अभिवृत्ति मापनी से प्राप्त प्रदत्त के आधार पर अभिवृत्ति में परिवर्तन लाने और वांछित अभिवृत्तियों के विकास में सहायता मिलती है।
- (viii) **प्रतिभाओं का मूल्यांकन** - प्रायः छात्र स्वयं अपनी प्रतिभाओं से अनभिज्ञ होते हैं। यदि उन्हें अपनी प्रतिभाओं का ज्ञान करा दिया जाए तो वे उनके विकास और उपयोग के लिये स्वयं प्रेरित हो जाते हैं।

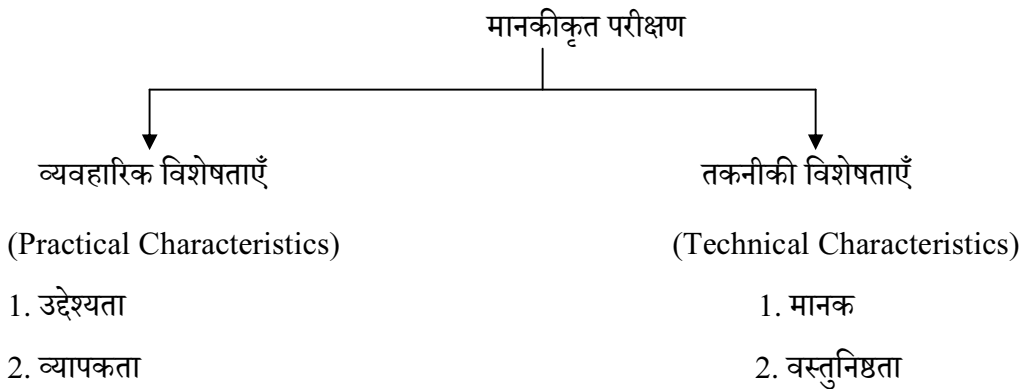
प्रत्येक छात्र या छात्रा में कोई न कोई प्रतिभा, कौशल या विशेष योग्यता अवश्य होती है। केवल उनके मापन और मूल्यांकन द्वारा उसका उन्हें ज्ञान कराने की आवश्यकता है।

- (ix) **विकास का मूल्यांकन** - शिक्षा का उद्देश्य छात्र छात्राओं के व्यक्तित्व, सामाजिक, बौद्धिक, संवेगात्मक, नैतिक, चारित्रिक आदि विकास में सहायता देना है। कौन सा छात्र किस क्षेत्र में कितनी प्रगति कर रहा है और कौन सा छात्र कितना पिछड़ा है, इसका मूल्यांकन उपर्युक्त परीक्षण से किया जा सकता है। प्रदत्त के अनुसार विकास हेतु उचित परामर्श दिया जा सकता है।
- (x) **अनुसंधान में उपयोग** - शिक्षा और शैक्षिक विधि को अधिक प्रभावशाली बनाने के लिये समय-समय पर अनुसंधान, अध्ययन और प्रयोग होते रहते हैं। इस प्रकार के अनुसंधान, अध्ययनों व प्रयोगों में परीक्षणों से विशेष सहायता मिलती है।

21.6 मानकीकृत परीक्षण की विशेषताएँ

प्रायः हम अपने नित्य प्रतिदिन के जीवन में जब भी किसी नवीन वस्तु या पदार्थ का निर्माण करते हैं तो हमारा सदैव यही लक्ष्य रहता है कि वह वस्तुनिष्ठ या उत्तम हो। अब यहाँ स्वाभाविक रूप से प्रश्न उठता है कि उत्तम से हमारा क्या आशय है। साधारण शब्दों में कहा जा सकता है कि यदि एक वस्तु उन समस्त आवश्यकताओं की पूर्ति करती है जिसको उसमें विद्यमान रहना चाहिए तथा वह उस उद्देश्य की प्राप्ति करती है जिसके लिए उसकी रचना हुई है, तो वह उत्तम कहलायेगी। इसी प्रकार किसी भी वस्तु को अच्छा या बुरा उसकी मान्य कसौटियों के आधार पर कहा जा सकता है। यही तर्क या विचार मानकीकृत परीक्षणों के सम्बन्धों में भी सत्य है। कोई भी निर्मित किया हुआ मानकीकृत परीक्षण कैसा है, इसका निर्णय विभिन्न विशेषताओं के आधार पर किया जाना चाहिये। "एक उत्तम मानकीकृत परीक्षण, आवश्यक रूप से प्रयोजन पूर्ण एवं मानकीकृत यन्त्र है जो मानव व्यवहार का वस्तुनिष्ठता एवं व्यापकता के साथ निराक्षण करता है। समय, धन एवं व्यक्ति के दृष्टिकोण से यह सदैव मित्तव्ययी तथा प्रशासन, फलांकन व विवेचन के दृष्टिकोण से सुगम होता है तथा इसके प्रत्येक पद की भेदबोधक शक्ति अधिक है। इसके विभिन्न मानक, जैसे आयुमानक, लिंग मानक, शैक्षिक मानक, सांस्कृतिक मानक आदि निर्धारित किये जाते हैं। इसके अतिरिक्त यह अत्यधिक विश्वसनीय व वैध होते हैं।"

मानकीकृत परीक्षण की कसौटियों या विशेषताओं को मुख्य रूप से दो समुह के अन्तर्गत वर्गीकृत किया जाता है। निम्नांक्ति चार्ट इसका स्पष्ट उल्लेख करता है।



3. मितव्ययता	3. बोधकता
4. सुगमता	4. विश्वसनीयता
5. सर्वमान्यता	5. वैधता
6. प्रतिनिधित्वता	

1. मानकीकृत परीक्षण की व्यवहारिक विशेषताएँ -

मानकीकृत परीक्षण की निम्नलिखित विशेषताएँ होती है

- **उद्देश्यता (Purposiveness)**- मानकीकृत परीक्षण का निश्चित उद्देश्य निर्धारित होते हैं, क्यों कि परीक्षण सदैव ही उद्देश्य पूर्ति का एक साधन मात्र होता है। किसी भी मानकीकृत परीक्षण की रचना करने से पूर्व समस्या, लक्ष्य या उद्देश्य के सम्बन्ध में निर्णय करना अत्यन्त आवश्यक है।
- **व्यापकता (Comprehensiveness)** - व्यापकता से आशय है कि परीक्षण में इस प्रकार के पदों या प्रश्नों को स्थान दिया जाता है कि वह उस क्षेत्र के समस्त पहलुओं का मापन कर सके। परीक्षण इतना व्यापक होना चाहिये कि अपने लक्ष्य की पूर्ति कर सके। उसमें उन समस्त पहलुओं से सम्बन्धित प्रश्नों को स्थान मिलना चाहिए जिनका मापन करना है।
- **मितव्ययता (Economical)** - मितव्ययता उत्तम मानकीकृत परीक्षण की एक मुख्य आवश्यकता होती है, क्योंकि आज के इस व्यस्त वैज्ञानिक व औद्योगिक युग में मितव्ययी होना व्यक्ति के जीवन में अत्यन्त आवश्यक हो गया है। उत्तम मानकीकृत परीक्षण का निर्माण समय, धन व व्यक्ति को ध्यान में रखते हुए होना चाहिये। साथ ही उसकी विषय-सामग्री ऐसी होनी चाहिए जिसमें अत्यधिक धन, समय की अच्छिक आवश्यकता न हो।
- **सुगमता (Easiness)** - मानकीकृत परीक्षण को प्रशासन, फलांकन व विवेचना की दृष्टि से सदैव सुगम होना चाहिये। मानकीकृत परीक्षण के निर्देश इतने स्पष्ट एवं संक्षिप्त होने चाहिये कि परीक्षार्थी उन्हें आसानी से समझ ले तथा उसकी भाषा में किसी भी प्रकार का दोहरापन न हो। अधिकांश मानकीकृत परीक्षणों में सुविधाजनक रूप से फलांकन करने में उत्तर कुंजी तथा फलांकन स्टेंसिल का प्रयोग किया जाता है। अतः स्पष्ट है कि परीक्षण, प्रशासन, फलांकन व विवेचना तीनों ही दृष्टिकोण से सुगम होना चाहिए।
- **सर्वमान्यता (Acceptability)** - एक उत्तम मानकीकृत परीक्षण की एक विशेषता उनकी सर्वमान्यता या सर्वस्वीकृति है। परीक्षण इस प्रकार का होना चाहिए कि उसका प्रयोग उन समस्त व्यक्तियों एवं परिस्थितियों में सदैव किया जा सके जिसके लिए वह मानकीकृत किया जाता हो। उदाहरणार्थ, विदेशों में बिने साइमन बुद्धि मापनी तथा भारत में चटर्जी अशाब्दिक प्राथमिक प्रपत्र इस श्रेणी में आते हैं।
- **प्रतिनिधित्वता (Representativeness)** - एक मानकीकृत परीक्षण की व्यवहारिक विशेषता यह भी है कि उसे प्रतिनिधि होना चाहिए। व्यवहार के जिन-जिन पहलुओं के मापन हेतु उसकी रचना की गयी है उनका

प्रतिनिधित्व रूप से मापन करना उसकी प्रमुख विशेषता है। वह व्यक्ति के व्यवहार में से प्रतिदर्श लेकर उसका प्रतिनिधि करता है।

2. मानकीकृत परीक्षण की तकनीकी विशेषताएँ -

- **मानक (Norms)** - एक उत्तम मानकीकृत परीक्षण की सबसे महत्वपूर्ण विशेषता यह है कि उनके मानक स्थापित हों क्योंकि किसी अमुक व्यक्ति की समूह में स्थिति जानने के लिए या उसकी अन्य व्यक्तियों से तुलना करने के लिये हमें मानकों की आवश्यकता होती है। मानक किसी विशेष समूह में व्यक्तियों के औसत कार्य या निस्पादन की इकाई है। परीक्षण के मानकों को विशाल समूह पर प्रशासित कर ज्ञात किया जाता है। अधिकांशत आयु मानकों, श्रेणी मानकों, शतांशीय मानकों तथा प्रमाणिक फलांक मानकों या टी-फलांक मानकों को ज्ञात किया जाता है। फिर से मानकों की सहायता से किसी परीक्षण पर प्राप्तांकों का विवेचन किया जाता है।
- **वस्तुनिष्ठता (Objectivity)** - एक मानकीकृत परीक्षण प्रत्येक दृष्टिकोण से वस्तुनिष्ठ होना चाहिये। परीक्षण की वस्तुनिष्ठता मुख्य रूप से दो बातों पर निर्भर होती है। प्रथम परीक्षण में सम्मिलित समस्त पदों के निश्चित उत्तर हो। परीक्षण में पदों या प्रश्नों का चयन इस प्रकार करना चाहिए कि एक प्रश्न का केवल एक ही उत्तर सम्भव हो। दूसरा परीक्षण का प्रशासन व फलांकन वस्तुनिष्ठ ढंग से होना चाहिये, इसके लिये हमें उत्तरों की कुंजी बना लेनी चाहिये तथा उसी कुंजी के अनुकूल परीक्षार्थियों को अंक प्रदान करने चाहिये ताकि किसी प्रकार का पक्षपात न हो व परीक्षण की विश्वसनीयता बनी रहे। वस्तुनिष्ठ परीक्षणों पर प्रशासन व फलांकन करने वाले व्यक्तियोंकी भावनाओं, आशाओं, विचारों, पसन्द एवं नापसन्द का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। यह हमें सही व गलत प्रश्नों की ओर इंगित करता है।
- **भेदबोधकता (Discriminative)** - भेदबोधकता से तात्पर्य उस विभेदशक्ति से होता है जो किसी पहलू के माध्यम से व दो वर्गों में विभेद स्पष्ट करे। वह यह इंगित कर सके कि किसी समूह में अमुक व्यक्ति योग्यता रखते हैं तथा अन्य कुछ व्यक्ति निम्न योग्यता रखते हैं, या किसी कार्य में व्यक्तियों का एक समूह रूचिकर है तो दूसरे समूह अरूचिकर हैं। परीक्षण के प्रत्येक पद या प्रश्न को भेदबोधक होना चाहिये। किसी भी परीक्षण के प्रत्येक पद का भेदबोधक मूल्य वैज्ञानिक ढंग से ज्ञात करना चाहिये। स्मरणीय यह है कि किसी भी पद का विभेद मूल्य समूह के उच्चतम व निम्नतम वर्गों पर ज्ञात किया जाता है तथा इस सम्बन्ध में अध्ययन वर्ग की कोई उपयोगिता नहीं होती है।
- **वैधता (Validity)** - परीक्षण की वैधता से हमारा आशय यह है कि परीक्षण उस उद्देश्य की पूर्ति करता हो जिसके लिये उसका निर्माण किया गया है। यदि परीक्षण द्वारा उस उद्देश्य की पूर्ति हो रही है तो हमारा परीक्षण वैध कहलायेगा अन्यथा अवैध। अतएव मानकीकृत परीक्षण की यह विशेषता है कि उसे वैध होना चाहिए। परीक्षण की वैधता विभिन्न प्रकार की होती है- संक्रिया, पूर्वकथित, अंकित, विषय-वस्तु कारक, निर्मित आदि। विभिन्न परीक्षणों की वैधता को भिन्न-भिन्न प्रकार से ज्ञात किया जाता है। वैधता ज्ञात करने में सहसम्बन्ध विधि का प्रयोग अत्यन्त महत्वपूर्ण है। इसके अतिरिक्त प्रतिगमन, पूर्वकथन, प्रत्याशा, तालिका तथा कट ऑफ स्कोर द्वारा वैधता को ज्ञात किया जाता है।

- **विश्वसनीयता (Reliability)** - एक उत्तम मानकीकृत परीक्षण की सबसे महत्वपूर्ण विशेषता उसका विश्वसनीय होना है। विश्वसनीयता से तात्पर्य ऐसी परीक्षा से है जो बार-बार प्रयोग करने पर एक से ही निष्कर्ष प्रदान करें। जैसे- आज एक विद्यार्थी को गणित की परीक्षा में 25 अंक प्राप्त होते हैं। कुछ दिन पश्चात वही परीक्षण दुबारा देने पर भी यदि उसको इतने ही अंक प्राप्त हो तो हम कह सकते हैं कि हमारा परीक्षण विश्वसनीय है। किसी भी परीक्षण की विश्वसनीयता को विभिन्न विधियों पुनः परीक्षण विधि, समानान्तर रूप विधि, अर्द्ध विच्छेद विधि, तर्कयुक्त समानता विधि, प्रसारण विश्लेषण तथा मापन की मानक त्रुटि के द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

21.7 सारांश

एक मानकीकृत परीक्षण में प्रक्रिया, फलांकन, मूल्यांकन आदि सभी निश्चित होते हैं। मानकीकरण के उद्देश्यों व विषय वस्तु के अनुरूप कथनों का चुनाव किया जाता है। परीक्षण की प्रशासन विधि, निर्देश, समय सीमा, अंक विधि व व्याख्या की विधि का एकरूपता से निर्धारण कर लिया जाता है तत्पश्चात मानकों को निश्चित कर परीक्षण विश्वसनीयता तथा वैधता की गणना की जाती है। फिर उसे एक वृहद समूह पर प्रशासित किया जाता है इस पूरी प्रक्रिया को मानकीकरण की संज्ञा दी जाती है।

परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया के प्रमुख चरण विषय-वस्तु का चयन, पदों की अन्तिम रूप से जाँच, प्रशासन विधि, निर्देश, समय सीमा, फलांकन विधि, मानकीकरण इत्यादि होते हैं। किसी भी समूह पर किसी भी परीक्षण को प्रशासित करने से पहले उसका मानकीकृत होना आवश्यक होता है।

मानकीकृत परीक्षण उचित मार्ग दर्शन में महत्वपूर्ण योगदान देते हैं। मानकीकृत परीक्षण सर्वाधिक वस्तुनिष्ठ व विश्वसनीय होते हैं। मानकीकृत परीक्षणों की सार्थकता या महत्वता का हम विभिन्न क्षेत्रों में उपयोग कर सकते हैं जैसे- उपलब्धि स्तर का मूल्यांकन, अभिक्षमता का मूल्यांकन, रुचियों का मूल्यांकन, समस्याओं का मूल्यांकन, निमायोजन का मापन मानसिक योग्यता का मूल्यांकन, अभिवृत्तियों का मापन, प्रतिभाओं का मूल्यांकन व विकास का मूल्यांकन, अनुसन्धान में उपयोग इत्यादि।

कोई भी निर्मित किया हुआ मानकीकृत परीक्षण कैसा है इसका निर्णय विभिन्न विशेषताओं के आधार पर किया जाता है। मानकीकृत परीक्षण की दो प्रकार की विशेषताएँ होती हैं- व्यवहारिक व तकनीकी/व्यवहारिक विशेषताएँ- उद्देश्यता, व्यापकता, मितव्ययता, सुगमता, सर्वमान्यता, प्रतिनिधित्वता इत्यादि होती हैं। तथा दूसरी तरफ तकनीकी विशेषताएँ, मानक, वस्तुनिष्ठता, भेदबोधकता, विश्वसनीयता व वैधता होती है।

21.8 शब्दावली

- **अभियोग्यता परीक्षण:** वे परीक्षण या मापन प्रविधियाँ जो यह पूर्व सूचना देती है कि उपयुक्त प्रशिक्षण दिये जाने पर किस व्यक्ति के किस क्रिया क्षेत्र में सफल होने की अधिक सम्भावना हैं।
- **अभिकृति परीक्षण:** परीमाणात्मक शब्दों में किसी विशिष्ट व्यक्ति, समूह, वस्तु या सामाजिक संस्था के पक्ष या विपक्ष में व्यक्ति के अभिकृतियों का मापन करने वाले मापक या मापदण्ड।

- प्रतिशतक, प्रतिशतक-फलांक: किसी दिये हुए बिन्दु या फलांक के नीचे उतने प्रतिशत फलांक है। जैसे 75 वाँ प्रतिशतक वह बिन्दु या फलांक है, जिसके नीचे 75 प्रतिशत फलांक हो।
- मध्यमान: संख्याओं के योग में उनके नम्बर का भाग दिये जाने पर जो फल आता है, उसे मध्यमान कहते हैं।
- मूल्यांकन: किन्हीं मनोवैज्ञानिक तथ्यों के बारे में प्रतीको द्वारा निर्णय करने की प्रक्रिया ताकि इस तथ्य का महत्व निर्णीत किया जा सके।
- विश्वसनीयता: जब कोई उपकरण या परीक्षण बार-बार प्रयुक्त होने पर वही निष्कर्ष दे तो वह विश्वसनीय कहलाता है।
- वैधता: परीक्षण या प्रविधि का एक आवश्यक गुण कि वह परीक्षण उसी उद्देश्य का मापन करता है या नहीं जिसके लिए उसे बनाया गया है।

21.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

- 1) मानकीकरण परीक्षण की प्रक्रिया के लिये प्रयुक्त विधियों का नाम बताइयें।
- 2) मानकीकरण परीक्षण को किन-किन क्षेत्रों में प्रयोग किया जाता है?
- 3) मानकीकृत परीक्षण की व्यवहारिक विशेषताएँ बताइयें।

मानकीकृत परीक्षण की कौन-कौन सी तकनीकी विशेषताएँ हैं।

उत्तर: 1) (क) मध्यमान व मानक विचलन विधि

(ख) शततमक विधि (ग) आयु आधार विधि

2) (क) उपलब्धि स्तर और प्रगति का मूल्यांकन (ख) अभिक्षमता का मूल्यांकन

(ग) रुचियों का मूल्यांकन (घ) समस्याओं का मूल्यांकन

(ड.) समायोजन का मापन (च) मानसिक योग्यता का मापन

(छ) अभिकृतियों का मापन (ज) अनुसंधान में उपयोग

3) मानकीकृत परीक्षण की व्यवहारिक विशेषताएँ-

(क) उद्देश्यता (ख) व्यापकता (ग) मितत्ययता

(घ) सुगमता (ड.) सर्वमान्यता (च) प्रतिनिधित्वता

4) मानकीकृत परीक्षण की तकनीकी विशेषताएँ-

(क) मानक (ख) वस्तुनिष्ठता (ग) भेदबोधकता

(घ) वैधता

(ड.) विश्वसनीयता

21.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Bhargawa, M.(1997):- Modern Psychological Test and measurement Prints Palace, Agra.
- Cronback, Lee, 1. (1972) Essentials of Psychological Testing New York : Marper & Row
- Good,6.V, Dictionary of Education (1445)
- Singh, A.K.(1986),Tests, Measurements and Research Methods in BehaViawral sciencen New Delhi : Tata Mc Graw Hill Publishing co.Ltd.
- Tyler, L.E. (1463). New Iersey :Prentice hall.

21.11 निबन्धात्मक प्रश्न**दीर्घ उत्तरीय प्रश्न -**

1. मानकीकृत परीक्षण के अर्थ को स्पष्ट करते हुए, परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया को समझाइये।
2. मानकीकृत परीक्षण के महत्व को विस्तार से स्पष्ट कीजिये।
3. मानकीकृत परीक्षण की विशेषताओं का तववरण करो।

लघु उत्तरीय प्रश्न -

1. मानकीकृत परीक्षण की व्यावहारिक विशेषताएँ बताइये।
2. मानकीकृत परीक्षण की तकनीकी विशेषताएँ बताइये।
3. मानकीकृत परीक्षण की सार्थकता किन-किन क्षेत्र में है।
4. मानकीकृत परीक्षण का उपयोग किस प्रकार किया जा सकता है।

इकाई-22 प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग (Types and Uses of Standard Scores)

इकाई संरचना

- 22.1 प्रस्तावना
- 22.2 उद्देश्य
- 22.3 प्रतिमान प्राप्तांक
- 22.4 प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग
- 22.5 सारांश
- 22.6 शब्दावली
- 22.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 22.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 22.9 निबन्धात्मक प्रश्न

22.1 प्रस्तावना

मानकीकरण के अन्तर्गत यह चौथी इकाई है इससे पहले की इकाई को पढ़ने के बाद आप जान गये होंगे कि मानकीकृत परीक्षण का क्या अर्थ होता है और उसकी कौन-कौन सी विशेषताएँ होती हैं। मनोवैज्ञानिक परीक्षा पर प्राप्त मूल प्राप्तांक प्रायः व्यक्तियों के विचारों से सम्बन्धित होते हैं तथा इनका अपना स्वयं में कोई अस्तित्व नहीं होता है या ये कोई व्याख्या करने में सक्षम नहीं होते हैं।

अतः इन प्राप्तांकों में अर्थपूर्ण विवेचना के लिए हमें किसी भी समूह पर प्राप्त उन प्राप्तांकों के मध्यमान, मानक विचलन, प्राप्तांकों का प्रसार तथा वितरण के स्वरूप के सम्बन्ध में जानना आवश्यक होता है। प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप प्रमाणित प्राप्तांक को कैसे ज्ञात किया जाता है और उसका उपयोग क्या है, इसके बारे में जान सकेंगे।

22.2 उद्देश्य

किसी भी मनोवैज्ञानिक परीक्षण में मूल प्राप्तांक को प्राप्त करने के बाद परीक्षण निर्माता के सम्मुख यह समस्या आती है कि परीक्षण पर प्राप्त मूल प्राप्तांकों से उनका क्या आशय है और उनका विवेचन किस प्रकार किया जाये। उदाहरण के लिये यदि हम यह कहे कि एक उपलब्धि परीक्षण में कविता ने 27 तथा शब्द भण्डार परीक्षण में 35 समस्याओं का सही हल निकाला था उपलब्धि परीक्षण में 27 तथा शब्द-भण्डार परीक्षण में 35 अंक प्राप्त किये। इस प्रकार के 27 व 35 अंक से किसी प्रकार की कोई व्याख्या नहीं की जा सकती है, इनकी व्याख्या के लिये प्रतिमान प्राप्तांकों का होना आवश्यक होता है।

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप जान सकेंगे-

- प्रतिमान प्राप्ताकों का अर्थ
- प्रतिमान प्राप्ताकों के प्रकार
- प्रतिमान प्राप्ताकों का उपयोग
- Z-प्राप्तांक व T-प्राप्तांक का अर्थ व उपयोग
- स्टेन प्राप्तांक व स्टेनाइन प्राप्तांक का अर्थ व उपयोग
- शतांशीय प्राप्तांक व विचलन प्राप्तांक का अर्थ
- विभिन्न प्रतिमान प्राप्ताकों में सम्बन्ध

22.3 प्रतिमान प्राप्तांक

प्रतिमान प्राप्तांक वे प्राप्तांक है जिन्हें मूल प्राप्ताकों से प्राप्त कर विभिन्न रूपों में रूपान्तरित किया जाता है तथा इनका मुख्य उद्देश्य विभिन्न व्यक्तियों एवं समूहों में परस्पर तुलना करना होता है एवं व्यक्ति के प्राप्तांक के तुलना समूह के सन्दर्भ बिन्दु से करना होता है।

22.4 प्रतिमान प्राप्ताकों के प्रकार एवं उपयोग

इस प्रकार के प्राप्तांक को व्यक्त करने के मुख्यतया निम्न प्रकार है।

- सिगमा या Z-प्राप्तांक (Sigma or Z-Score)
- टी-प्राप्तांक (T-Score)
- हल-प्राप्तांक (Hull- Score)
- C-प्राप्तांक (C-Score)
- स्टेन-प्राप्तांक (Sten-Score)
- स्टेनाइन प्राप्तांक (Stanine Score)
- शतांशीय प्राप्तांक (Percentile Score)
- विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores)

(i) सिगमा या Z-प्राप्तांक (Sigma or Z-Score) -

सिगमा या Z-प्राप्तांक उन प्रमाणिक मापकों का एक प्रकार है जो यह बताते हैं कि वास्तविक मूल-प्राप्तांक किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक विचलन (S.D.) विचलित होते हैं। Z-प्राप्तांक σ के रूप में व्यक्ति का वह प्राप्तांक है जहां मूल प्राप्तांक में से मध्यमान मूल प्राप्तांक को घटाकर व्यक्ति का विचलन प्राप्तांक ज्ञात कर लिया जाता है एवं फिर मानक (σ) विचलन से उस विचलन प्राप्तांक को भाग देकर Z-प्राप्तांक या सिगमा प्राप्तांक ज्ञातकर लिया जाता है। Z-प्राप्तांक के विन्यास का मध्यमान (M) सदैव शून्य होता है तथा इसमें सिगमा का मूल्य

सदैव 1.00 होता है। आधे सिगमा (σ) मूल्य श्रणात्मक दिशा तथा आधे धनात्मक दिशा की ओर पाये जाते हैं। इसके महत्व को स्वीकार करते हुए नुनले महोदय का सुझाव है, "व्यावहारिक उद्देश्यों के लिए यह बहुधा उपयोगी होता है कि परीक्षण प्राप्तियों को Z-प्राप्तियों में परिवर्तित कर व्यक्त करें।

Z- प्राप्तियों ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है:

$$Z\text{-प्राप्तियों} = \frac{M}{SD}$$

जहां,

X = मूल प्राप्तियों

M = मूल प्राप्तियों का मध्यमान

SD = मूल प्राप्तियों का मानक विचलन

उदाहरणार्थ, सिन्हा के चिन्ता परीक्षण पर लड़कों का मध्यमान चिन्ता प्राप्तियों 31.46 तथा मानक विचलन 14.90 है, अतः एक व्यक्ति जिसका मूल-प्राप्तियों 40 है, उसका Z-प्राप्तियों

$$= \frac{40 - 31.46}{14.90}$$

$$= +0.52\sigma \text{ होगा।}$$

प्राप्तियों को Z-प्राप्तियों में परिवर्तित करने से एक परीक्षण की अन्य परीक्षण प्राप्तियों से तुलना की जा सकती है। उदाहरणार्थ, एक गणितीय परीक्षण पर एक व्यक्ति का प्राप्तियों 3.00 σ है, जबकि सामाजिक अध्ययन परीक्षण पर -1.50 σ है, अतः इन प्राप्तियों के आधार पर हम यह कह सकते हैं कि उस व्यक्ति ने गणितीय परीक्षण पर औसत से अधिक तथा सामाजिक अध्ययन परीक्षण पर औसत से निम्न प्राप्तियों पाये।

(ii) टी-प्राप्तियों (T-Score)-

T-प्राप्तियों के प्रयोग का सुझाव McCall ने दिया था। T-प्राप्तियों वे प्रतिमान सामान्यीकृत प्राप्तियों है जिनका मापनी पर मध्यमान, 50 तथा मानक विचलन, 10 होता है। दूसरे शब्दों में, T-प्राप्तियों मापनी पर मध्यमान प्राप्तियों 50 तथा 1 मानक विचलन 10 इकाइयों के समान होता है। अतः टी-मापनी पर एक प्राप्तियों ऐसा है जो मध्यमान 50 से 1 S.D. ऊपर है तो उसका टी-प्राप्तियों 60 होगा तथा यदि एक प्राप्तियों ऐसा है जो मध्यमान 50 से 2 S.D. नीचे है तो उसका टी-प्राप्तियों 30 होगा। टी-प्राप्तियों का प्रयोग प्रायः प्रत्यक्ष रूप से तुलना करने में उपयोगी होता है। टी-प्राप्तियों ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$T\text{-प्राप्तांक} = 50 + 10 (X-M)/\sigma$$

यहां,

$$X = \text{मूल प्राप्तांक}$$

$$M = \text{औसत}$$

$$\sigma = \text{प्राप्तांक के वितरण का मानक विचलन}$$

मान लीजिए हिन्दी के उपलब्धि परीक्षण पर 10 छात्रों का मध्यमान प्राप्तांक 40 व मानक विचलन 8 है तो 2 मूल प्राप्तांक वाले छात्र का टी-प्राप्तांक

$$= 50 + 10 (28 - 40)/8$$

$$= 50 + (10)(-12)/8 = 35 \text{ होगा}$$

T-प्राप्तांकों के प्रयोग से यह मान्यता रहती है कि लगभग समस्त प्राप्तांक मध्यमान से 5 मानक विचलन प्रसार में होते हैं तथा प्रत्येक मानक विचलन स्वयं 10 इकाई रखता है, अतः टी-प्राप्तांक सामान्य सम्भावना वक्र के आधार पर 100 इकाइयों की मापनी पर होता है।

(iii) हल-प्राप्तांक (Hull- Score)-

यह विधि भी T-Scores जैसी ही है। इसमें प्रामाण्य प्राप्तांक को 10 से गुणा न करके 14 से गुणा करते हैं हल-प्राप्तांक ज्ञात करने का सूत्र निम्न है।

$$H = 50 + 14 (X-M) / \sigma$$

जहां

$$H = \text{Hull-Score}$$

$$X = \text{वास्तविक प्राप्तांक}$$

$$M = \text{प्राप्तांकों का मध्यमान}$$

$$\sigma = \text{मानक विचलन}$$

(iv) C-प्राप्तांक (C-Score)-

C प्राप्तांक का प्रतिपादन प्रसिद्ध सांख्यिकी विद जे0पी0 गिलफोर्ड ने किया। यह भी T-प्राप्तांकों की भाँति सामान्यीकृत (Normalized) मानक प्राप्तांक है। इसके प्राप्तांकों का प्रसार 0 से 10 तक अर्थात् मूल प्राप्तांकों का प्रसार 11 इकाइयों में विभक्त है। इसका मध्यमान 5.0σ व मानक विचलन 2 होता है। C तथा T प्राप्तांक निम्न समीकरण द्वारा आपस में सम्बन्धित है:

$$T = 5C + 25$$

$$C = .2T - 5$$

C- मापनी में T की लगभग सभी विशेषताएं निहित होती है। चूँकि प्राप्तांक छोटे होते हैं अतः सांख्यिकीय गणानाएं व इनकी व्याख्या सुगम होती हैं

(v) स्टेन-प्राप्तांक (Sten-Score)-

प्रतिमान प्राप्तांकों का पाँचवा प्रकार स्टेन-प्राप्तांक है। मूल प्राप्तांकों को स्टेन प्राप्तांकों में परिवर्तित करने का सर्वप्रथम प्रयास रेमण्ड बी कैटिल ने किया। दूसरे शब्दों में, कैटिल के लिए मुख्य प्रतिमान प्राप्तांक स्टेन्स (Stens) है जिनमें व्यक्ति 1 से 10 तक प्राप्तांक पा सकता है। स्टेन मापनी पर औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। प्रसार के औसत प्राप्तांकों को 4,5,6 व 7 बिन्दुओं पर तथा अधिक या कम प्राप्तांक वालो को 8,9,10 व 1,2,3 बिन्दुओं पर अंकित किया जाता है। इन प्राप्तांकों के सम्बन्ध में कहा जाता है 'ये वे प्रतिमान सामान्यीकृत प्राप्तांक है जिनका मध्यमान 5 तथा मानक विचलन 2 होता है।'

स्टेन प्राप्तांकों को शतांशीय (Percentiles) में भी परिवर्तित किया जा सकता है जिससे ज्ञात हो सके कि अमुक व्यक्ति का 100 व्यक्तियों में क्या क्रम है। यहां हम स्टेन प्राप्तांकों को शतांशीय प्राप्तांकों में परिवर्तित करने के लिये निम्नतालिका प्रस्तुत कर रहे हैं:

तालिका: A

स्टेन प्राप्तांकों को शतांशीय प्राप्तांको में परिवर्तित करने की तालिका

स्टेन प्राप्तांक	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
शतांशीय	1-2	4-0	10-6	22-7	40-1	59-1	77-3	89-4	96-0	98-8

(vi) स्टेनाइन प्राप्तांक (Stanine Score)-

परीक्षण प्राप्तांकों को अधिक सुगमता तथा शीघ्रता से तैयार करने के लिए तथा आसानी से विवेचन करने के लिए स्टेनाइन-प्राप्तांकों का योग ही उपयोगी होता है। स्टेनाइन-मापनी वह नौ बिन्दु वाली मानकीकृत मापनी है जिसका उद्गम Standard Nine से हुआ। स्टेनाइन का प्रसार 1 (निम्नतम) से 9 (उच्चतम) तक होता है तथा जिनका

औसत सदैव 5 होता है। न्यूनतम स्टेनाइन का अर्थ वे व्यक्ति जो समूह में निम्नतम अंक पाने वाले व्यक्ति है। इसी प्रकार उच्चतम स्टेनाइन का अर्थ वे व्यक्ति है जो समूह में उच्चतम अंक पाने वाले व्यक्ति है। अतः यह कहा जा सकता है कि अन्य प्राप्तांक पद्धति की अपेक्षकृत स्टेनाइन ग्रेड अधिक स्थिर या विश्वसनीय होते हैं। स्टेनाइन-मापनी के मूल प्राप्तांकों को नौ बिन्दु मापनी में मध्यमान 5 तथा मानक विचलन 2 के साथ परिवर्तित कर लिया जाता है। स्टेनाइन पद्धति के नौ समूहों की निश्चित सीमा (Denarcation) निम्नवत होती है:

तालिका: B

स्टेन प्राप्तांकों को शताशीय प्राप्तांको में परिवर्तित करने की तालिका

स्टेनाइन ग्रेड		जनसंख्या प्रतिशत	संचयी प्रतिशत	विवेचन
9	Top	4%	98% से ऊपर	Very High
8	Next	7%	89% से ऊपर तथा 97% से नीचे	High
7	Next	12%	77% से ऊपर तथा 89% से नीचे	Above Average
6	Next	17%	60% से ऊपर तथा 77.6% से नीचे	High Average
5	Middle	20%	40% से ऊपर तथा 60 % से नीचे	Average
4	Next	17%	23% से ऊपर तथा 40% से नीचे	Lower Average
3	Next	12%	11% से ऊपर तथा 29% से नीचे	Below Average
2	Next	7%	4% से ऊपर तथा 11% से नीचे	Low
1	Lowest	4%	4% से नीचे	Very Low

अतः हमने देखा कि एक से नौ मूल्य वाली स्टेनाइन मापनी पर हम जब एक वितरण को सामान्यीकृत करते हैं तो आवृत्तियों को ऊपर की भांति वितरित करते हैं।

स्टेनाइन की गणना करने के लिए निम्नलिखित चरों का प्रयोग किया जाता है:

- प्रत्येक प्राप्तांक की आवृत्ति की गणना कर आवृत्ति वितरण तैयार करना।

- प्रत्येक आवृत्ति को प्रतिशत में परिवर्तित करना (योग संख्याओं को प्रत्येक आवृत्ति से भाग देकर 100 से गुणा करना)
- प्रतिशतों को नीचे से ऊपर तक जोड़ना जिससे शतांशीय तालिका बन सके। इन्हें प्रत्येक मूल प्राप्तांक का शतांशीय क्रम भी कहते हैं।

एडम्स (Adams) के अनुसार "परीक्षण प्रदत्त के विवेचन में स्टेनाइन के प्रयोग को बहुधा प्राथमिकता दी जाती है। इस विधि का प्रयोग व्यक्तिगत चयन तथा शैक्षिक निर्देशन में भी उपयोगी है।" स्टेनाइन प्राप्तांक निम्न प्रकार से व्यवस्थित किये जाते हैं:

तालिका: C

स्टेन प्राप्ताकों को शतांशीय प्राप्ताको में परिवर्तित करने की तालिका

स्टेनाइन प्राप्तांक	मूल प्राप्तांक
9	53+
8	49 – 52
7	46 – 48
6	40 – 45
5	35 – 39
4	27 – 34
3	22 – 26
2	15 – 21
1	0 - 14

(vii) शतांशीय प्राप्तांक (Percentile Score) -

किसी परीक्षण पर व्यक्ति का शतांशीय क्रम उस प्रतिशत या प्राप्तांक को इंगित करता है जो उनके नीचे हो। यदि किसी परीक्षण पर एक व्यक्ति को 25 क्रम मिला हो तो यह समझा जायेगा कि उस परीक्षण पर वह व्यक्ति समूह के 24 प्रतिशत व्यक्तियों से ऊपर है। शतांशीय क्रम ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

x_p	=	$L + i/F (PN/100-T)$
x_p	=	शतांशीय क्रम के समान परीक्षण-प्राप्तांक
L	=	गच पर पड़ने वाले वर्गन्तर की निम्न सीमा
i	=	आवृत्ति वितरण में वर्गन्तर का आकार
f	=	गच पर पड़ने वाले व वर्गन्तर में आवृत्तियों
N	=	योग प्राप्तांक
T	=	निम्न सीमा तक आवृत्तियों का योग

शतांशीय क्रमों के प्रयोग के सम्बन्ध में Anastasi के अनुसार “Not only do percentiles show where the individual stands in the normative sample, but they are also useful in comparing the individual’s own performance on different tests.”

(viii) विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores) -

बिने द्वारा बुद्धि-लब्धि ज्ञात करने के सम्बन्ध में आज के मनोवैज्ञानिक उनकी कटु आलोचना करते हैं। विद्वानों का मत है कि बिने द्वारा मान्य बुद्धि-लब्धि प्राप्तांकों में वास्तविक आयु का प्रयोग सही रूप से न हो सकने के कारण बुद्धि-परीक्षणों के प्राप्तांकों का सही विवेचन प्रायः असम्भव होता है। बुद्धि-लब्धि के इस प्राचीन प्रत्यय की कमियों को दूर करने के लिए ही वेश्लर ने अपनी बालक एवं वयस्क बुद्धि-मापनी में विचलन बुद्धि-लब्धि को सर्वप्रथम प्रयोग किया। इन्हें I.Q. Equivalents के नाम से भी जाना जाता है।

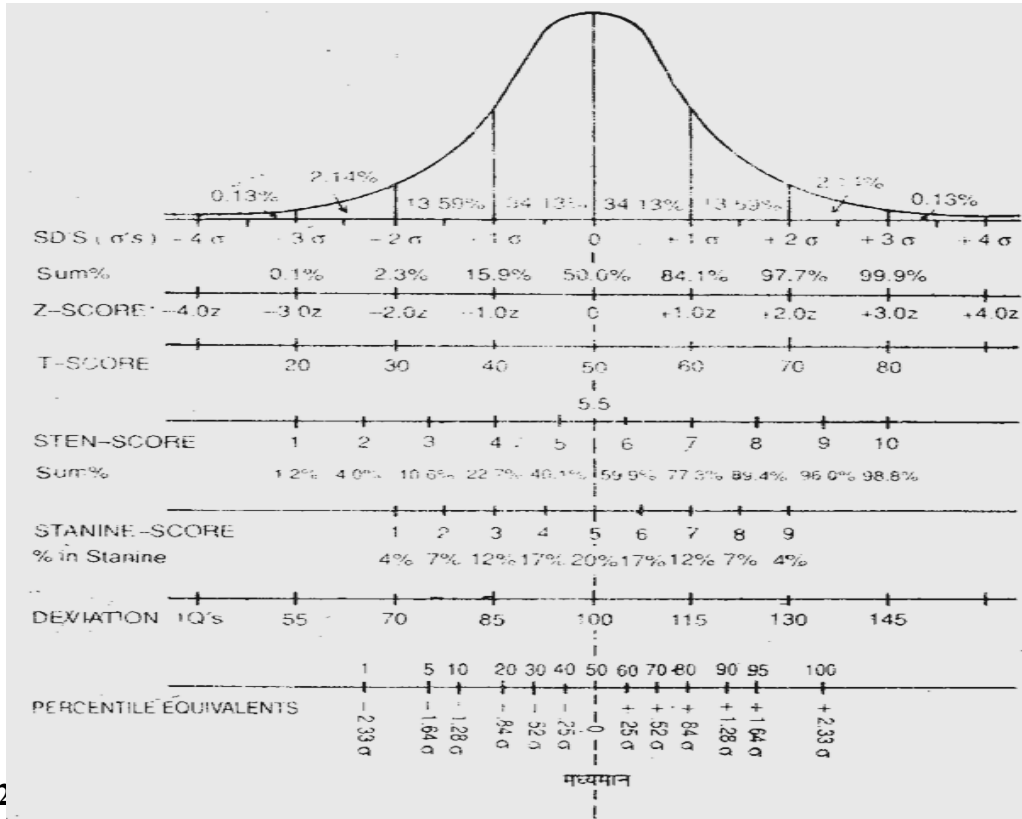
इस पद्धति में प्रत्येक आयु-समूह के व्यक्तियों के वितरण में 100 मध्यमान तथा 25 मानक विचलन के साथ मानकीकृत तथा सामान्यीकृत किये जाते हैं तथा फिर किसी निश्चित आयु वाले प्रत्येक बच्चे के निष्पादन से उन्हीं मानकों को तुलना किया जाता है। उदाहरणार्थ, एक 12 वर्ष की उम्र का बालक 130 पाता है, ऐसी स्थिति में हम देखते हैं कि उस बच्चे की बुद्धि-लब्धि उस आयु के मध्यमान से 2 S.D. ऊपर है इसी प्रकार 85 I.Q. मध्यमान से 1 S.D. नीचे होती है। इन प्राप्तांकों के सम्बन्ध में Adams के अनुसार- “The Deviation I.Q. a normalized standard score, is now becoming more widely used- According to this procedure, the score earned by each student on an intelligence test is simply compared with the scores of other students of his own age. His position is ascertained in a normal distribution for his own age/group, and that position (actually a standard score) is translated in to an intelligence quotient”

विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों में सम्बन्ध -

(Relation between different standard scores)

अभी तक हमने समस्त प्रकार के प्रतिमान प्राप्तांकों के सम्बन्ध में विस्तारपूर्वक प्रकाश डाला जो सामान्य वक्र की 6 इकाइयों पर आधारित होते हैं तथा जिन्हें मूल प्राप्तांकों से एक निश्चित मध्यमान व मानक विचलन के साथ

रूपान्तरित या परिवर्तित किया जाता है। इन्ही परीक्षण प्राप्तांकों के अनुसार परीक्षण मानकों को निर्धारित किया जात है जिनका उल्लेख अगली इकाई में किया जायेगा। अब हम विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों के आपसी सम्बन्ध को सामान्य वक्र के माध्यम से व्यक्त करेंगे।



22

किसी भी परीक्षण से प्राप्त मूल प्राप्तांकों की व्याख्या व विवेचन करने हेतू प्रतिमान प्राप्तांकों की आवश्यकता होती है। प्रतिमान प्राप्तांकों का मुख्य उद्देश्य विभिन्न व्यक्तियों व समूहों में परस्पर तुलना करना होता है। प्रतिमान प्राप्तांक मुख्यतया सिगमा या प्राप्तांक, हल-प्राप्तांक, स्टेन, स्टेनाइन प्राप्तांक, शतांशीय व विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक आदि प्रकार के होते हैं।

Z या सिगमा प्राप्तांक यह बताते है कि वास्तविक मूल-प्राप्तांक किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक-विचलन विचलित होते हैं। प्राप्तांक व्यवहारिक उद्देश्यों के लिये बहुत उपयोगी होता है।

T- प्राप्तांक, सामान्यीकृत प्राप्तांक है, जिसका प्रयोग प्रत्यक्ष रूप से तुलना करने में उपयोगी होता है। प्राप्तांक निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है, $T\text{-प्राप्तांक} = 50 + 14(x - M)/\sigma$ Hull-प्राप्तांक भी T-प्राप्तांक की तरह ही ज्ञात किया जाता है जिसका सूत्र $H = 50 + 14(x - M)/\sigma$ होता है।

C- प्राप्तांक का प्रतिपादन गिल्फोर्ड ने किया यह भी T-प्राप्तांक की तरह सामान्यीकृत होते हैं व निम्न समीकरण द्वारा सहसम्बन्धित होते हैं: $T = 5C + 25$ या $C = -2T - 5$

प्रतिमान प्राप्तांकों का पांचवा प्रकार स्टेन-प्राप्तांक है। इसमें व्यक्ति 1 से 10 तक प्राप्तांक पा सकता है व औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। इसके अतिरिक्त मूल प्राप्तांकों को अधिक सुगमता से विवेचन करने के लिये स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रयोग सर्वाधिक उपयोगी है। स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रसार 1 (निम्नतम) से 9 (उच्चतम) तक होता है तथा जिसका औसत सदैव 5 होता है। स्टेनाइन ग्रेड अपेक्षाकृत अधिक स्थिर व विश्वसनीय होते हैं। इन प्राप्तांकों का प्रयोग व्यक्तिगत चयन व शैक्षिक निर्देशन में उपयोगी होता है।

स्टेनाइन प्राप्तांकों के पश्चात् मूल प्राप्तांकों का विवेचन शतांशीय प्राप्तांकों द्वारा भी किया जाता है। शतांशीय क्रम किसी परीक्षण प्राप्तांक में उस प्रतिशत को इंगित करता है जो उनके नीचे होते हैं। उदाहरणार्थ, यदि किसी परीक्षण पर व्यक्ति का प्राप्तांक 28 है तो यह माना जायेगा कि समूह के 27 प्रतिशत व्यक्ति उस व्यक्ति से नीचे है। उपरोक्त प्रतिमान प्राप्तांकों की भांति ही बुद्धि-लब्धि ज्ञात करने के लिये विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक का प्रयोग किया जाता है। इस पद्धति से प्रत्येक आयु-समूह के व्यक्तियों के वितरण में 100 मध्यमान तथा 15 मानक विचलन के साथ मानकीकृत तथा सामान्यीकृत किये जाते हैं तथा फिर किसी निश्चित आयु वाले प्रत्येक बच्चे के निष्पादन से उन्हीं मानकों की तुलित किया जाता है।

उपरोक्त सभी प्रतिमान प्राप्तांकों के आधार पर ही परीक्षण-प्राप्तांकों का विवेचन किया जाता है।

22.6 शब्दावली

- **प्रामाणिक प्राप्तांक:** प्रामाणिक प्राप्तांक सामान्य तथा वह व्युत्पन्न प्राप्तांक (Derived Score) है जो प्रामाणिक विचलन पर आधारित होता है।
- **व्युत्पन्न प्राप्तांक:** परीक्षण के वे प्राप्तांक जिन्हे कोटि, वर्गीकरण या किसी अन्य रूप में परिवर्तित कर लिया गया और इस प्रकार के वास्तविक प्राप्तांकों से भिन्न हो, जिनका अर्थ है- परीक्षण में वास्तविक प्रतिक्रियाओं की संख्या।
- **मूल प्राप्तांक:** परीक्षण की अंक गणना से प्राप्त प्रथम परिमाणात्मक परिणाम श्रेणी (Grade) परीक्षार्थियों के कार्य का मूल्यांकन करने वाले प्रतीक या परीक्षण। यह शब्द अंको का पर्यायवाची है।
- **प्रामाणिक:** कोई वस्तु, गुण या मात्रा जिसको आधार बनाकर अन्य वस्तुओं या गुणों की तुलना की जाये।

22.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1. प्राप्तांक निकालने का सूत्र क्या है ?
2. T-प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र बताइये ?
3. ब्. प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र क्या है ?
4. स्टेनाइन का न्यूनतम एवं उच्चतम प्रसार कितना होता है।
5. शतांशीय प्राप्तांक निकालने का सूत्र क्या है ?

उत्तर:

- 1- प्राप्तांक निकालने का सूत्र - $X - M/SD$
- 2- प्राप्तांक ज्ञात करने का सूत्र - $50 + 10(x-M)/\sigma$
- 3- प्राप्तांक प्राप्त करने का सूत्र - $2T - 5$
- 4- स्टेनाइन या न्यूनतम प्रसार 1 तथा उच्चतम प्रसार 9 होता है।
- 5- शतांशीय प्राप्तांक ज्ञात करने का सूत्र - $x_p = L + i/F (PN/100-T)$

22.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Adams, G.S.: Measurement and Evaluation in Education, Psychology and Guidance (1966) New York : Dryden Press.
- Anastasi, Anne (1964), Psychological Testing, London: Mac Millian Publishing Company.
- Bhargava M. (1997), Modern Psychological Testing and Measurement: Agra National Psychological Corporation.
- Caltell, R.B. (1966) Guide Book for Early School Personality Questionnaire. Institute for personality & Ability Testing.
- Nunnally, J.C. Jr (1959) Tests and Measurement: Assessment and prediction. New York: MC Graw Hill Book Co.
- Weschler, D. (1944). The Measurement of Adult Intelligence. Baltimore: Willianes and Witkins.

22.9 निबन्धात्मक प्रश्न

दीर्घ-उत्तरीय प्रश्न:

1. प्रतिमान प्राप्तांकों से आप क्या समझते हैं? विभिन्न प्रकार के प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार का विस्तार से वर्णन कीजिये।
2. प्राप्तांक व T-प्राप्तांक के विस्तार से उदाहरण सहित विवेचन कीजिये।
3. विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों के सम्बन्धों का संक्षेप में वर्णन करिये।

लघु उत्तरीय प्रश्न:

1. हल-प्राप्तांक व प्राप्तांक के अर्थ व प्रयोग को समझाइये।

2. स्टेनाइन- प्राप्तांक का प्रयोग सहित विवेचन करो।
3. शतांशीय प्राप्तांक की गणना किस प्रकार की जाती है।
4. विचलन-बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक क्या होता है व इसका प्रयोग किस प्रकार किया जाता है?

इकाई-23 मानकों के विकास की कसौटियाँ (Criteria for Development of Norms)

इकाई संरचना

- 23.1 प्रस्तावना
- 23.2 उद्देश्य
- 23.3 मानक का अर्थ
- 23.4 मानकों के प्रकार
- 23.5 सारांश
- 23.6 शब्दावली
- 23.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
- 23.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
- 23.9 निबंधात्मक प्रश्न

23.1 प्रस्तावना

किसी भी प्रकार के मनोवैज्ञानिक परीक्षण में प्राप्तांकों (Raw Score) को प्राप्त करने के पश्चात परीक्षण निर्माता के सामने यह समस्या आती है कि उन मूल प्राप्तांकों से उसका क्या आशय है तथा उनकी विवेचना कैसे की जाये।

मूलरूप से एक मूल प्राप्तांक जब ही अर्थपूर्ण हो सकता है जबकि उसका सम्बन्ध किसी विशेष समूह से हो। कोई भी प्राप्तांक निरपेक्ष रूप में कभी उच्च-निम्न, अच्छा-बुरा नहीं होता, बल्कि अन्य प्राप्तांकों की तुलना में यह सदैव उच्च-निम्न, अच्छा-बुरा होता है। प्रस्तुत इकाई में इसके बारे में विस्तार से वर्णन किया गया है। इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप मनोवैज्ञानिक परीक्षण में मानक के महत्त्व को जान सकेंगे।

23.2 उद्देश्य

मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन में प्राप्तांकों का अर्थ समझने एवं उनकी विवेचना करने हेतु कुछ व्यापक, एकरूप, वस्तुनिष्ठ व स्थायी प्रतिमानों (Standards) की आवश्यकता होती है तथा यह प्रतिमान मानक के रूप में स्थापित किये जाते हैं, अतः परीक्षण प्राप्तांकों की विवेचना मानकों के रूप में जा सकती है।

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप जान सकेंगे :-

- मानक का अर्थ
- मानकों के प्रकार
- मूल प्राप्तांकों को मानकों में रूपांतरित करना

- प्रतिमान प्राप्तांक मानक के प्रकार
- मानकों की आवश्यकता

23.3 मानक का अर्थ

किसी भी परीक्षण पर मानक वह प्राप्तांक है जिसे किसी विशेष समूह द्वारा प्राप्त किया गया हो। दूसरे शब्दों में, "मानक से तात्पर्य कार्य के उस नमूने से है जिसे समस्त समूह के द्वारा प्रदर्शित किया गया हो"। मानक के आधार पर किसी भी परीक्षण के द्वारा समूह के दो व्यक्तियों की तुलना की जा सकती है तथा किसी समूह में अमुक व्यक्ति की क्या स्थिति है इसको भी ज्ञात किया जा सकता है। यहां स्मरणीय है कि मानक एवं प्रतिमान दोनों में अन्तर है। जहां मानक (Norms) किसी विशिष्ट समूह के वास्तविक निष्पादन का वर्णन करते हैं वहां प्रतिमान निष्पादन के वांछित स्तर को ही व्यक्त करते हैं।

एच0ए0ग्रीन तथा अन्य (1954) के अनुसार, "मानक का अर्थ कार्य के उस नमूने से है जिसे समस्त समूह के द्वारा प्रदर्शित किया गया हो।"

फ्रीमैन (1965), "मानक एक विशिष्ट जनसंख्या द्वारा किसी खास परीक्षण पर प्राप्त औसत या विशेष अंक (मध्यमान अथवा माध्यिका) होता है।"

टुकमैन (1975) "किसी बाहरी सन्दर्भ या मानकीकृत समूह (जैसे व्यक्तियों के समूह जिन पर परीक्षण का क्रियान्वयन व्याख्या करने हेतु एक तुलनात्मक आँकड़ा प्रदान करना होता है) के परीक्षण परिणामों पर आधारित प्राप्तांकों के सेट को मानक कहते हैं।"

इसे एक उदाहरण द्वारा भी समझा जा सकता है। जैसे 5 साल के बालकों के एक विशिष्ट समूह पर किसी बुद्धि परीक्षण को प्रशासित किया जाए और उसका औसत अंक 20 प्राप्त होतो यह 20 अंक 5 साल के बालकों का मानक कहा जायेगा। अब इस परीक्षण पर यदि कोई पांच साल का बालक 40 अंक प्राप्त करता है तो निश्चित रूप से उसे तेज बुद्धि का बालक माना जायेगा और 10 अंक पाने वाले बालक को मन्द बुद्धि का कहा जायेगा। इस प्रकार स्पष्ट होता है कि मनोवैज्ञानिक परीक्षणों में मानक का महत्वपूर्ण स्थान है। मानक रहित परीक्षणों से प्राप्त अंकों का अर्थपूर्ण व्याख्या असंभव है।

23.4 मानकों के प्रकार

- I. प्राप्तांकों की विवेचना करने हेतु Lyman (1963) ने प्राप्तांकों के स्वरूप के आधार पर मानक को चार वर्गों में वर्गीकृत किया है।

मानक के प्रकार	समूह प्रकार	तुलना प्रकार
----------------	-------------	--------------

1. आयु मानक	अनुक्रमिक आयु समूह	व्यक्ति की समूह से तुलना
2. श्रेणी मानक	अक्रमिक क्षेत्रीय समूह	व्यक्ति की समूह से तुलना
3. शंताशीय मानक	समआयु या श्रेणी समूह	व्यक्ति द्वारा पार किया समूह प्रतिशत
4. प्रतिमान प्राप्तांक मानक	एक ही आयु या क्षेत्रीय समूह	सामान्य समूह से व्यक्ति के मानक विचलन की संख्या का विचलन

उपर्युक्त प्रकार के मानकों का विस्तृत रूप से विवेचन निम्न है-

- **आयु मानक (Age Norms)** - आयु मानक का अर्थ किसी खास आयु समूह के औसत निष्पादन से है। दूसरे शब्दों में किसी विशेष आयु स्तर के चयनित एक प्रतिनिधिक समूह का किसी विशेष परीक्षण पर प्राप्त मध्यमान अंक ही आयु मानक कहलाता है। जैसे- यदि हम उत्तर प्रदेश से 5 साल के एक हजार बालकों के समूह का चयन कर उसके भार का मापन करें व मध्यमान ज्ञात करें तथा यह मध्यमान अंक 12 किग्रा0 प्राप्त हो तो यह 5 साल के बालकों का आयु मानक होगा। इस तरह मानक बन जाने के पश्चात किसी भी बालक के भार की तुलना उससे करके यह आसानी से जाना जा सकता है कि संबन्धित बालक का शारीरिक भार कम है या अधिक।

प्रायः आयु मानकों का उपयोग उन्ही शीलगुणों या क्षमताओं के लिए अधिक होता है जो आयु के साथ क्रमवद्ध रूप से बढ़ते पाये जाते हैं।

आयु मानकों के रूप-

प्रमुख रूप से आयु मानकों को दो रूपों में प्रस्तुत किया जाता है-

(A) मानसिक आयु के रूप में (M.A.)

(B) शैक्षिक आयु के रूप में (E.A.)

(A) बुद्धि परीक्षणों में आयु मानकों को प्रायः मानसिक आयु के रूप में प्रयोग किया जाता है। एक बालक के प्राप्तांक को मानसिक आयु के रूप में उसके आयु मानक से तुलना करके यह मालूम किया जाता है कि वह अपनी आयु के औसत बालकों से कम या अधिक बुद्धि वाला है। जिन प्राप्तांकों की तुलना आयु मानकों के साथ की जाती है उसे मानसिक आयु कहते हैं। यदि 5 वर्ष का बालक 8 वर्ष के बालक के समान क्रियाएं करता है तो उसकी मानसिक आयु 8 वर्ष कही जायेगी।

(B) किसी विषय के उपलब्धि परीक्षण को एक विशाल सामान्य समूह पर प्रशासित कर प्रत्येक आयु स्तर के बालकों के लिए औसत प्राप्तांक निकाल लिया जाता है। भविष्य में परीक्षा की उपयोगिता जानने हेतु किसी बालक के प्राप्तांकों की उसकी आयु मानकों से तुलना की जाती है। जैसे एक आठ वर्ष का बालक 6 वर्ष आयु वाले बालक के समान अंक पाता है तो यह अंक व्यक्त करता है कि यह बालक अपनी आयु समूह से पीछे है। इस प्रकार के आयु प्राप्तांक को शैक्षिक आयु के नाम से जानते हैं। यह बालक की शैक्षिक प्रगति की व्याख्या भी प्रस्तुत करती है।

- **श्रेणी मानक (Grade Norms)** - श्रेणी मानक का विकास उन शीलगुणों के लिए किया जाता है जिनमें स्कूल के एक वर्ग या श्रेणी से दूसरे वर्ग या श्रेणी तक एक क्रमबद्धता होती है। इस अर्थ में कहा जा सकता है किसी भी वर्ग या श्रेणी के व्यक्तियों का एक प्रतिनिधिक समूह का मध्यमान प्राप्तांक ही श्रेणी मानक है। इनकी व्याख्या करने में श्रेणी का ध्यान रखा जाता है। श्रेणी मानक तैयार करने के लिये प्रत्येक श्रेणियों से जैसे विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं छठीं, सातवीं, आठवीं, नवी एवं दसवीं से एक प्रतिनिधित्व प्रतिदर्श तैयार कर लिया जाता है, तत्पश्चात उन पर परीक्षण प्रशासित किया जाता है। फिर प्रत्येक श्रेणी के लिए न्यादर्श से प्राप्त प्रदत्तों के आधार पर मध्यमान की गणना कर ली जाती है। वही मध्यमान प्राप्तांक प्रत्येक वर्ग का श्रेणी मानक कहलाता है। यदि एक छठीं श्रेणी का बालक नवीं श्रेणी के मध्यमान अंकों को प्राप्त कर लेता है तो वह श्रेष्ठ बालक समझा जाता है। इसके विपरीत यदि एक नवीं श्रेणी का बालक छठीं श्रेणी के मध्यमान अंकों को ही प्राप्त करता है तो उसे निम्न स्तर का बालक माना जाता है। श्रेणी मानक का संबन्ध प्रत्येक श्रेणी स्तर के औसत बालकों के निष्पादन से होता है।

श्रेणी मानक के प्रारूप -

सामान्यतः, श्रेणी मानकों का प्रदर्शन प्राप्तांकों के रूप में होता है। बुद्धि परीक्षणों में लब्धि प्राप्तांकों को बुद्धि लब्धि की संज्ञा दी जाती है। संक्षेप में इसे I.Q. कहते हैं। इसको निम्नांकित सूत्र की सहायता से निकाला जाता है।

$$IQ = MA/CA \times 100$$

$$MA = \text{मानसिक आयु}$$

$$CA = \text{वास्तविक आयु}$$

बुद्धि-लब्धि की ही भांति शैक्षिक-लब्धि भी निकाली जाती है। शैक्षिक लब्धि को गणना निम्न सूत्र से करते हैं।

$$EQ = EA/CA \times 100$$

$$EA = \text{शैक्षिक आयु}$$

$$CA = \text{वास्तविक आयु}$$

बुद्धि-लब्धि से बालकों में बुद्धि की अभिव्यक्ति होती है। शैक्षिक लब्धि विद्यालय के बालकों की सम्बन्धित प्रगति का द्योतक है। श्रेणी मानक का उपयोग लब्धि परीक्षणों में अधिक होता है। यह एक सरल मानक है जिसकी सहायत से स्कूल के विभिन्न कक्षाओं के छात्रों के निष्पादनों को विवेचना वैज्ञानिक ढंग से किया जाता है।

- **शतांशीय मानक (Percentile Norms)** - आयु व श्रेणी मानकों के द्वारा हम एक व्यक्ति के प्राप्तांक को उस आयु या श्रेणी-समूह से ज्ञात करते हैं जिसमें उसके औसत को ज्ञात किया गया है किन्तु व्यक्ति की स्वयं की आयु व श्रेणी-समूह में तुलना करने के लिए हम शतांशीय मान का प्रयोग करते हैं। यही नहीं, विभिन्न वितरणों के प्राप्तांकों के मध्य तुलना करने के लिए शतांशीय को अत्याधिक सरल विधि समझा जाता है। इसी प्रकार, शैक्षिक स्थितियों में जब कई छात्रों के मध्य तुलना की जाये तो यह उपयोगी रहता है कि उन क्रमों को शततमक क्रम (Percentile Ranks) में रूपान्तरित किया जाये। साधारण रूप से, "शतांशीय (Percentile), मापनी पर ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे किसी वितरण का एक निश्चित प्रतिशत पड़ता है।"

किसी भी प्राप्तांक की गणना करने के लिये हमें मध्यांक चतुर्थांश तथा शतांशीय ज्ञात करनी होती है तथा उस प्रतिशत की गणना भी की जाती है जो प्राप्तांक के नीचे होते हैं। क्योंकि कोई भी व्यक्ति जो उस प्राप्तांक को प्राप्त करता है वह उसका शतांशीय मूल्य होता है।

शततमक मानक को अर्थ पूर्ण होने के लिए मानकीकृत प्रतिदर्शका आयु, वर्ग, व्यवसाय, शहरी-देहाती चरों की दृष्टि से समजातीय होना आवश्यक है। शतांशीय मानक किसी भी तरह के परीक्षण के लिए उपयुक्त होता है। अतः कहा जा सकता है कि "शततमक मानक किसी विशेष समूह में व्यक्ति के प्राप्तांकों की व्याख्या का आधार प्रदान करते हैं।"

- **प्रामाणिक प्राप्तांक मानक (Standard Score Norms)** - मानक प्राप्तांकों पर आधारित मानक को प्रामाणिक प्राप्तांक मानक कहा जाता है। इसमें मापनी की इकाई पूर्ण रूप से समान होती है। इसलिये इसकी सभी इकाइयों का अर्थ एक समान होता है। इस मानक को Z-प्राप्तांक मानक की संज्ञा दी जाती है। Z-प्राप्तांक मानक की गणना S.D. या σ की सहायता से की जाती है। प्रामाणिक प्राप्तांक मानक सामान्यकृत समूह पर आधारित होते हैं। प्रामाणिक प्राप्तांक एक तरह का रूपान्तरित प्राप्तांक है जिसका एक निश्चित मध्यमान और निश्चित मानक विचलन होता है।

प्रामाणिक प्राप्तांकों की आवश्यकता क्यों पड़ती है? इसके दो मुख्य कारण हैं।

- जब किसी व्यक्ति का विभिन्न परीक्षणों के निष्पादनों की आपस में तुलना करनी होती है तब इन प्राप्तांकों को प्रामाणिक प्राप्तांकों में बदल दिया जाता है तब सरलतापूर्वक उसकी तुलना कर ली जाती है।
- प्रामाणिक प्राप्तांकों में मापन की इकाई एक समान होती है तथा उसका आकार एक वितरण से दूसरे वितरण में परिवर्तित नहीं होता है। इन कारणों से प्रामाणिक प्राप्तांकों की आवश्यकता पड़ती है।

II. प्रतिमान प्राप्तांक मानकों (Standard Score Norms) को अन्य मानकों में भी व्यक्त किया जा सकता है जिनका वर्णन निम्न प्रकार से है।

- प्रामाणिक प्राप्तांक मानकों के प्रकार
- Z-प्राप्तांक मानक (Z-Score Norms)
- T-प्राप्तांक मानक (T-Score Norms)
- स्टेनाइन प्राप्तांक मानक (Stanine Score Norms)
- स्टेन प्राप्तांक मानक (Sten Score Norm)
- C-प्राप्तांक मानक (C-Score Norm)
- बुद्धि-लब्धि विचलन मानक (Deviation I.Q. Norm)

(i) **Z-प्राप्तांक मानक (Z-Score Norms) –**

Z-प्राप्तांक मानक किसी समूह के प्राप्तांकों के प्रसार का एक मापन है। Z-प्राप्तांक मानक का मध्यमान शून्य और प्रामाणिक विचलन सदैव 1.00 होता है। इसे निम्नांकित सूत्र की सहायता से निकाला जाता है-

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

$$X = \text{मूल प्राप्तांक}$$

$$M = \text{मध्यमान,}$$

$$\sigma = \text{मानक विचलन}$$

इस मानक का प्रयोग प्रायः एक सन्दर्भ समूह में किसी व्यक्ति विशेष की दो या अधिक विशेषताओं या योग्यताओं की तुलना के लिये किया जाता है।

(ii) **T-प्राप्तांक मानक (T-Score Norms) -**

T-प्राप्तांक एक प्रमुख समन्धित प्रामाणिक प्राप्तांक है। इसका प्रतिपादन Mc Call (1922) ने किया। इसका आकार सामान्य वक्र पर आधारित होता है। इसका मध्यमान 50 तथा मानक विचलन 10 होता है, T निकालने का सूत्र-

$$T = 50 + 10 \frac{(x - M)}{\sigma} \text{ है}$$

जहां,

$$X = \text{मूल प्राप्तांक}$$

$$M = \text{औसत}$$

σ = मानक विचलन

(iii) स्टेनाइन प्राप्तांक मानक (Stanine Score Norms) -

स्टेनाइन प्राप्तांक मानक नौ बिन्दुओं पर आधारित होते हैं। इसमें बिन्दु निम्नतम से उच्चतम के क्रम में बढ़ते हैं। शतांशीय की भांति इसकी इकाई समान होती हैं, जिसका प्रसार 1 से 9 अंको तक होता है। मूल प्राप्तांकों को आकार के क्रमानुसार व्यवस्थित करके सरलतापूर्वक स्टेनाइन में परिवर्तित किया जा सकता है। स्टेनाइन प्राप्तांक सामान्य रूप से वितरित होते हैं इनका मध्यमान 50 तथा मानक विचलन 1.96 होता है। इस प्राप्तांकों की गणना प्रतिनिधिक तथा विशाल प्रतिदर्श पर की जाती है।

(iv) स्टेन प्राप्तांक मानक (Sten Score Norm) -

आर०बी० कैटेल ने सर्वप्रथम स्टेन प्राप्तांक मानक का उपयोग किया। T-प्राप्तांक की तरह ही यह प्राप्तांक भी सामान्य रूप से वितरित होते हैं। इसका मध्यमान 5.5 तथा मानक विचलन 2.0 होता है। इस प्रकार के मानकों में मूल-प्राप्तांकों का 1 से 10 तक के स्टेन प्राप्तांकों में रूपान्तरित कर लिया जाता है। 1,2,3 अंक वाले को निम्न, 4,5,6 व 7 वालों को सामान्य तथा 8,9 तथा 10 वालों को उच्च श्रेणी में रखा जाता है।

(v) C-प्राप्तांक मानक (C-Score Norm) -

T-प्राप्तांकों की तरह C-प्राप्तांकों का वितरण भी सामान्य होता है। उसके प्राप्तांक 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 होते हैं। इसलिये इसमें 11 इकाइयों के मानक प्राप्तांक होते हैं। इसका मध्यमान 5.0 तथा प्रामणिक विचलन 2.0 होता है। T-प्राप्तांकों को C-प्राप्तांकों में तथा C-प्राप्तांकों को T-प्राप्तांकों में परिवर्तित करने का सूत्र निम्न है-

$$C = 2T - 5 \quad \text{या} \quad T = 5C + 25$$

गिलफोर्ड के अनुसार C पैमाने के वह सभी गुण हैं जो एक मानकीकृत पैमाने में होते हैं। C-प्राप्तांकों के छोटे होने के कारण सांख्यिकीय गणनाएँ सरल हो जाती हैं।

(vi) बुद्धि-लब्धि विचलन मानक (Deviation I.Q. Norm) -

बिने, बुद्धि-परीक्षण में कमियां पाये जाने के फलस्वरूप वैश्लूर ने बुद्धि-लब्धि विचलन के आधार पर मानकों के प्रयोग का सुझाव दिया। इस पद्धति के प्रयोग में समूह का मध्यमान 100 तथा मानक विचलन 25 निश्चित होता है।

23.5 सारांश

आपने जाना कि

- मानक व प्रतिमान दोनों में अन्तर होता है। मानक किसी विशिष्ट समूह के वास्तविक निष्पादन का वर्णन करते हैं वहां प्रतिमान निष्पादन के वांछित स्तर को ही व्यक्त करते हैं। मानक के आधार पर किसी भी परीक्षण के द्वारा समूह के दो व्यक्तियों की तुलना की जा सकती है तथा किसी समूह में अमुक व्यक्ति की क्या स्थिति है इसको भी ज्ञात किया जा सकता है।

- आयुमानक किसी विशेष आयु स्तर के चयनित एक प्रतिनिधिक समूह का किसी विशेष परीक्षण पर प्राप्त मध्यमान अंक कहलाता है। आयु मानको का उपयोग उन शीलगुणों के लिये अधिक होता है जो आयु के साथ क्रमबद्ध रूप से बढ़ते पाये जाते हैं।
- श्रेणी मानक किसी भी वर्ग या श्रेणी के व्यक्तियों का एक प्रतिनिधिक समूह का मध्यमान प्राप्तांक होता है। उदाहरणार्थ यदि एक छठीं श्रेणी का बालक नवीं श्रेणी के मध्यमान अंको को प्राप्त कर लेता है तो वह श्रेष्ठ बालक समझा जाता है इसके विपरीत यदि एक नवीं श्रेणी का बालक छठीं श्रेणी के मध्यमान अंको को ही प्राप्त कर पाता है तो उसे निम्न स्तर का ही बालक माना जाता है।
- व्यक्ति की स्वयं की आयु व श्रेणी-समूह में तुलना करने के लिये हम शतांशीय मान का प्रयोग करते हैं। शतांशीय मापनी पर ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे किसी वितरण का एक निश्चित प्रतिशत पड़ता है। शततमक मानक को अर्थपूर्ण होने के लिए मानकीकृत प्रतिदर्शका आयु, वर्ग, व्यवसाय, शहरी-देहाती चरों की दृष्टि से समजातीय होना आवश्यक है।
- इसके अतिरिक्त मानक प्राप्तांकों पर आधारित मानक को प्रामाणिक प्राप्तांक मानक कहा जाता है इसकी सभी इकाइयों का अर्थ एक समान होता है जिनके द्वारा प्राप्तांक को रूपान्तरित करके उनकी व्याख्या की जाती है जैसे Z-प्राप्तांक, T-प्राप्तांक, C-प्राप्तांक, स्टेन-प्राप्तांक, स्टेनाइन-प्राप्तांक, बुद्धि-लब्धि विचलन मानक आदि।

23.6 शब्दावली

- **मानक (Norms):** किसी परीक्षण पर मानक वह औसत फलांक है जिसे किसी विशेष समूह द्वारा प्राप्त किया गया हो।
- **आयु मानक (Age Norms):** आयु मानक से आशय किसी विशेष आयु समूह के औसत मूल्य से है।
- **श्रेणी मानक (Grade Norms):** श्रेणी मानक प्रत्येक श्रेणी स्तर के औसत बालको के निष्पादन से सम्बन्धित होते हैं।
- **प्रामाणिक प्राप्तांक मानक (Standard Score Norms):** कोई वस्तु, गुण या मात्रा जिसको आधार बनाकर अन्य वस्तुओं या गुणों की तुलना की जाए।
- **प्रामाणिक विचलन (Standard Deviation):** मापन में विचरण का एक निर्देशांक जिसकी गणना करने के लिए मध्यमान के सभी संख्याओं का अन्तर या विचलन निकालकर सब विचलनों का वर्ग करते हैं। फिर इन सब वर्गों के योग में संख्याओं का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं।
- **बुद्धि लब्धि (Intelligence Quotient):** अपनी ही आयु के अन्य व्यक्तियों की तुलना में किसी व्यक्ति का सूचक अंक।
- **मानसिक आयु (Mental Age):** किसी प्रामाणिक कार्य पर बालक की योग्यता भी प्रत्येक आयु स्तरों पर अन्य सामान्य बालकों की योग्यता के साथ तुलना के आधार पर की जाती है।

- वास्तविक आयु (Chronological Score): वर्ष एवं महिनो में व्यक्त बालक की आयु।
- शतांशीय प्राप्तांक (Percentile Score): किसी दिये हुए बिन्दु या प्राप्तांक के नीचे उतने प्रतिशत प्राप्तांक हैं जैसे 75 वां शतांशीय वह बिन्दु या प्राप्तांक हैं जिसके नीचे 75 प्रतिशत प्राप्तांक हो।

23.7 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

(1) I.Q. का सूत्र है-

(A) $\frac{CA}{MA} \times 100$

(B) $\frac{MA}{MA} \times 100$

(C) $\frac{CA}{100} \times M$

(D) $\frac{MA}{100} \times 100$

(2) E.Q. का सूत्र है-

(A) $\frac{CA}{EA} \times 100$

(B) $\frac{EA}{CA} \times 100$

(C) $\frac{100}{EA} \times CA$

(D) $\frac{CA}{100} \times EA$

- (3) Z- प्राप्तांक मानक का सूत्र क्या है।
 (4) T- प्राप्तांक मानक का सूत्र क्या है।
 (5) C- प्राप्तांक मानक का सूत्र क्या है।

उत्तर: 1. I.Q. का सूत्र $M.A/C.A. \times 100$

2. E.Q. का सूत्र = $E.A/C.A. \times 100$

3. Z- प्राप्तांक मानक का सूत्र = $X - M / \sigma$

4. T- प्राप्तांक मानक का सूत्र = $50 + 10 (x - M) / \sigma$

5. C- प्राप्तांक मानक का सूत्र = $2T - 5$

23.8 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Bhargava, M. (1997): Modern Psychological Testing and Measurement: Agra National Psychological Corporation.
- Cattell, R.B. (1966): Guide Book for Early School Personality questionnaire Institute for Personality & Ability Testing.
- Grene, H.A. & Other: Measurement & Evaluation in the Secondary School S., (1954) P.87.
- Srivastava, R. (1999): Psychological & Educational Measurement, Motilal Banarasi Das Delhi.
- Weschler, D. (1944): The Measurement of Adult Intelligence Baltimoe: Willians.

23.9 निबंधात्मक प्रश्न

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न:

1. मानक के अर्थ को स्पष्ट करते हुये इसके विभिन्न प्रकारों का विवरण दीजिये।
2. विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांक मानकों को रूपान्तरित करने के तरीकों को स्पष्ट कीजिये।

3. लघु उत्तरीय प्रश्न:

1. आयु मानक के अर्थ को स्पष्ट कीजिये।
2. श्रेणी मानक व शतांशीय मानक को रूपान्तरित कैसे किया जाता है?
3. प्रतिमान प्राप्तांक मानक को स्पष्ट कीजिये।